Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1) 正答率

問題		配点	正答		一部正答		誤答		無答		通過率
			数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	269	88.5	0	0.0	35	11.5	0	0.0	88.5
	(2)	4	207	68.1	0	0.0	96	31.6	1	0.3	68.1
	(3)	4	239	78.6	1	0.3	63	20.7	1	0.3	78.8
	(4)	4	285	93.8	0	0.0	19	6.3	0	0.0	93.8
	(5)	4	192	63.2	4	1.3	103	33.9	5	1.6	63.8
	(6)	4	268	88.2	0	0.0	36	11.8	0	0.0	88.2
	(7)	4	272	89.5	0	0.0	31	10.2	1	0.3	89.5
	(8)	5	200	65.8	0	0.0	96	31.6	8	2.6	65.8
	(9)	5	232	76.3	0	0.0	71	23.4	1	0.3	76.3
	(10)	6	41	13.5	39	12.8	76	25.0	148	48.7	20.1
2	(1)	5	273	89.8	17	5.6	10	3.3	4	1.3	92.2
	(2)	6	151	49.7	3	1.0	137	45.1	13	4.3	50.2
3	(1)	6	139	45.7	50	16.4	65	21.4	50	16.4	55.7
	(2)	6	127	41.8	87	28.6	51	16.8	39	12.8	55.7
4	(1)	5	186	61.2	0	0.0	69	22.7	49	16.1	61.2
	(2)	6	36	11.8	195	64.1	39	12.8	34	11.2	27.2
	(3)	5	23	7.6	0	0.0	137	45.1	144	47.4	7.6
5	(1)	5	223	73.4	52	17.1	25	8.2	4	1.3	81.0
	(2)	6	5	1.6	18	5.9	138	45.4	143	47.0	4.5
	(3)	6	6	2.0	70	23.0	41	13.5	187	61.5	10.7

（小数第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2) 問題の内容

$\boxed{1}$
(1)文字式の計算
(2)根号をふくむ式の計算
(3)２次方程式の解き方
(4)関数 $y = ax^2$ の値の変化
(5)有効数字の表し方
(6)度数分布表から相対度数を求める問題
(7)空間図形における辺の位置関係
(8)連立方程式の解き方
(9)確率の求め方
(10)日常生活や社会で数学を利用する問題

$\boxed{2}$
(1)垂直二等分線と角の二等分線の性質及びそれらの作図
(2)直線の式の求め方と回転体の体積の求め方

$\boxed{3}$
(1)文字を用いた式でとらえ、予想が正しいことを証明する問題
(2)式に自然数を代入したときの値について、条件に適する値を求める問題

$\boxed{4}$
(1)二等辺三角形を利用した辺の長さの求め方
(2)三角形の相似の証明
(3)図形の性質を利用した三角形の面積の求め方

5 (1) xとyの関係式の求め方とxの変域の求め方
(2) ２つの三角形の面積比が３：１になるときのxの値の求め方
(3) 三角形の面積が台形の面積の半分になるときのxの値の求め方

(3) 所見・解説

1 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。誤答として、分母を消去した$5y$が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\frac{4x-y}{2}-(2x-3y)=\frac{(4x-y)-2(2x-3y)}{2}=\frac{5y}{2}$$

(2)は、式の値を求める問題である。与えられた式に数値を代入し、値を求める。この問題はxやyの値を直接代入せず、与えられた式をどう変形し、値を求めることができるかを考える。因数分解してから代入することで、計算が簡便になる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】（与式）

$$\begin{aligned}&= x(x-6)+y(y-6)\\&=(3+\sqrt{5})(3+\sqrt{5}-6)+(3-\sqrt{5})(3-\sqrt{5}-6)\\&=(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)+(-\sqrt{5}+3)(-\sqrt{5}-3)\\&=\sqrt{5}^2-3^2+(-\sqrt{5})^2-3^2\\&=5-9+5-9\\&=-8\end{aligned}$$

(3)は、２次方程式を解く問題である。与えられた式を展開し、解の公式を利用する方法もあるが、やや煩雑である。そこで、$2x+1=X$ とおくと、与えられた式は $X^2-7X=0$ となる。誤答としては $x=3$ のみが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $2x+1=X$ とおくと、

$$X^2-7X=0$$
$$X(X-7)=0$$
$$X=0,\ 7$$

したがって、

$$2x+1=0 \quad \text{または、} 2x+1=7$$

つまり、$x=-\frac{1}{2}$ ，３

(4)は、関数$y=ax^2$の値の変化からaの値を求める問題である。誤答としては、$x=-2$のとき、$y=-36$であると考えた$a=-9$が多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(5)は、有効数字の表し方の問題で、適切な数字を求められるかをみようとした。誤答としては、127×100 と考えた **ア** 127、**イ** 2 が多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、中央値が含まれる階級の相対度数を求める問題である。誤答としては中央値が含まれる階級の度数である14が多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(7)は、空間図形における辺の位置関係の問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】展開図を組み立てたあとの辺ＡＢとの位置関係は、それぞれ次のようになる。

ア…交わる　**イ**…平行　**ウ**…ねじれの位置　**エ**…重なる　　したがって正答は、**ウ**

(8)は、連立方程式を活用する問題である。条件を方程式で表し、その連立方程式を解けるかをみようとした。誤答としては、昨年度の市内在住の生徒数である300人や、今年度の市外在住の生徒数である260人が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】昨年の市内の人数をx人、市外の人数をy人とすると、

$$\begin{cases} x+y=500 & \cdots① \\ 0.8x+1.3y=500 & \cdots② \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、

①×８－②×10

$$\begin{array}{rr} & 8x+8y=4000 \\ -) & 8x+13y=5000 \\ \hline & -5y=-1000 \\ & y=200 \end{array}$$

$y=200$ を①に代入して、

$$x+200=500$$
$$x=300$$

よって、今年の市内の人数は 300×0.8＝240人

(9)は、確率を求める問題である。条件を満たす組合せを表などを用いて、もれなく、重複なく数え、確率が求められるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】赤玉をR_1，R_2，R_3，白玉をW_1，W_2とし、同じ色を○、異なる色を×とすると、右の表のようになる。

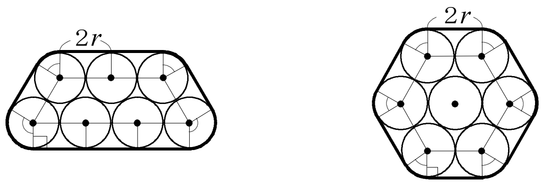
すべての取り出し方は25通り。そのうち、２回とも赤玉が出る場合は９通り、２回とも白玉が出る場合は４通りなので、同じ色になる場合は13通り。

よって、確率は $\dfrac{13}{25}$

1回目＼2回目	R_1	R_2	R_3	W_1	W_2
R_1	○	○	○	×	×
R_2	○	○	○	×	×
R_3	○	○	○	×	×
W_1	×	×	×	○	○
W_2	×	×	×	○	○

(10)は、日常生活や社会で数学を利用する問題である。円柱の周りにひもを巻いたときのひもの長さについて、数学的な表現を用いて説明することができるかをみようとした。学力検査に比べて、円柱の半径を文字で表すなど、より一般的な形で出題し応用的な力をみようとした。解答例は、以下の通りである。

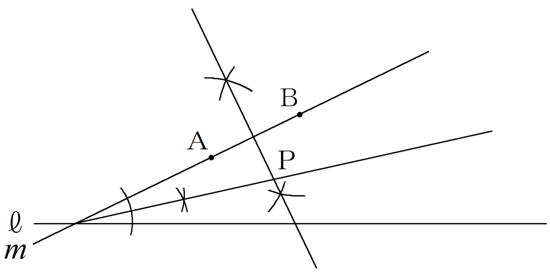
【解答例】下の図で、曲線部分の長さの和はともに$2\pi r$ cmで等しいので、**ア**と**イ**のひもの長さの差は、直線部分の差になる。したがって、その差は $2r\times7-2r\times6=2r$ （ cm ）



□2 「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用することができるかをみようとした。

(1)は、垂直二等分線の性質と角の二等分線の性質を利用し、２点から等しい距離にあり、２直線から等しい距離にある点を作図する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



(2)は、直線の式を求め、座標平面上にある三角形を回転させてできる立体の体積を求める問題である。曲線上の点の座標の求め方、２点を通る直線の求め方などを理解しているかをみようとした。誤答としては、πがない $\dfrac{81}{2}$ が多かった。解答例は、以下の通りである。

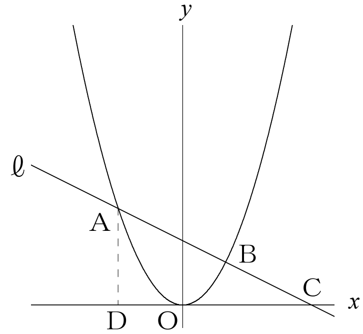
【解答例】点Aのy座標は$\dfrac{1}{2}\times(-3)^2=\dfrac{9}{2}$ 、点Bのy座標は $\dfrac{1}{2}\times2^2=2$なので、２点の座標はそれぞれ、A $\left(-3,\dfrac{9}{2}\right)$，B（２，２）になる。直線$\ell$はこの２点を通るので、$\ell$ の式を $y=ax+b$ とすると、

$$\begin{cases}\dfrac{9}{2}=-3a+b & \cdots ① \\ 2=2a+b & \cdots ②\end{cases}$$

①－②から

$$\frac{5}{2}=-5a$$

$$a=-\frac{1}{2}$$



これを②に代入して、　　$2=-1+b$

$b=3$

よってℓの式は$y=-\frac{1}{2}x+3$

直線ℓとx軸との交点Ｃの座標は（６，０）となる。

点Ａからx軸にひいた垂線とx軸との交点をＤとすると、求める立体の体積は、底面の半径がＡＤ、高さがＣＤの円錐の体積から、底面の半径がＡＤ、高さがＯＤの円錐の体積をひいたものになる。

したがって

$$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^2\times 9-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^2\times 3=\frac{81}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

3　数学的な表現を用いて論理的に説明する問題で、操作や実験などの活動を通して、数量の関係を見いだして考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、文字を用いた式でとらえ、予想が正しいことを証明する問題である。４で割ると１余る数を文字で表し予想を証明する。学力検査問題に比べ、より正確に数学的な表現を用いて論理的に説明できているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

（nを０以上の整数とすると、）

４で割ると１余る自然数は　$4n+1$　となる。

これを$3x+5$のxに代入すると、

$$\begin{aligned}3(4n+1)+5&=12n+3+5\\&=12n+8\\&=4(3n+2)\end{aligned}$$

$3n+2$は整数だから、$4(3n+2)$は４の倍数である。

したがって、$3x+5$のxに、４で割ると１余る自然数を代入すると、

$3x+5$の値は４の倍数になる。

(2)は、同じ題材に対して条件を変えたり深めたりした予想について、空欄に適する数を求める問題である。異なる視点での発想や発見を通して、多角的な見方や考え方を身に付けて欲しい。解答例は、以下の通りである。

【解答例】Ａさんの考え方と同様に、$3x+5$の値が７の倍数であるものを表からみつけると、xが３のときの14と、xが10のときの35である。また、xが17のとき、$3x+5$の値は56になり、７の倍数になる。これらから「７で割ると３余る自然数」と予想できる。mを０以上の整数とすると，７で割ると３余る自然数は　$7m+3$　と表される。

これを$3x+5$のxに代入すると、

$3(7m+3)+5=7(3m+2)$

$3m+2$は整数だから、$7(3m+2)$は７の倍数である。

したがって、$3x+5$のxに、７で割ると３余る自然数を代入すると、

$3x+5$の値は７の倍数になるので、予想は正しい。

ア、**イ**は１桁の自然数より正答は　**ア**　７　、**イ**　３

また、$(3x+5)^2=9x^2+30x+25=3(3x^2+10x+8)+1$　となるので、３で割ったときの余りは１になる。したがって、正答は　**ウ**　１

4　平面図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。学力検査問題に比べ、より応用的な力をみるように工夫した。

(1) は、二等辺三角形を利用した線分の長さの求め方の問題である。△ＡＢＣと△ＡＣＤの相似や、二等辺三角形の性質を利用して線分ＢＥの長さを求めることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2) は、三角形の相似を証明する問題である。解答例は、以下の通り。

【解答例】

△ＡＤＨと△ＡＣＦにおいて、

仮定から、∠ＤＡＨ＝∠ＣＡＦ・・・・・・・・①

△ＢＣＤにおいて、外角は、それととなり合わない２つの内角の和に等しいので、

∠ＡＤＨ＝∠ＤＢＣ＋∠ＤＣＢ・・・・・・②

また、

∠ＡＣＦ＝∠ＡＣＤ＋∠ＤＣＢ・・・・・・③

仮定から、

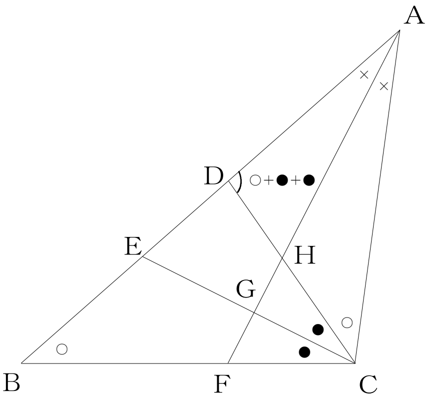
∠ＤＢＣ＝∠ＡＣＤ・・・・・・・・・・・・・・・・④

②，③，④から、

∠ＡＤＨ＝∠ＡＣＦ・・・・・・・・・・・・・・・・⑤

①，⑤から、２組の角がそれぞれ等しいので、

△ＡＤＨ∽△ＡＣＦ



(3) は、相似な図形や線分の比を用いて三角形の面積を求める問題である。平行線と線分の比、辺の比と三角形の面積比、二等辺三角形の頂角の二等分線などの性質を利用して△ＧＦＣの面積を求めることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。なお、(2) の相似や角の二等分線の性質を利用した次のような別解もある。

【解答例】（別解）

線分ＡＦは∠ＢＡＣの二等分線なので、

ＢＦ：ＦＣ＝ＡＢ：ＡＣ

＝９：６

＝３：２

よって、ＢＣ：ＦＣ＝５：２

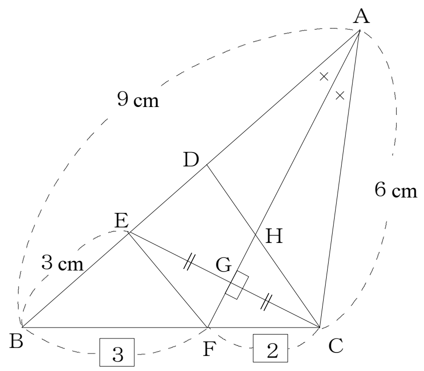
△ＡＦＣ＝$\frac{2}{5}$ △ＡＢＣ　…　①

△ＡＤＨ∽△ＡＣＦから、

ＡＨ：ＡＦ＝ＡＤ：ＡＣ＝４：６＝２：３

よって、ＨＦ：ＡＦ＝１：３

△ＨＦＣ＝$\frac{1}{3}$ △ＡＦＣ　…　②



また、△ＡＥＣは二等辺三角形なので、頂角の二等分線であるＡＧはＥＣの垂直二等分線になる。

よって、∠ＣＧＨ＝∠ＣＧＦ＝90°

ＣＧは共通、∠ＨＣＧ＝∠ＦＣＧなので、１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

△ＣＧＨ≡△ＣＧＦ

よって、ＧＨ＝ＧＦ

△ＧＦＣ＝$\frac{1}{2}$ △ＨＦＣ　…　③

①，②，③より、

△ＧＦＣ＝ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$ ×△ＡＢＣ＝ $\frac{6}{5}$ （cm²）

5 平面図形において、動点と面積の関係を適切にとらえ、解が問題に適しているかを、数学的に表現し説明する問題で、関数関係を見いだし、その変化や対応を説明することができるかをみようとした。

(1)は、 xとyの関係式とxの変域を求める問題である。解答例は以下の通りである。

【解答例】点Ｑが点Ｄに到着するまでの時間は４秒なのでxの変域は$0 \leqq x \leqq 4$である。

このとき、x秒後のＡＰの長さはx、ＡＱの長さはxなので、△ＡＰＱの面積yは

$$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$$

(2)は、△ＡＰＱと△ＡＱＣの面積比が３：１になるときのxの値を求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

点Ｑが辺ＡＤ上にあるとき、$0 \leqq x \leqq 4$

ＡＱを共通の底辺とすると、面積比は高さの比になるので、

△ＡＰＱ：△ＡＱＣ＝ＡＰ：ＤＣ

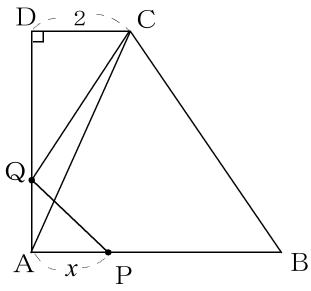
＝ x：２

よって、面積比が３：１になるのは、

３：１＝ x：２

x ＝６

これは問題に適さない。



点Ｑが辺ＤＣ上にあり、点Ｐが点Ｂに到着していないとき、$4 \leqq x \leqq 5$

ＡＤを共通の高さとすると、面積比は底辺の比になるので、

△ＡＰＱ：△ＡＱＣ＝ＡＰ：ＱＣ

＝ＡＰ：（ＡＤ＋ＤＣ）－（ＡＤ＋ＤＱ）

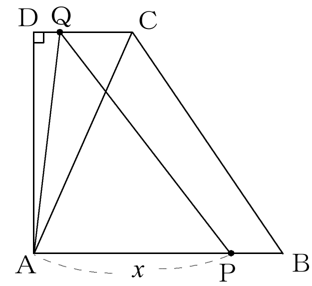
＝ x：（６－x）

よって、面積比が３：１になるのは、

３：１＝ x：（６－x）

３（６－x）＝ x

$x = \frac{9}{2}$ これは問題に適している。



点Ｑが辺ＤＣ上にあり、点Ｐが点Ｂに到着しているとき、$5 \leqq x \leqq 6$

ＡＤを共通の高さとすると、面積比は底辺の比になるので、

△ＡＰＱ：△ＡＱＣ＝ＡＰ：ＱＣ

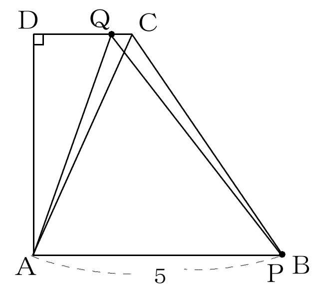
＝５：（６－x）

よって、面積比が３：１になるのは、

３：１＝５：（６－x）

３（６－x）＝５

$x = \frac{13}{3}$ $\frac{13}{3} < 5$ なので問題に適さない。



点Ｑが辺ＣＢ上にあるとき、$6 \leqq x \leqq 11$

ＢＱ、ＣＱを底辺とすると、高さは共通なので

△ＡＰＱ：△ＡＱＣ＝ＢＱ：ＣＱ

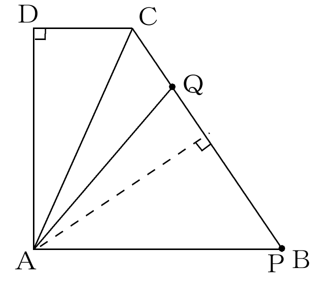
＝(11－x)：(x－６)

よって、面積比が３：１になるのは、

３：１＝(11－x)：(x－６)

３（x－６）＝11－x

$x = \frac{29}{4}$ これは問題に適している。



以上より、 $x = \frac{9}{2}, \frac{29}{4}$

(3)は表現力を問う問題で、△ＡＰＱの面積が台形ＡＢＣＤの面積の半分になるときのxの値を、論理的に考察し説明できるかをみようとした。(1)の結果も用いながら、点Ｐ、Ｑの位置による場合分けが必要となる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

台形ＡＢＣＤの面積は、$\frac{1}{2}\times(2+5)\times 4=14$　であり、その半分は７

点Ｑが辺ＡＤ上にあるとき、$0\leqq x\leqq 4$　であり、

(1)より、$\frac{1}{2}x^2=7$　　$x=\pm\sqrt{14}$

問題に適しているのは　$x=\sqrt{14}$

点Ｑが辺ＤＣ上にあり、点Ｐが点Ｂに到着していないとき、$4\leqq x\leqq 5$　であり、

底辺ＡＰ＝ x 、高さは４なので、 $y=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$

$7=2x$　　$x=\frac{7}{2}$　　$\frac{7}{2}<4$　なので、問題に適さない。

点Ｑが辺ＤＣ上にあり、点Ｐが点Ｂに到着しているとき、$5\leqq x\leqq 6$　であり、

底辺ＡＰ＝ＡＢ＝５ 、高さは４なので、 $y=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$

$y=10$　　なので、 ７ にならない。

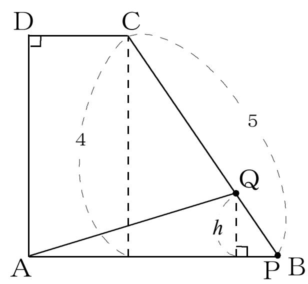
点Ｑが辺ＣＢ上にあるとき、$6\leqq x\leqq 11$ であり、

点Ｑから辺ＡＢにひいた垂線の長さをhとすると、

$\frac{1}{2}\times h\times 5=7$　から　$h=\frac{14}{5}$

h：４＝ＱＢ：５ なので、$\mathrm{QB}=\frac{7}{2}$

よって、$x=\mathrm{AD}+\mathrm{DC}+\mathrm{CB}-\mathrm{QB}=\frac{15}{2}$



したがって、$x=\sqrt{14},\ \frac{15}{2}$