Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点)(%)
1	(1)	4	248	82.9	0	0.0	50	16.7	1	0.3	82.9
	(2)	4	244	81.6	0	0.0	55	18.4	0	0.0	81.6
	(3)	4	260	87.0	4	1.3	34	11.4	1	0.3	87.8
	(4)	4	273	91.3	0	0.0	26	8.7	0	0.0	91.3
	(5)	4	42	14.0	0	0.0	199	66.6	58	19.4	14.0
	(6)	5	87	29.1	0	0.0	188	62.9	24	8.0	29.1
	(7)	5	204	68.2	0	0.0	78	26.1	17	5.7	68.2
	(8)	5	111	37.1	2	0.7	171	57.2	15	5.0	37.7
	(9)	5	184	61.5	0	0.0	101	33.8	14	4.7	61.5
	(10)	5	214	71.6	20	6.7	63	21.1	2	0.7	75.1
2	(1)	6	218	72.9	53	17.7	23	7.7	5	1.7	81.8
	(2)	7	36	12.0	51	17.1	108	36.1	104	34.8	20.2
3	(1)	4	269	90.0	9	3.0	14	4.7	7	2.3	91.5
	(2)	5	94	31.4	21	7.0	66	22.1	118	39.5	35.5
	(3)	4	45	15.1	14	4.7	94	31.4	146	48.8	17.4
4	(1)	5	276	92.3	0	0.0	19	6.4	4	1.3	92.3
	(2)①	6	167	55.9	0	0.0	119	39.8	13	4.3	55.9
	(2)②	6	9	3.0	0	0.0	237	79.3	53	17.7	3.0
5	(1)	6	42	14.0	0	0.0	147	49.2	110	36.8	14.0
	(2)	6	6	2.0	0	0.0	100	33.4	193	64.5	2.0

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が 100 にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1
(1) 文字式の計算（乗法・除法）
(2) 根号をふくむ式の計算
(3) ２次方程式の解き方
(4) 度数分布表から読み取ることができる内容を選ぶ問題
(5) 比例式の解き方
(6) 平行線と線分の比を用いた面積比の求め方
(7) 文字をふくむ座標を用いた一次関数の式の求め方
(8) 回転体の体積の求め方
(9) 円周角の定理を利用した角度の求め方
(10) 複数の箱ひげ図から読み取れることを、数学的な表現を用いて説明する問題

2
(1) 線分の長さの比を用いて、台形の頂点を作図する問題
(2) 三角形の合同と相似を利用した、角が垂直になることの証明

3
(1) 関数の座標の求め方
(2) 線分の長さと比の関係に着目して、条件にあてはまらない理由を説明する問題
(3) 条件に適した２次方程式を立て、その解から x 座標を求める問題

4
(1) 確率の求め方
(2) 場合の数の求め方

$\boxed{5}$　(1) 相似を利用して、容器に残った水の体積を求める問題
(2) 相似や三平方の定理を利用して、床から水面までの高さを求める問題

(3)　所見・解説

$\boxed{1}$　中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$(-6xy^3)\div\left(\frac{3}{2}x^2y\right)\times(-5x)^2=(-6xy^3)\times\frac{2}{3x^2y}\times 25x^2=-100xy^2$$

(2)は、式の値を求める問題である。 x や y の値を直接代入せず、因数分解してから代入することで、計算が簡便になる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$xy-x-y+1=x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)$
$x-1=\sqrt{2},\ y-1=\sqrt{2}-2$ から $(x-1)(y-1)=\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)=2-2\sqrt{2}$

(3)は、２次方程式を解く問題である。$x-1=X$ とおくと、与えられた式は $5X^2+3X-1=0$ となるので、直接展開するよりも、計算が簡便になる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$x-1=X$ とおくと、$5X^2+3X-1=0$

これを解くと、$X=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$

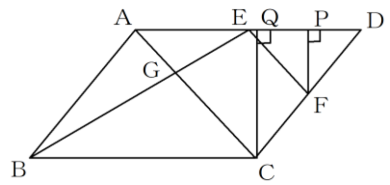
したがって、$x-1=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$ から $x=\frac{7\pm\sqrt{29}}{10}$

(4)は、度数分布表から読み取ることができる内容を選ぶ問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(5)は、１辺を８cmとする正三角形を x 個かいたとき、かげをつけた重なる部分と重ならない部分の面積比から、 x の値を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、平行線と線分の比を用いて、三角形の面積比を求める問題である。三角形の面積比を、高さや底辺の比におきかえ、平行線と線分の比を利用して求めることができるかをみようとした。誤答としては、２、$\frac{3}{2}$ が多かった。△ＡＢＧと△ＤＥＦの面積比を、△ＡＢＥと△ＤＥＦの面積比や△ＡＢＥと△ＡＢＧの面積比として考えたためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



△ＡＢＥと△ＤＥＦの面積比は、ＤＥ＝ＥＡから、高さの比ＣＱ：ＦＰになる。
ＣＱ：ＦＰ＝ＤＣ：ＤＦ＝２：１ から
△ＡＢＥ：△ＤＥＦ＝２：１ ・・・①
△ＡＢＧと△ＡＢＥについて、それぞれ底辺をＢＧ、ＢＥとしたとき高さが同じであるから、面積比は底辺の比ＢＧ：ＢＥになる。
ＢＧ：ＥＧ＝ＢＣ：ＥＡ＝２：１ より ＢＧ：ＢＥ＝２：３ であるから
△ＡＢＧ：△ＡＢＥ＝２：３ ・・・②
①、②から、△ＡＢＧ：△ＤＥＦ＝４：３
したがって、△ＡＢＧの面積は△ＤＥＦの面積の $\frac{4}{3}$ 倍になる。

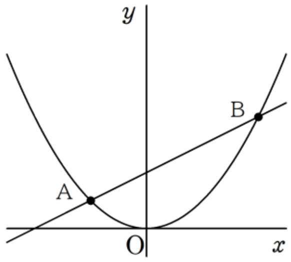
(7)は、文字を含む座標を用いた一次関数の式を求める問題である。定数 a の値を求めてから、一次関数の式を正しく求めることができるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

【解答例】

２点Ａ、Ｂの座標を、a を用いてそれぞれ表すと Ａ$(-2,\ 4a)$、Ｂ$(4,\ 16a)$ になる。２点Ａ、Ｂを通る一次関数のグラフの傾きが $\frac{1}{2}$ から、$\frac{16a-4a}{4-(-2)}=\frac{1}{2}$

すなわち $2a=\frac{1}{2}$　これを解くと、$a=\frac{1}{4}$

よって、２点 Ａ、Ｂを通る一次関数のグラフは、傾きが $\frac{1}{2}$ で点Ｂ$(4,\ 4)$ を通る直線となる。



$y=\frac{1}{2}x+b$ とおき、$x=4,\ y=4$ を代入すると $4=\frac{1}{2}\times 4+b$ これを解くと、$b=2$

したがって、２点 Ａ、Ｂを通る一次関数の式は $y=\frac{1}{2}x+2$

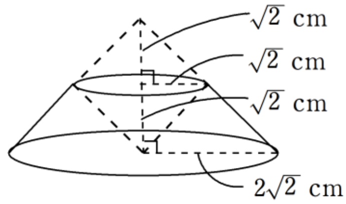
(8)は、△ＡＢＣを、直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体の体積を求める問題である。与えられた平面図形を回転軸のまわりに１回転させてできる立体を正しく把握し、その体積を求めることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

求める立体の体積は、底面の半径が $2\sqrt{2}$ cm、高さが $2\sqrt{2}$ cm の円錐の体積から、底面の半径が $\sqrt{2}$ cm、高さが $\sqrt{2}$ cm の円錐の体積の２倍を引いたものであるから、

$(2\sqrt{2})^2\times\pi\times 2\sqrt{2}\times\frac{1}{3}-(\sqrt{2})^2\times\pi\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3}\times 2=4\sqrt{2}\pi$

したがって、求める立体の体積は $4\sqrt{2}\pi$ cm³



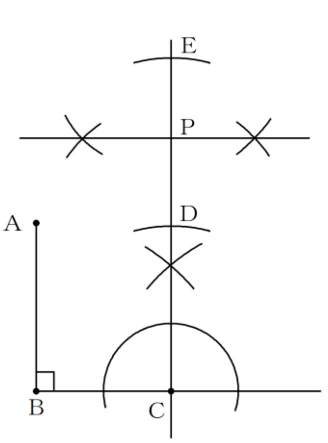
(9)は、円周角の定理を利用して、角度を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(10)は、複数の箱ひげ図から読み取れることを、数学的な表現を用いて説明する問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{2}$　「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用し、数学的に表現することができるかをみようとした。

(1)は、線分ＡＣが対角線となり、ＡＢ∥ＰＣ、ＡＢ：ＰＣ＝２：３（以下、条件とする）であるような台形ＡＢＣＰの頂点Ｐを作図する問題である。条件を正しく理解し、平行や線分の長さをコンパスと定規を使って作図することができるかをみようとした。誤答としては、点Ｃを通る、半直線ＢＣの垂線をかいたり、線分ＡＢの垂直二等分線をかいたりしたものが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



［手順］
① 半直線ＢＣをひく。
② 点Ｃを通る、①の垂線をひく。
③ 点Ｃを中心として、半径が線分ＡＢの長さとなる円弧をかき、②の垂線との交点をＤとする。
④ 点Ｄを中心として、半径が線分ＡＢの長さとなる円弧をかき、②の垂線との交点をＥとする。
⑤ 線分ＥＤの垂直二等分線をひき、②の垂線との交点をＰとする。

［解説］

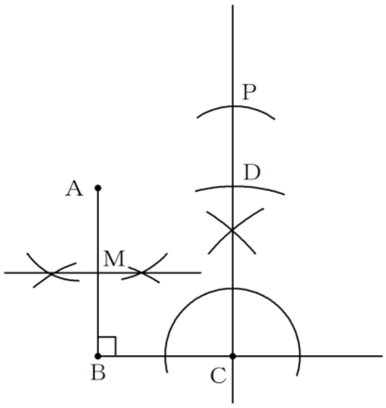
②から ＡＢ∥ＰＣ、また、③～⑤から

ＡＢ：ＰＣ＝ＡＢ：（ＰＤ＋ＤＣ）

＝ＡＢ：（ $\frac{1}{2}$ＡＢ＋ＡＢ ）＝２：３

したがって、点Ｐは条件を満たす。

【別解例】



［手順］

① 半直線ＢＣをひく。
② 点Ｃを通る、①の垂線をひく。
③ 線分ＡＢの垂直二等分線をひき、線分ＡＢとの交点をＭとする。
④ 点Ｃを中心として、半径が線分ＡＢの長さとなる円弧をかき、②の垂線との交点をＤとする。
⑤ 点Ｄを中心として、半径が線分ＡＭの長さとなる円弧をかき、②の垂線との交点をＰとする。

［解説］

②から ＡＢ∥ＰＣ、また、③～⑤から

ＡＢ：ＰＣ＝ＡＢ：（ＰＤ＋ＤＣ）

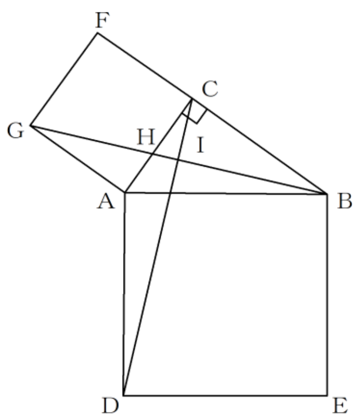
＝ＡＢ：（ $\frac{1}{2}$ＡＢ＋ＡＢ ）＝２：３

したがって、点Ｐは条件を満たす。

(2)は、数学的な知識及び技能を活用し、∠ＣＩＨ＝90°であることを証明する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

△ＡＣＤと△ＡＧＢにおいて
仮定から、ＡＣ＝ＡＧ・・・・・・・・・・①
ＡＤ＝ＡＢ・・・・・・・・・・②
∠ＣＡＤ＝∠ＣＡＢ＋∠ＢＡＤ
＝∠ＣＡＢ＋90°
∠ＧＡＢ＝∠ＧＡＣ＋∠ＣＡＢ
＝90°＋∠ＣＡＢ　から、
∠ＣＡＤ＝∠ＧＡＢ・・・・・・・・・・③
①、②、③から、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ＡＣＤ≡△ＡＧＢ･･･ ④
△ＡＧＨと△ＩＣＨにおいて
④から、∠ＡＧＨ＝∠ＩＣＨ・・・・・・⑤
∠ＧＨＡ＝∠ＣＨＩ・・・・・・⑥
⑤、⑥から、２組の角がそれぞれ等しいので、
△ＡＧＨ∽△ＩＣＨ
したがって、∠ＧＡＨ＝∠ＣＩＨ＝90°



$\boxed{3}$ 関数や方程式に関する問題で、観察や操作などの活動を通して、与えられた【問題】に対して見通しをもって論理的に考察し、表現することができるかをみようとした。

(1)は、点Ｑと点Ｒの y 座標をそれぞれ求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、線分の長さの比に着目して、$3 < t \leqq 5$ の場合、ＰＱ：ＰＲ＝４：３は、ＰＱ：ＲＱ＝４：１という条件にあてはまらない理由を説明する問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(3)は、条件に適した２次方程式を立て、その解から点Ｐの x 座標を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{4}$ 知識・技能を活用して課題を解決する問題で、観察や操作、実験などの活動を通して、確率や場合の数について、見通しをもって考察し、落ちや重なりがないように数え上げ表現することができるかをみようとした。

(1)は、硬貨を２回投げたときに、操作が終了する確率を求める問題である。操作が終了するときの場合の数を正しく数え、確率を求めることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

表が出て頂点２つ分進むことを＊２、裏が出て頂点１つ分進むことを＊１と表す。このとき、硬貨を２回投げて操作が終了する場合の数は、１回目、２回目ともに＊２となるときだけであるので、１通りである。

よって、硬貨を２回投げたときの点Ｐの進み方は全部で４通りあるので、求める確率は $\frac{1}{4}$

(2)①は、点Ｐが正方形ＡＢＣＤをちょうど１周したところで、操作が終了する場合の数を求める問題である。樹形図等を用いて、操作が終了するときの場合の数を正しく数えることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

点Ｐが正方形ＡＢＣＤをちょうど１周したところで、操作が終了する場合の数は、点Ｐが１周目でＡにはじめて止まる場合の数と同じである。

よって、これを数えると右図のようになるので、５通り

1回目　2回目　3回目　4回目

＊2―＊2

＊2―＊1―＊1

＊1―＊2―＊1

＊1―＊1―＊2

＊1―＊1―＊1―＊1

(2)②は、点Ｐが正方形ＡＢＣＤをちょうど２周したところで、操作が終了する場合の数を求める問題である。樹形図等を用いて、操作が終了するときの場合の数を正しく数えることができるかをみようとした。誤答としては、５通りや 10 通りなどが多かった。２周目も１周目と同じ繰り返しと考えたり、２周目は１周目の場合の数との和と考えたりしたためだと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

点Ｐが正方形ＡＢＣＤをちょうど２周したところで、操作が終了する場合の数は、点Ｐが１周目ではＡに止まらず、２周目でＡにはじめて止まる場合の数と同じである。すなわち、１周目の最後で点Ｄに止まってから、２周目のはじめで点Ｂに止まり、２周目の最後で点Ａに止まる場合の数と同じになる。

よって、これを数えると右図のようになるので、９通り

1回目　2回目　3回目　4回目　5回目　6回目　7回目

＊2―＊1―＊2＜＊2―＊1
　　　　　　　＊1＜＊2
　　　　　　　　　＊1―＊1

＊1―＊2―＊2＜＊2―＊1
　　　　　　　＊1＜＊2
　　　　　　　　　＊1―＊1

＊1―＊1―＊1―＊2＜＊2―＊1
　　　　　　　　　＊1＜＊2
　　　　　　　　　　　＊1―＊1

5　空間図形や平面図形に関する問題で、観察や操作などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、容器に残っている水の体積を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、相似や三平方の定理を利用して、床から水面までの高さを求める問題である。相似となる三角形が複数ある中から、適切な２つの三角形に着目して、ＰＱの長さを求めることができるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

【解答例】

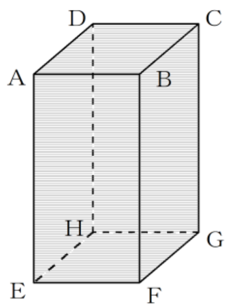


図１

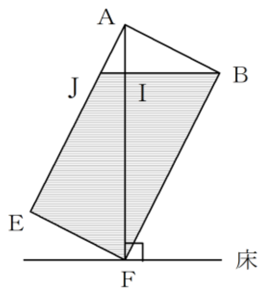


図２

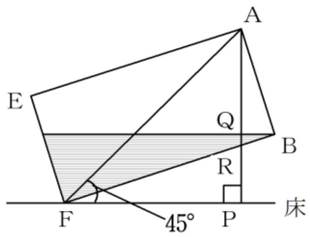


図３

△ＡＦＢにおいて、三平方の定理から、

ＡＦ＝$\sqrt{6^2+12^2}$＝$6\sqrt{5}$

△ＡＦＰは直角二等辺三角形であるから、

ＦＰ＝ＡＰ＝ＡＦ×$\frac{1}{\sqrt{2}}$＝$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$＝$3\sqrt{10}$

ここで、線分ＡＰと線分ＦＢとの交点をＲとすると、△ＡＲＢ∽△ＦＲＰから相似比は

ＡＲ：ＦＲ＝ＡＢ：ＦＰ＝$2:\sqrt{10}$

ＡＲ＝ x とすると　x ：ＦＲ＝$2:\sqrt{10}$　から、

ＦＲ＝$\frac{\sqrt{10}}{2}x$

これから、ＲＢ＝ＦＢ－ＦＲ＝$12-\frac{\sqrt{10}}{2}x$

また、ＲＢ ： ＲＰ＝$2:\sqrt{10}$ から、

ＲＰ＝$\frac{\sqrt{10}}{2}$ＲＢ＝$\frac{\sqrt{10}}{2}(12-\frac{\sqrt{10}}{2}x)$＝$6\sqrt{10}-\frac{5}{2}x$

よって、ＡＰ＝ＡＲ＋ＲＰ＝$3\sqrt{10}$ から、$x+(6\sqrt{10}-\frac{5}{2}x)=3\sqrt{10}$

これを解くと、x＝$2\sqrt{10}$　すなわち、ＡＲ＝$2\sqrt{10}$

さらに、△ＡＲＢ∽△ＡＢＱから相似比は　ＡＲ：ＡＢ＝$2\sqrt{10}$：6＝$\sqrt{10}$：3

ＡＢ：ＡＱ＝ＡＲ：ＡＢ＝$\sqrt{10}$：３から、ＡＱ＝ＡＢ×$\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{18}{\sqrt{10}}$＝$\frac{9\sqrt{10}}{5}$

したがって、ＰＱ＝ＡＰ－ＡＱ＝$3\sqrt{10}-\frac{9\sqrt{10}}{5}=\frac{6\sqrt{10}}{5}$

以上より、正答は $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ cm