Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

３　数学

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	289	96.7	0	0.0	10	3.3	0	0.0	96.7
	(2)	4	272	91.0	0	0.0	27	9.0	0	0.0	91.0
	(3)	4	243	81.3	0	0.0	54	18.1	2	0.7	81.3
	(4)	4	268	89.6	0	0.0	27	9.0	4	1.3	89.6
	(5)	4	260	87.0	0	0.0	35	11.7	4	1.3	87.0
	(6)	4	267	89.3	0	0.0	23	7.7	9	3.0	89.3
	(7)	4	252	84.3	9	3.0	29	9.7	9	3.0	85.8
	(8)	4	244	81.6	0	0.0	40	13.4	15	5.0	81.6
	(9)	4	151	50.5	0	0.0	121	40.5	27	9.0	50.5
	(10)	4	66	22.1	0	0.0	199	66.6	34	11.4	22.1
	(11)	4	100	33.4	0	0.0	173	57.9	26	8.7	33.4
	(12)	4	146	48.8	0	0.0	152	50.8	1	0.3	48.8
	(13)	4	202	67.6	0	0.0	76	25.4	21	7.0	67.6
	(14)	4	126	42.1	1	0.3	149	49.8	23	7.7	42.2
	(15)	4	12	4.0	0	0.0	200	66.9	87	29.1	4.0
	(16)	5	140	46.8	33	11.0	96	32.1	30	10.0	52.8
2	(1)	6	131	43.8	46	15.4	89	29.8	33	11.0	50.7
	(2)	6	81	27.1	109	36.5	54	18.1	55	18.4	40.0
3	(1)	4	118	39.5	8	2.7	110	36.8	63	21.1	40.8
	(2)	5	24	8.0	8	2.7	62	20.7	205	68.6	9.6
	(3)	4	2	0.7	2	0.7	114	38.1	181	60.5	0.9
4	(1)	6	17	5.7	0	0.0	174	58.2	108	36.1	5.7
	(2)	4	3	1.0	0	0.0	176	58.9	120	40.1	1.0

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が 100 にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1　(1) 文字式の計算（加法・減法）
(2) 正の数と負の数の計算
(3) 文字式の計算（乗法・除法）
(4) １次方程式の解き方
(5) 根号をふくむ式の計算
(6) 因数分解
(7) 連立方程式の解き方
(8) ２次方程式の解き方
(9) 一次関数の式の求め方
(10) 円周角の定理を利用した角度の求め方
(11) 平行線と線分の比を用いた面積比の求め方
(12) 度数分布表から読み取ることができる内容を選ぶ問題
(13) 確率の求め方
(14) 回転体の体積の求め方
(15) 比例式の解き方
(16) 複数の箱ひげ図から読み取れることを、数学的な表現を用いて説明する問題

$\boxed{2}$　(1) 線分の長さの比を用いて、台形の頂点を作図する問題
(2) 三角形の合同の証明

$\boxed{3}$　(1) 関数の座標の求め方
(2) 線分の長さと比の関係に着目して、条件にあてはまらない理由を説明する問題
(3) 条件に適した２次方程式を立て、その解から x 座標を求める問題

$\boxed{4}$　(1) 相似を利用して、容器に残った水の体積を求める問題
(2) 相似や三平方の定理を利用して、床から水面までの高さを求める問題

(3)　所見・解説

$\boxed{1}$　中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字を用いた式の加法・減法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$5x-3x=2x$

(2)は、正の数と負の数の四則演算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$2\times(-4)-1=-8-1=-9$

(3)は、単項式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$6x^2y\times 12y\div 4x=\frac{6x^2y\times 12y}{4x}=18xy^2$

(4)は、１次方程式を解く問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{aligned}5x-6x&=-3+7\\ -x&=4\\ x&=-4\end{aligned}$$

(5)は、平方根をふくむ式の計算で、根号の中を簡単にしてから、和を計算する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$\sqrt{12}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(6)は、因数分解の問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$x^2-x-72=(x-9)(x+8)$

(7)は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{cases}6x-y=10 & \cdots① \\ 4x+3y=-8 & \cdots②\end{cases}$$

①$\times 3+$② より　$22x=22$　これを解くと、$x=1$

①に $x=1$ を代入すると、$6-y=10$

$$\begin{aligned}-y&=4\\ y&=-4\end{aligned}$$

したがって、$x=1,\ y=-4$

(8)は、２次方程式を解く問題である。解の公式を使って解く。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$2x^2+7x+1=0$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times2\times1}}{2\times2}$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$$

(9)は、直線の傾きと通る点が与えられたときの一次関数の式を求める問題である。誤答としては、$y=\frac{4}{3}x+2$ が多かった。直線の傾きと切片を取り違え、$y=ax+2$ とした式に、$x=-3,\ y=-2$ を代入して、a の値を求めたためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

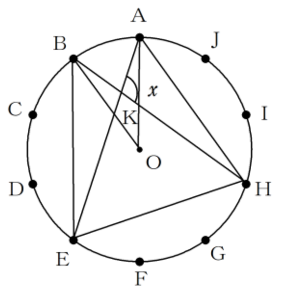
一次関数の式を $y=2x+b$ とおく。点 $(-3,\ -2)$ を通るので、

$-2=2\times(-3)+b$　これを解くと、$b=4$

したがって、$y=2x+4$

(10)は、円周角の定理を利用して、角度を求める問題である。円周角の定理の「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは、中心角の大きさの半分である」を利用して、角度を求めることができるかをみようとした。誤答としては、120°が多かった。△ＫＥＨを正三角形と考え、∠ＨＫＥ＝60°にしたためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



$\overset{\frown}{\text{AB}}$ に対する中心角は、∠ＢＯＡ＝360°÷10＝36°

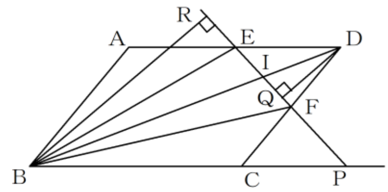
これから、$\overset{\frown}{\text{AB}}$ に対する円周角は、∠ＢＨＡ＝36°÷2＝18°

また、$\overset{\frown}{\text{EH}}$に対応する円周角は、∠ＥＡＨ＝18°×3＝54°

したがって、△ＡＫＨにおいて、三角形の内角の和は180° であるから　∠ＡＫＨ＝180°－(18°＋54°)＝108°

(11)は、平行線と線分の比を用いて、三角形の面積比を求める問題である。三角形の面積比を高さの比におきかえ、平行線と線分の比を利用して求めることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



△ＥＢＦと△ＤＥＦの面積比は、底辺がＥＦで共通であるから、高さの比ＢＲ：ＤＱになる。

線分ＢＤと線分ＥＦとの交点をＩとすると

ＢＲ：ＤＱ＝ＢＩ：ＤＩ＝ＢＰ：ＤＥ

ここで、ＤＥ＝ＡＥ＝ＣＰ から ＢＰ＝ＢＣ＋ＣＰ＝ＡＤ＋ＤＥ＝３ＤＥ

したがって、ＢＲ：ＤＱ＝３：１から　△ＥＢＦ：△ＤＥＦ＝３：１

以上より、△ＥＢＦの面積は△ＤＥＦの面積の３倍になる。

(12)は、度数分布表から読み取ることができる内容を選ぶ問題である。中央値、相対度数、最頻値、累積相対度数について正しく理解しているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

アは、間違い

理由：中央値は 10 番目と 11 番目のデータの平均であり、データの 10 番目と 11 番目があるのは、12 冊以上 16 冊未満であるから。

イは、間違い

理由：８冊以上 12 冊未満の階級の相対度数は 4÷20＝0.2 であるから。

ウは、間違い

理由：最頻値は、度数が最大となる階級（12 冊以上 16 冊未満）の階級値となるから。

エは、正しい

理由：12 冊以上 16 冊未満の階級の累積相対度数は、(2+3+4+8)÷20＝0.85

以上より、正答は **エ**

(13)は、１から６までの目が出る大小２つのさいころを１回投げて、$10x+y$ が７の倍数になる確率を求める問題である。さいころの目が１から６までの数であることを利用して、$10x+y$ が７の倍数になる場合の数を正しく数えることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

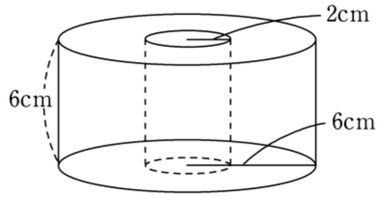
大小２つのさいころの目の出かたは、$6\times6=36$ 通りある。

そのうち、$10x+y$ が７の倍数になるのは、さいころの目の数が１から６のいずれかの数より、14、21、35、42、56、63 の６通りである。

したがって、求める確率は $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(14)は、長方形ＡＢＣＤを、直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体の体積を求める問題である。与えられた平面図形を回転軸のまわりに１回転させてできる立体を正しく把握し、その体積を求めることができるかをみようとした。誤答としては、64πcm³が多かった。底面を半径４cm、高さを６cm とする円柱の体積から、底面を半径４cm、高さを２cm とする円柱の体積を引いたためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



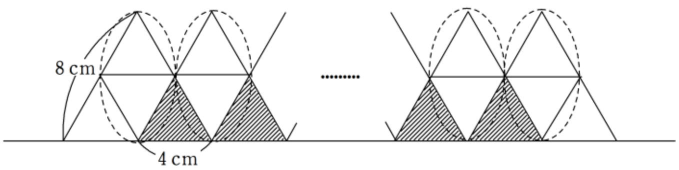
求める立体の体積は、底面の半径を６cm、高さを６cm とする円柱の体積から、底面の半径を２cm、高さを６cm とする円柱の体積を引いたものになるので、

$6^2\times\pi\times6-2^2\times\pi\times6=192\pi$

したがって、求める立体の体積は 192πcm³

(15)は、１辺を８cm とする正三角形を x 個かいたとき、かげをつけた重なる部分と重ならない部分の面積比から、x の値を求める問題である。重なる部分と重ならない部分の面積比を、１辺を４cm とする正三角形の個数の比にした式を立て、それを解くことができるかをみようとした。誤答としては、５、７、２が多かった。重なる部分と重ならない部分の面積比と、１辺を４cm とする正三角形の個数の比の関係に気づきにくかったためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



１辺の長さを４cm とする正三角形の個数について、重なる部分は右図より $(x-1)$ 個、重ならない部分は点線で囲んだところが $2x$ 個、囲まずに残ったところが始めと終わりに１個ずつあるので、合計で $(2x+2)$ 個である。

この比が２：５であることから、$(x-1):(2x+2)=2:5$　すなわち $5(x-1)=2(2x+2)$

これを解くと、$x=9$

(16)は、複数の箱ひげ図から読み取れることを、数学的な表現を用いて説明する問題である。期間①の箱ひげ図と期間②の箱ひげ図を比較し、期間①より期間②の方が、桜の開花日が早くなっていると考えられる理由を、数学的な表現を用いて説明できるかをみようとした。誤答としては、期間①と期間②のどちらの第１四分位数と第３四分位数が小さいのか明確でないものや、期間②の方が期間①より中央値が小さいといったものが多かった。解答例は、以下の通りである。

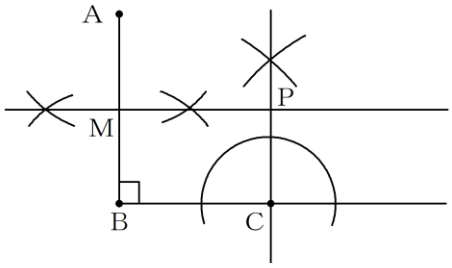
【解答例】

期間①より期間②の方が、第１四分位数、第３四分位数ともに基準日に近い

$\boxed{2}$　「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用し、数学的に表現することができるかをみようとした。

(1)は、線分ＡＣが対角線となり、ＡＢ∥ＰＣ、ＡＢ：ＰＣ＝２：１（以下、条件とする）であるような台形ＡＢＣＰの頂点Ｐを作図する問題である。条件を正しく理解し、平行や線分の長さをコンパスと定規を使って作図することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



［手順］
① 半直線ＢＣをひく。
② 点Ｃを通る、①の垂線をひく。
③ 線分ＡＢの垂直二等分線をひき、②の垂線との交点をＰとする。

［解説］

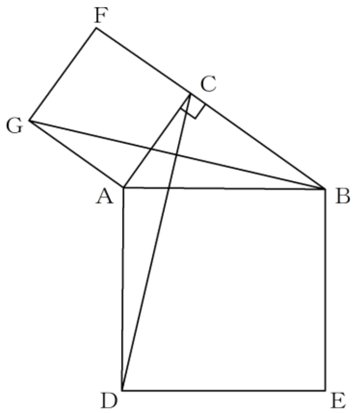
②から ＡＢ∥ＰＣ また、③から 線分ＡＢの中点をＭとすると、ＭＰ∥ＢＣ、∠ＢＭＰ＝90° から四角形ＢＣＰＭは長方形である。また、③と四角形ＢＣＰＭが長方形からＡＢ：ＰＣ＝ＡＢ：ＭＢ＝２：１

したがって、点Ｐは条件を満たす。

⑵は、数学的な知識及び技能を活用し、２つの三角形が合同であることを証明する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

△ＡＣＤと△ＡＧＢにおいて
仮定から、ＡＣ＝ＡＧ・・・・・・・・・・①
　　　　　ＡＤ＝ＡＢ・・・・・・・・・・②
∠ＣＡＤ＝∠ＣＡＢ＋∠ＢＡＤ
　　　　＝∠ＣＡＢ＋90°
∠ＧＡＢ＝∠ＧＡＣ＋∠ＣＡＢ
　　　　＝90° ＋∠ＣＡＢ　から、
∠ＣＡＤ＝∠ＧＡＢ・・・・・・・・・・③
①、②、③から、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ＡＣＤ≡△ＡＧＢ



3　関数や方程式に関する問題で、観察や操作などの活動を通して、与えられた【問題】に対して見通しをもって論理的に考察し、表現することができるかをみようとした。

⑴は、点Ｑと点Ｒの y 座標をそれぞれ求める問題である。誤答としては、**ア** $y=xt$、**イ** $y=\frac{t}{3}x^2$ が多かった。解答例は以下の通りである。

【解答例】

直線 $y=x$ と放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=t$ をそれぞれ代入すればよいので、正答は

ア t　**イ** $\frac{1}{3}t^2$

⑵は、線分の長さの比に着目して、$3<t\leqq5$ の場合、ＰＱ：ＰＲ＝４：３は、ＰＱ：ＲＱ＝４：１という条件にあてはまらない理由を説明する問題である。２点Ｑ、Ｒの位置関係から条件にあてはまらない理由を説明できるかをみようとした。誤答としては、$t=4,\ 5$ のような特定の t の値における、点Ｑの y 座標と点Ｒの y 座標を比べ、ＰＱ：ＰＲ＝４：３にはならないという解答が多かった。解答例は以下の通りである。

【解答例】

$3<t\leqq5$ の場合、点Ｒは点Ｑよりも y 座標が大きくなるので、線分ＰＲは線分ＰＱよりも長くなる。よって、線分ＰＲが線分ＰＱよりも短い比を表すＰＱ：ＰＲ＝４：３は、ＰＱ：ＲＱ＝４：１という条件にあてはまらない。

以上より、正答は「点Ｒの y 座標が、点Ｑの y 座標より大きくなるから。」

(3)は、条件に適した２次方程式を立て、その解から点Ｐの x 座標を求める問題である。$0<t<3$ と $3<t\leqq 5$ の２つの場合から、適切な解を求めることができるかをみようとした。誤答としては、$x=\frac{9}{4}$, 4 が多かった。$0<t<3$ の場合はＰＱ：ＰＲ＝４：３であることに気づきやすかったが、$3<t\leqq 5$ の場合はＰＱ：ＰＲ＝４：５であることに気づきにくかったためと思われる。解答例は以下の通りである。

【解答例】

① $0<t<3$ のとき

ＰＱ：ＰＲ＝４：３より、$t:\frac{1}{3}t^2=4:3$ であるから、$\frac{4}{3}t^2=3t$

すなわち、$4t^2-9t=t(4t-9)=0$ 　$0<t<3$ から、$t=\frac{9}{4}$

② $3<t\leqq 5$ のとき

ＰＱ：ＰＲ＝４：５より、$t:\frac{1}{3}t^2=4:5$ であるから、$\frac{4}{3}t^2=5t$

すなわち、$4t^2-15t=t(4t-15)=0$ 　$3<t\leqq 5$ から、$t=\frac{15}{4}$

①、②から、求める点Ｐの x 座標は、$x=\frac{9}{4}$, $\frac{15}{4}$

$\boxed{4}$ 空間図形や平面図形に関する問題で、観察や操作などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、容器に残っている水の体積を求める問題である。こぼした水の体積に着目して、容器に残っている水の体積を求めることができるかをみようとした。また相似を利用して、こぼした水の体積を正しく求めることができるかをみようとした。誤答としては、360 cm^3 や 396 cm^3 が多かった。２つの相似な三角形である△ＡＦＢと△ＪＢＡに着目してＡＪの長さを求めることに気づきにくかったためと思われる。解答例は以下の通りである。

【解答例】

ＦＢ＝12、ＢＡ＝６と△ＡＦＢ∽△ＪＢＡから、ＦＢ：ＢＡ＝ＢＡ：ＡＪ＝２：１

これを解くと、ＡＪ＝３

こぼした水の体積は、図１、図２から底面を△ＪＢＡ、高さをＢＣとした三角柱の体積と等しいので、６×３×$\frac{1}{2}$×６＝54

したがって、容器に残っている水の体積は、６×６×12－54＝378

以上より、正答は 378cm^3

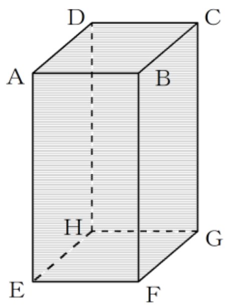


図１

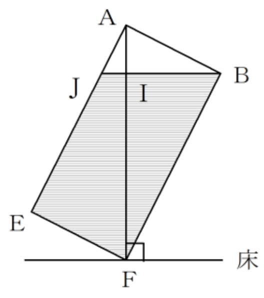


図２

(2)は、相似や三平方の定理を利用して、床から水面までの高さを求める問題である。相似となる三角形が複数ある中から、適切な２つの三角形に着目して、ＦＩの長さを求めることができるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

【解答例】

△ＡＦＢ∽△ＢＦＩ から ＡＦ：ＦＢ＝ＢＦ：ＦＩ

ＦＢ＝12、三平方の定理から ＡＦ＝$\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}$

$6\sqrt{5}:12=12:$ＦＩ から $6\sqrt{5}$ＦＩ＝144

ＦＩについて解くと、ＦＩ＝$\frac{24\sqrt{5}}{5}$

以上より、正答は $\frac{24\sqrt{5}}{5}$ cm