Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	228	75.2	0	0.0	75	24.8	0	0.0	75.2
	(2)	4	228	75.2	0	0.0	62	20.5	13	4.3	75.2
	(3)	4	257	84.8	1	0.3	44	14.5	1	0.3	84.9
	(4)	4	279	92.1	0	0.0	24	7.9	0	0.0	92.1
	(5)	4	254	83.8	0	0.0	48	15.8	1	0.3	83.8
	(6)	4	111	36.6	0	0.0	154	50.8	38	12.5	36.6
	(7)	4	146	48.2	61	20.1	89	29.4	7	2.3	57.3
	(8)	5	222	73.3	0	0.0	44	14.5	37	12.2	73.3
	(9)	5	136	44.9	7	2.3	144	47.5	16	5.3	45.5
	(10)	6	117	38.6	28	9.2	131	43.2	27	8.9	43.6
2	(1)	6	80	26.4	106	35.0	94	31.0	23	7.6	42.6
	(2)	7	71	23.4	200	66.0	21	6.9	11	3.6	51.9
3	(1)	4	221	72.9	51	16.8	21	6.9	10	3.3	81.1
	(2)	5	158	52.1	36	11.9	28	9.2	81	26.7	57.4
4	(1)	5	257	84.8	0	0.0	41	13.5	5	1.7	84.8
	(1)①	6	47	15.5	140	46.2	74	24.4	42	13.9	39.9
	(2)②	6	11	3.6	22	7.3	73	24.1	197	65.0	7.1
5	(1)	4	161	53.1	0	0.0	114	37.6	28	9.2	53.1
	(2)	7	14	4.6	26	8.6	48	15.8	215	71.0	8.3
	(3)	6	1	0.3	0	0.0	66	21.8	236	77.9	0.3

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1
(1)文字式の計算
(2)根号を含む式の計算
(3)２次方程式の解き方
(4)標本調査を選択する問題
(5)確率の求め方
(6)三平方の定理を利用した球の切り口の面積の求め方
(7)展開図をもとにした辺や頂点の数の求め方
(8)連立方程式を利用する問題
(9)関数$y=2x^2$の変域
(10)ヒストグラムや箱ひげ図の基本的な性質を、数学的な表現を用いて説明する問題

2
(1)日常の事象を数学的に解釈し、回転の中心を作図する問題
(2)平行四辺形の性質を利用した、三角形の合同の証明

3
(1)自然数の逆数に関して，具体例や反例をあげる問題
(2)循環小数の性質を利用した数の求め方

4
(1)関数のグラフの概形と係数の関係
(2)グラフの対称性を利用した、台形の面積の変化と回転体の体積の求め方

$\boxed{5}$ (1)展開図を利用した最短距離の求め方

(2)直方体を切ったときにできる立体の体積の求め方

(3)球と平面が接する条件の求め方

（３）所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$10xy^2 \times \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 \div (-5y^2) = 10xy^2 \times \frac{4x^2y^2}{9} \times \left(-\frac{1}{5y^2}\right) = -\frac{8x^3y^2}{9}$$

(2)は、式の値を求める問題である。この問題はxやyの値を直接代入せず、因数分解してから代入することで、計算が簡便になる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】　（与式）$= xy(x^2 - y^2) = xy(x+y)(x-y)$ なので、

・ $xy = (3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7}) = 9-7 = 2$

・ $x+y = (3+\sqrt{7})+(3-\sqrt{7}) = 6$

・ $x-y = (3+\sqrt{7})-(3-\sqrt{7}) = 2\sqrt{7}$ 　を代入して、

（与式）$= 2 \times 6 \times 2\sqrt{7} = 24\sqrt{7}$

(3)は、二次方程式を解く問題である。与えられた式を展開し、解の公式を利用する方法もあるが、やや煩雑である。そこで、$5x-2=X$ とおくと、与えられた式は $X^2-2X-3=0$ となるので、因数分解を用いて二次方程式を解くと計算がしやすくなる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】　$5x-2=X$ とおくと、

$X^2-2X-3=0$

$(X+1)(X-3)=0$

$X=-1,\ 3$

よって、

$5x-2=-1$ 　または　 $5x-2=3$

したがって、

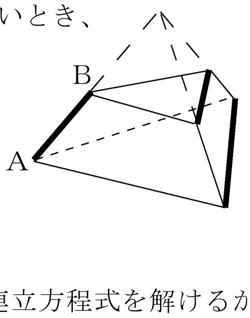
$x=\frac{1}{5},\ 1$

(4)は、さまざまな調査について、標本調査を行うことが適切なものを選ぶ問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(5)は、硬貨を投げた際の確率を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、三平方の定理を利用して、切り口の面積を求める問題である。誤答としては、9πが多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(7)は、展開図をもとに、立体の頂点や辺の数などを求める問題である。展開図を組み立ててできる立体を考察できるかみようとした。２直線が平行でなく、交わらないとき、その２直線はねじれの位置にあるので、注意してほしい。
解答例は、以下の通りである。



【解答例】展開図を組み立ててできる立体は、右の図のような三角錐から相似な三角錐を切り取った立体になる。

図から、頂点は６個、辺の数は９本であり、辺ＡＢとねじれの位置になる辺の数は、太線で示した２本である。

(8)は、連立方程式を利用する問題である。条件を方程式で表し、その連立方程式を解けるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】Ｘの百の位の数をx、一の位の数をyとすると、各位の数の和が15より、

$x+7+y=15$ ･･･① 　これを変形して、 $x+y=8$ ･･･①’

また、$\mathrm{X}=100x+70+y$ 、$\mathrm{Y}=100y+70+x$ となるので、$\mathrm{X}-\mathrm{Y}=396$ 　より、

$(100x+70+y)-(100y+70+x)=396$ ･･･② 　これを整理して、両辺を99で割ると、

$x-y=4$ ･･･②’

$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots①' \\ x-y=4 & \cdots②' \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、 $x=6$， $y=2$

したがって、求める３けたの整数Ｘは672

(9)は、関数 $y = 2x^2$について、yの変域をもとにxの変域を求める問題である。グラフの概形と変域との関係を適切に把握できるかをみようとした。aの解としては、$x = a$のとき最大値となる解と$x = a + 4$のとき最大値となる解の２つの場合があることに注意が必要である。誤答として、$a = -1,\ -7$ が多かった。$x = a + 4$ のときの最大値だけを考え、$2(a + 4)^2 = 18$より $a = -1,\ -7$と答えたためと思われる。求めた値が問題に適しているか見直してほしい。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

① $x = a$ のときに
$y = 18$とすると、
$2a^2 = 18$ より、
$a = \pm 3$
図１より、$a < 0$
なので、問題に適するのは、$a = -3$

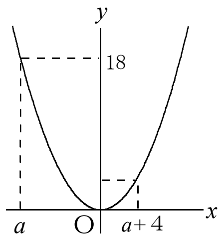


図１

② $x = a + 4$ のときに
$y = 18$ とすると、
$2(a + 4)^2 = 18$より、
$a + 4 = \pm 3$
$a = -1,\ -7$
図２より、$a + 4 > 0$
なので、問題に適するのは、$a = -1$

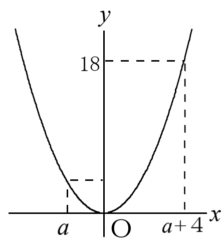


図２

したがって、$a = -1,\ -3$

(10)は、ヒストグラムや箱ひげ図の基本的な性質について説明する問題である。ヒストグラムと箱ひげ図との比較から、第３四分位数が異なることに気づき、数学的な表現を用いて説明することができるかみようとした。学力検査問題に比べ、適切に表現する力をみるように工夫した。誤答としては、ヒストグラムから誤って読み取った中央値を理由にしていたり、ヒストグラムの最大（最小）と箱ひげ図の最大（最小）が異なることを理由にしていたりするなど、ヒストグラムからデータを正しく読み取れていないものが多かった。解答例は、以下の通りである。

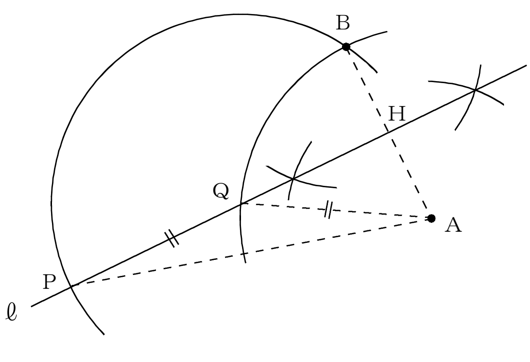
【解答例】ヒストグラムから読みとることができる第３四分位数は、40分以上50分未満の階級に含まれていて、箱ひげ図の第３四分位数とは異なっている。

$\boxed{2}$ 「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用し、数学的に表現することができるかをみようとした。

(1)は、日常の事象を数学的に解釈し、∠ＡＰＢ＝30°となる点を作図する問題である。∠ＡＱＢ＝60°となる点Ｑを利用して、∠ＡＰＢ＝30°となる点を作図することがポイントである。学力検査問題に比べ、より応用的な力をみるように工夫した。誤答としては、線分ＡＢの垂直二等分線だけをかいたものや、∠ＡＰＢ＝60°となる点をＰとかいたものが多かった。解答例は、以下の通りである。

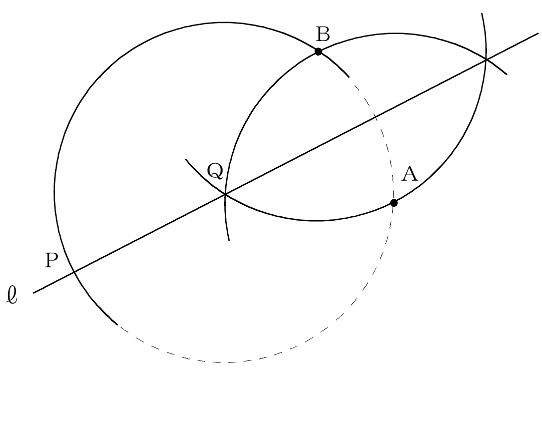
【解答例】

点Ｐは回転の中心になるので、線分ＡＢの垂直二等分線ℓ上にある。このℓとＡＢの交点をＨとし、ＡＢ＝ＡＱとなる点Ｑをℓ上にとるとＡＱ：ＡＨ＝２：１かつ∠ＡＨＱ＝90°となるので、△ＡＱＨは∠ＡＱＨ＝30°の直角三角形になる。ℓ上にＱＡ＝ＱＢ＝ＱＰとなる点Ｐをとると、△ＱＰＡは外角が30°の二等辺三角形になるので、∠ＡＰＨ＝15°になる。線対称なので、∠ＡＰＢ＝30°になる。



【別解例】

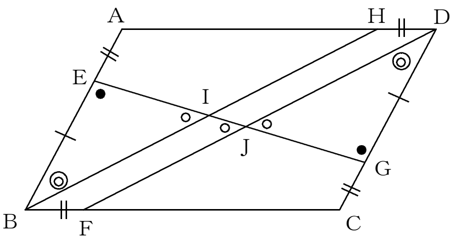
△ＡＢＱが正三角形となるように点Ｑを作図すると∠ＡＱＢ＝60°になる。Ｑを中心とし、半径ＢＱの円と、ＡＢの垂直二等分線ℓの交点をＰとすると、円周角の定理より、∠ＡＰＢ＝30°になる。



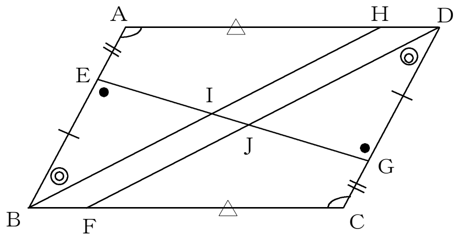
(2)は、三角形の合同を証明する問題である。平行四辺形の性質などを理解しているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 四角形ＤＨＢＦにおいて、仮定から、ＨＤ∥ＢＦ，ＨＤ＝ＢＦ
１組の対辺が平行でその長さが等しいので、四角形ＤＨＢＦは平行四辺形になる。

△ＢＥＩと△ＤＧＪにおいて、仮定から、ＡＢ＝ＣＤ，ＡＥ＝ＣＧなので、
ＢＥ＝ＤＧ…①
錯角なので、∠ＢＥＩ＝∠ＤＧＪ…②
ＢＨ∥ＦＤから、同位角、対頂角なので、
∠ＥＩＢ＝∠ＥＪＦ＝∠ＧＪＤ…③
②，③から、∠ＥＢＩ＝∠ＧＤＪ…④
①，②，④から、１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、△ＢＥＩ≡△ＤＧＪ



【別解例】 △ＡＢＨと△ＣＤＦにおいて、仮定から、ＡＢ＝ＣＤ，∠ＢＡＨ＝∠ＤＣＦ
ＤＨ＝ＢＦなので、ＡＨ＝ＣＦ　よって、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ＡＢＨ≡△ＣＤＦ
したがって、∠ＡＢＨ＝∠ＣＤＦ…①
△ＢＥＩと△ＤＧＪにおいて、
錯角なので、∠ＢＥＩ＝∠ＤＧＪ…②
ＡＢ＝ＣＤ，ＡＥ＝ＣＧなので、ＢＥ＝ＤＧ…③
①，②，③から、１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、△ＢＥＩ≡△ＤＧＪ

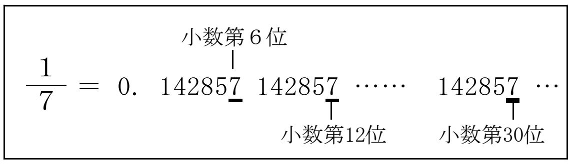


3　知識・技能を活用して課題を解決する問題で、操作や実験などの活動を通して、数の性質を考察し、具体的な場面で活用することができるかをみようとした。

(1)は、会話から情報を読み取り、反例をあげる問題である。 解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、$n=7$ のときの小数第30位の数を求め、小数第１位から小数第30位までの各位の和を求める問題である。循環小数の性質を利用して、数学的な根拠に基づいて数を求められるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

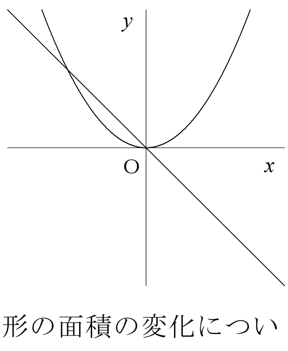
【解答例】 $\frac{1}{7}$ を小数で表したとき、0.142857142857… と６つの数字が繰り返しあらわれる。30＝６×５なので、小数第30位の数は７。また、各位の数の和は
（１＋４＋２＋８＋５＋７）×５＝135



4　関数のグラフや平面図形についての観察や操作、実験などの活動を通して、グラフや図形について見通しをもって論理的に考察し、表現することができるかをみようとした。

(1)は、関数の概形と係数の関係について考察し不等式で表現する問題である。解答例は以下の通りである。

【解答例】 関数 $y=ax^2$ のグラフが上に開いているので $a>0$、１次関数 $y=bx+c$ のグラフが右下がりなので $b<0$、y 軸との交点が切片 c であるから $c=0$ となる。したがって、大小関係を不等号を使って表すと、$b<c<a$ または $a>c>b$ になる。

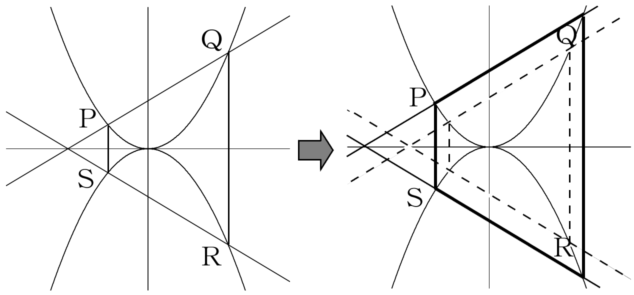


(2)は、グラフの対称性などを利用して、図形の面積の変化や回転体の体積について考察する問題である。 ①は表現力を問う問題で、 台形の面積の変化について、根拠を明らかにして説明できるかをみようとした。 ②はＰ，Ｑの x 座標と直線ＱＳの傾きから係数や回転体の体積を求めることができるかをみようとした。①，②ともに、 a, b, c の変化によらず、 x 軸に関して対称なグラフであることに気付き、 論理的に考察し、課題解決で

きるかをみようとした。①の誤答としては、**イ**を選択するものが多かった。台形の変化を捉えきれていないためと思われる。また、②の誤答としては、a の値を間違えたものが多かった。文字を含んだ傾きの式から a の値を正しく求めることができなかったためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】① （記号） **ア** 大きくなる

（説明） c の値を大きくすると、辺ＰＳとＱＲはそれぞれ長くなり、辺と辺の距離も大きくなる。台形の上底、下底、高さのそれぞれが大きくなるので、面積も大きくなる。



② グラフの対称性から、点ＰとＳの x 座標は等しく、点Ｓは $y=-ax^2$ 上の点なので、Ｓ（－１，－a） また、Ｑは $y=ax^2$ 上の点なので、Ｑ（２，４a）

直線ＱＳの傾きが１なので、$\dfrac{4a-(-a)}{2-(-1)}=1$ よって、 $a=\dfrac{3}{5}$

ゆえに、Ｑの座標は $\left(2,\dfrac{12}{5}\right)$、Ｐの座標は $\left(-1,\dfrac{3}{5}\right)$

２点Ｐ，Ｑは直線 $y=bx+c$ 上の点なので、

$$\begin{cases} 2b+c=\dfrac{12}{5} \\ -b+c=\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

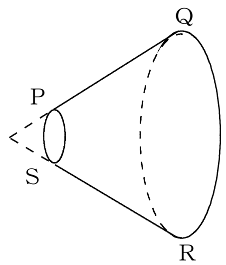
これを解いて、$b=\dfrac{3}{5}$

$c=\dfrac{6}{5}$ したがって、直線ＰＱの式は $y=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{6}{5}$

また、グラフの対称性により、ＰＱとＳＲを延長した交点は x 軸上になり、その座標は（－２，０）

よって、求める体積は半径 $\dfrac{12}{5}$、高さ４の円錐の体積から、

半径 $\dfrac{3}{5}$、高さ１の円錐の体積をひいたものになる。



したがって、求める体積は、

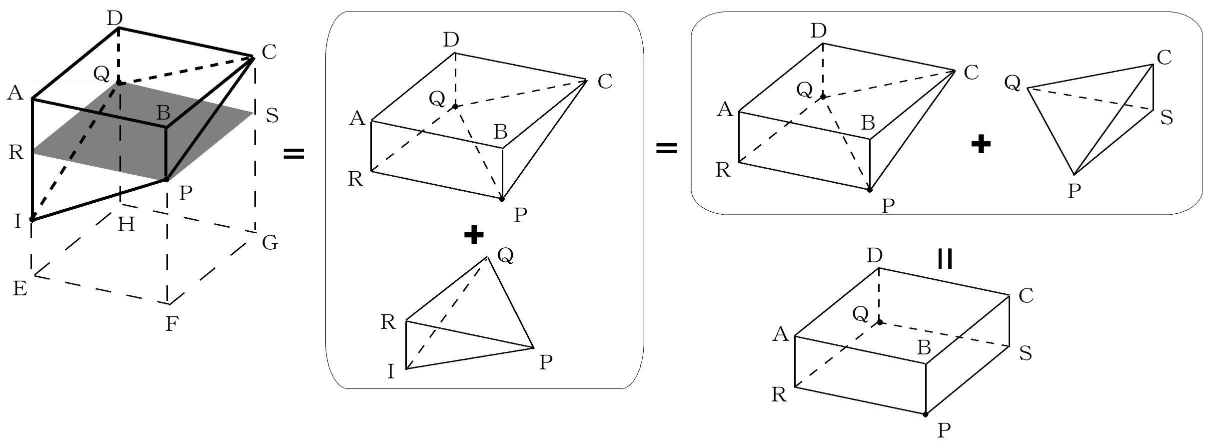
$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\pi\times4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{5}\right)^2\pi\times1=\frac{189}{25}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

$\boxed{5}$ 空間図形に関する問題で、移動する点の観察や操作、実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、動点を含む線分の長さの和が最短となる時間を求める問題である。空間のままではなく、展開図で考えることで見通しをもって考えることができる。誤答としては、４秒後が多かった。線分ＢＰの長さと線分ＡＩの長さが同じときに最短になると予想したためと思われる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、表現力を問う問題で、五面体ＡＢＣＤＩＰＱの体積を論理的に考察し説明できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】２秒後の３点Ｉ，Ｐ，Ｑを通る平面で直方体を切ると、点Ｐを通り線分ＩＱに平行となる線分と、点Ｑを通り線分ＩＰと平行となる線分を含む平面となるので、点Ｃを通る。また、Ｐ，Ｑを通り面ＡＢＣＤに平行な面とＡＩの交点をＲ、ＣＧとの交点をＳとすると、三角錐ＩＰＱＲと三角錐ＣＰＱＳは、底面は合同な三角形で、高さが２なので、体積は等しい。したがって、求める体積は直方体ＡＢＣＤＲＰＳＱと等しくなるので、$2\times4\times4=32$ (㎤)



【別解例】２秒後の３点Ｉ，Ｐ，Ｑを通る平面で直方体を切ると、点Ｐを通り線分ＩＱに平行となる線分と、点Ｑを通り線分ＩＰと平行となる線分を含む平面となるので、点Ｃを通る。また、Ｐ，Ｑを通り面ＡＢＣＤに平行な面とＡＩの交点をＲとすると、求める体積は三角柱ＡＢＤＲＰＱ、三角錐ＩＰＱＲ、四角錐ＣＢＤＱＰの体積の和になる。

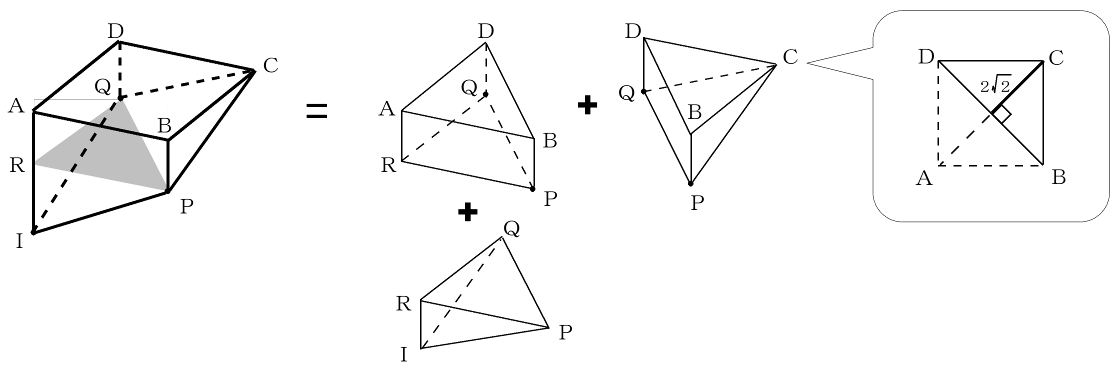
三角柱の体積は　$\triangle ABD\times AR=\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times2=16$

三角錐の体積は　$\frac{1}{3}\times\triangle PQR\times IR=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times2=\frac{16}{3}$

四角錐について、１辺が４の正方形の対角線なので、$BD=4\sqrt{2}$。また、長方形ＢＤＱＰを底面としたときの高さをhとすると、hは△ＣＢＤの頂点Ｃから辺ＢＤにひいた垂線の長さと等しく、対角線ＡＣの半分の長さなので、$h=2\sqrt{2}$ 。

よって、四角錐の体積は　$\frac{1}{3}\times$長方形ＢＤＱＰ$\times h=\frac{1}{3}\times(2\times4\sqrt{2})\times2\sqrt{2}=\frac{32}{3}$

したがって求める体積は、　$16+\frac{16}{3}+\frac{32}{3}=32$ (㎠)



(3)は球と平面が何秒後に接するかを求める問題である。操作や実験を通して、空間図形の中から適切な平面を見出し、論理的に考察できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】面ＡＣＧＥを考え、球の中心をＯ、球とＥＧの接点をＪとする。点Ｉを通る円の接線をひき、その接点をＫとする。△ＩＯＫは　ＩＯ＝ＥＪ＝$2\sqrt{2}$，　ＫＯ＝２，∠ＯＫＩ＝90°なので、三平方の定理から、ＩＫ＝２　したがって、△ＩＯＫは直角二等辺三角形になるから∠ＫＩＯ＝45°。ここで、ＩＫの延長とＯＪの延長の交点をＬとすると、ＯＩ⊥ＯＬだから、△ＯＩＬも直角二等辺三角形になるので、ＯＬ＝ＯＩ＝$2\sqrt{2}$
Ｌは線分ＰＱ上にあるので、x秒後の点Ｐについて、
ＢＰ＝６－（ＯＬ＋ＯＪ）＝６－（$2\sqrt{2}$＋２）＝４－$2\sqrt{2}$

また、線分ＩＪと円Ｏは２点で交わるので、４－$2\sqrt{2}$＜x≦６　のときには球と△ＩＰＱは接することはない。したがって、　x＝４－$2\sqrt{2}$