

Ⅱ 各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

3 数学

(1) 正答率

問 題		配 点	正 答		一 部 正 答		誤 答		無 答		通 過 率
			数	率 (%)	数	率 (%)	数	率 (%)	数	率 (%)	率 = $\frac{\text{得点計}}{\text{(人数} \times \text{配点)}} \text{ (%)}$
1	(1)	4	296	97.7	0	0.0	6	2.0	1	0.3	97.7
	(2)	4	286	94.4	0	0.0	15	5.0	2	0.7	94.4
	(3)	4	278	91.7	0	0.0	21	6.9	4	1.3	91.7
	(4)	4	251	82.8	0	0.0	47	15.5	5	1.7	82.8
	(5)	4	258	85.1	0	0.0	33	10.9	12	4.0	85.1
	(6)	4	277	91.4	0	0.0	15	5.0	11	3.6	91.4
	(7)	4	263	86.8	3	1.0	26	8.6	11	3.6	87.3
	(8)	4	239	78.9	0	0.0	48	15.8	16	5.3	78.9
	(9)	4	231	76.2	27	8.9	45	14.9	0	0.0	80.6
	(10)	4	151	49.8	0	0.0	117	38.6	35	11.6	49.8
	(11)	4	129	42.6	0	0.0	137	45.2	37	12.2	42.6
	(12)	4	172	56.8	0	0.0	105	34.7	26	8.6	56.8
	(13)	4	135	44.6	0	0.0	153	50.5	15	5.0	44.6
	(14)	4	25	8.3	0	0.0	216	71.3	62	20.5	8.3
	(15)	4	173	57.1	0	0.0	124	40.9	6	2.0	57.1
	(16)	5	138	45.5	30	9.9	79	26.1	56	18.5	50.8
2	(1)	5	105	34.7	64	21.1	77	25.4	57	18.8	44.6
	(2)	6	65	21.5	42	13.9	68	22.4	128	42.2	29.6
3	(1)	4	123	40.6	68	22.4	95	31.4	17	5.6	51.7
	(2)	4	158	52.1	0	0.0	89	29.4	56	18.5	52.1
4	(1)	4	89	29.4	0	0.0	178	58.7	36	11.9	29.4
	(2)	6	23	7.6	55	18.2	126	41.6	99	32.7	15.0
	(3)	6	15	5.0	0	0.0	150	49.5	138	45.5	5.0

(小数第2位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。)

(2) 問題の内容

- 1 (1) 文字式の計算 (加法・減法)
- (2) 正の数と負の数の計算
- (3) 文字式の計算 (乗法・除法)
- (4) 1次方程式の解き方
- (5) 根号を含む式の計算
- (6) 因数分解
- (7) 連立方程式の解き方
- (8) 2次方程式の解き方
- (9) 標本調査を選択する問題
- (10) 直線の式の求め方
- (11) 関数 $y = 2x^2$ の変域
- (12) 平行線と線分の比を利用した線分の長さの求め方
- (13) 確率の求め方
- (14) 三平方の定理を利用した球の切り口の面積の求め方
- (15) 関数のグラフの特徴
- (16) ヒストグラムや箱ひげ図の基本的な性質を、数学的な表現を用いて説明する問題

- 2 (1) 日常の事象を数学的に解釈し、回転の中心を作図する問題
(2) 文字を用いた式を利用して数の性質を説明する問題
- 3 (1) 自然数の逆数に関して、具体例や反例をあげる問題
(2) 循環小数の性質を利用した数の求め方
- 4 (1) 展開図を利用した最短距離の求め方
(2) 二等辺三角形になることの証明
(3) 直方体を切ったときにできる立体の表面積の求め方

(3) 所見・解説

- 1 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1) は、文字を用いた式の加法・減法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$7x - 3x = 4x$$

(2) は、正の数と負の数の四則計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$4 \times (-7) + 20 = -28 + 20 = -8$$

(3) は、単項式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$30xy^2 \div 5x \div 3y = \frac{30xy^2}{5x \times 3y} = 2y$$

(4) は、1次方程式を解く問題である。解答例は以下の通りである。

【解答例】 $1.3x + 0.6 = 0.5x + 3$ 両辺を10倍して、

$$13x + 6 = 5x + 30$$

$$13x - 5x = 30 - 6$$

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

(5) は、平方根を含む式の計算で、分母に根号がない形にする必要がある。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $\frac{8}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(6) は、因数分解の問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x^2 - 11x + 30 = (x - 5)(x - 6)$

(7) は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{cases} 3x + 5y = 2 & \cdots \textcircled{1} \\ -2x + 9y = 11 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \times 3$$

$$6x + 10y = 4$$

$$+) \quad -6x + 27y = 33$$

$$37y = 37$$

$$y = 1$$

$y = 1$ を $\textcircled{1}$ に代入し、

$$3x + 5 \times 1 = 2$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

したがって、 $x = -1$, $y = 1$

(8) は、2次方程式を解く問題である。解の公式を使って解く。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$3x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

(9)は、さまざまな調査について、標本調査を行うことが適切なものを選ぶ問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】水質調査や視聴率調査は、全数調査をおこなうことが現実的ではなく、標本調査でおこなわれている。また、健康診断は1人1人の健康状態を知るために、国勢調査は人口や分布を知るために全数調査をおこなう。したがって、正答は **アとウ**

(10)は、反比例のグラフ上の点の座標を求め、直線の式を求める問題である。グラフ上の点の座標や、2点を通る直線の式の求め方を理解しているかをみようとした。誤答としては、切片が2でないものが多かった。切片の値を求める際の計算ミスと思われる。グラフの概形と比較するなど、求めた値が適切か見直してほしい。解答例は、以下の通りである。

【解答例】2点A, Bの座標はそれぞれ、A (−6, −1), B (2, 3) となる。直線ABは2点を通るので、傾きは

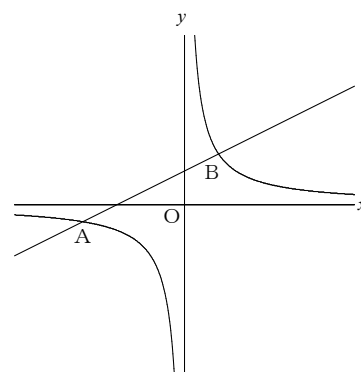
$$\frac{3 - (-1)}{2 - (-6)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

よって、この直線の式は $y = \frac{1}{2}x + b$ と表される。グラフは点 (2, 3) を通るので、

$$3 = \frac{1}{2} \times 2 + b$$

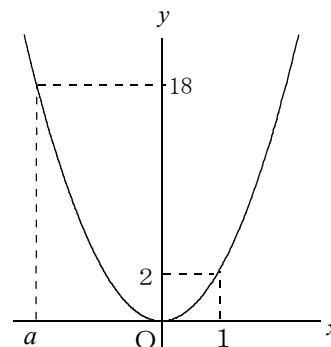
$$b = 2$$

したがって、直線ABの式は $y = \frac{1}{2}x + 2$



(11)は、関数 $y = 2x^2$ について、 y の変域をもとに x の変域を求める問題である。グラフの概形と変域との関係を適切に把握できるかをみようとした。誤答として、 $a = 3$ としたものがあった。 $a < 0$ の条件を見落とし、 $a^2 = 9$ から $a = 3$ と答えたと思われる。求めた値が、問題に適しているか見直してほしい。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x = 1$ のとき、 $y = 2$ なので、 x と y の変域からグラフと変域の関係は図のようになる。よって、 $x = a$ のとき、 $y = 18$ であり、 $18 = 2 \times a^2$ すなわち $a^2 = 9$ となる。これを解いて、 $a = \pm 3$ $a < 0$ より、 $a = -3$

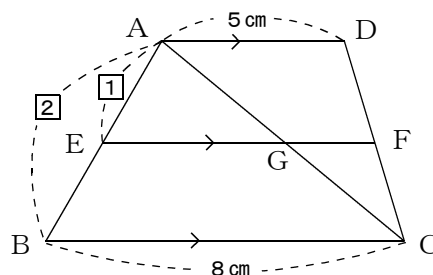


(12)は、平行線を利用して線分の長さを求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】線分ACをひき、EFとの交点をGとすると、 $EG \parallel BC$ であり、点EはABの中点であることから $AB : AE = 2 : 1$ よって $EG = \frac{1}{2}BC = 4$ (cm)

同様に、 $CD : CF = 2 : 1$ から $GF = \frac{1}{2}AD = \frac{5}{2}$ (cm)

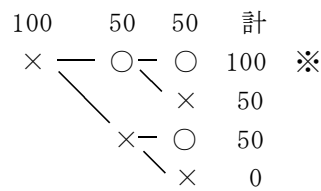
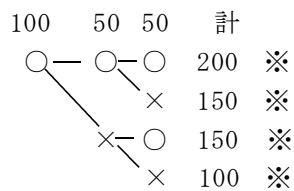
したがって、 $EF = EG + GF = \frac{13}{2}$ (cm)



(13)は、硬貨を投げた際の確率を求める問題である。誤答としては、 $\frac{1}{2}$ が多かった。2枚

の50円を区別せず150円の場合の数を1通りとしたため、 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ になったと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 表を○、裏を×とし、樹形図を作ると



よって、100円以上になるのは ※の5通り。したがって、求める確率は $\frac{5}{8}$

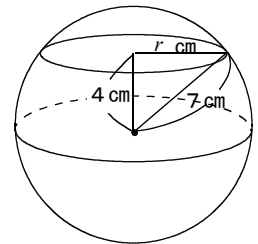
(14)は、三平方の定理を使って、切り口の面積を求める問題である。誤答としては、 9π が多かった。7 cm から4 cmを引いた3 cmを半径と捉え、円の面積を求めたためと思われる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 切り口の円の半径を r cm とすると、三平方の定理より

$$4^2 + r^2 = 7^2$$

$$r^2 = 33$$

円の面積は πr^2 なので、切り口の面積は 33π (cm²)



(15)は、関数のグラフの概形から定数の符号を判断する問題であり、グラフの特徴と式の間を関係理解しているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 関数 $y = ax^2$ のグラフが上に開いているとき $a > 0$ 、下に開いているとき $a < 0$ 、一次関数 $y = bx + c$ のグラフが右上がりのとき $b > 0$ 、右下がりのとき $b < 0$ 、 y 軸との交点が切片 c であるから、それぞれの符号を考えると、

ア $a > 0, b > 0, c < 0$ イ $a > 0, b < 0, c > 0$

ウ $a < 0, b > 0, c > 0$ エ $a < 0, b < 0, c < 0$ 以上より、正答は エ

(16)は、ヒストグラムや箱ひげ図の基本的な性質について説明する問題である。ヒストグラムと箱ひげ図の比較から、第3四分位数が異なることに気づき、数学的な表現を用いて説明することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

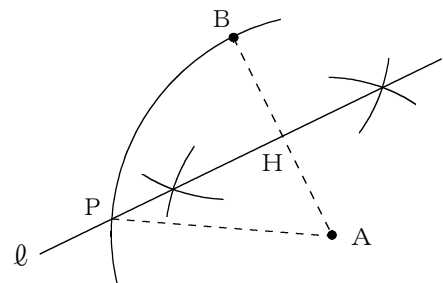
【解答例】 ヒストグラムから読みとることができる第3四分位数は、40分以上50分未満の階級に含まれているが、イの第3四分位数は50分以上60分未満で、異なっている

2 「図形」や「文字を用いた式」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用し、数学的に表現することができるかをみようとした。

(1)は、日常の事象を数学的に解釈し、 $\angle APB = 60^\circ$ となる点を作図する問題である。解答例は、以下の通りである。

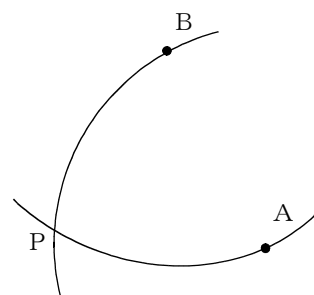
【解答例】

点Pは回転の中心になるので、線分ABの垂直二等分線 ℓ 上にある。この ℓ とABの交点をHとし、 $AB = AP$ となる点Pを ℓ 上にとると、 $AP : AH = 2 : 1$ かつ $\angle AHP = 90^\circ$ となるので、 $\triangle APH$ は $\angle APH = 30^\circ$ の直角三角形になる。線対称なので、 $\angle BPH$ も 30° になり、 $\angle APB = 60^\circ$ となる。



【別解例】

$\triangle ABP$ が正三角形となるように点Pを作図すると $\angle APB = 60^\circ$ になる。



(2)は、文字を用いた式を使って数の性質を表現する力を問う問題である。2桁の数を文字を使って表したり、11の倍数になる根拠を数学的に表現したりできるかをみようとした。文字を用いた式を活用する問題としては基礎的なものであるが、通過率は3割程度であった。誤答としては、 $23+32=55$ のように具体例を挙げて、11の倍数であるとした説明が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

Xの十の位の数をも a 、一の位の数をも b とすると、 $X=10a+b$ 、 $Y=10b+a$ と表されるので、

$$X+Y=(10a+b)+(10b+a)=11a+11b=11(a+b)$$
 a, b は整数なので、 $a+b$ も整数。したがって、 $X+Y$ は11の倍数になる。

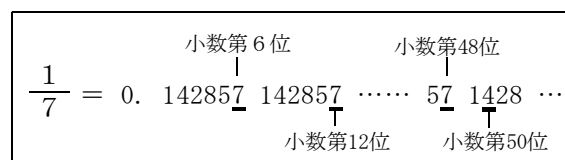
3 知識・技能を活用して課題を解決する問題で、観察や操作、実験などの活動を通して、数の性質を考察し、具体的な場面で活用することができるかをみようとした。

(1)は、会話から情報を読み取り、反例をあげる問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 n が偶数のとき、 $\frac{1}{n}$ の値が無限小数になっているものは $n=6$ のときである。また、 $\frac{1}{n}$ の値が有限小数になる n の値は、小さい方から順にそれぞれ素因数分解して並べると、 $2, 2^2, 5, 2^3, 2 \times 5, 2^4, 2^2 \times 5, \dots$ となり、2または5で割り切る数だけに限る。よって、 $\frac{1}{n}$ の値が無限小数にならない n の値のうち、2桁の奇数になるのは $n=25$ のときだけである。したがって、ア 6 イ 25

(2)は、 $n=7$ のとき的小数第50位の数をも求める問題である。循環小数の性質を利用して、数学的な根拠に基づいて数をも求められるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $\frac{1}{7}$ を小数で表したとき、 $0.142857142857\dots$ と6つの数字が繰り返しあらわれる。 $50=6 \times 8 + 2$ なので、小数第48位の数が7であり、小数第50位の数4であることがわかる。

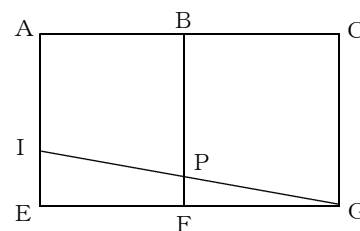


4 空間図形に関する問題で、観察や、操作、実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、動点を含む線分の長さの和が最短となる時間をも求める問題である。空間のままではなく、展開図で考えることで見通しをもって考えることができる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

展開図の一部を考へ、面ABFEと面BCGFを並べた長方形ACGEを考へると、3点I, P, Gが一直線になるときに、 $IP+PG$ の長さは最短になる。このとき、 $\triangle GEI \sim \triangle GFP$ になり、相似比は2:1である。 $IE=2$ なので、 $PF=1$ のとき最小になる。すなわち、 $BP=5$ のとき最小となる。したがって、 $IP+PG$ の長さが最短になるのは5秒後である。



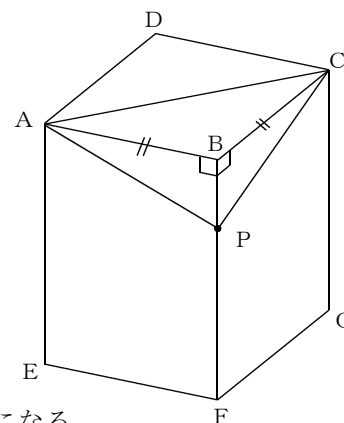
(2)は、図形の性質を利用して $\triangle APC$ が二等辺三角形であることを証明する問題である。三角形の合同または三平方の定理を利用する方法などが考へられる。解答例は以下の通りである。

【解答例】

$\triangle ABP$ と $\triangle CBP$ において、 BP は共通 …①
 仮定から、 $AB=CB$ …②, $\angle ABP=\angle CBP$ …③
 ①, ②, ③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \equiv \triangle CBP$$
 対応する辺の長さは等しいので、

$$PA=PC$$
 よって、2つの辺の長さが等しいので、 $\triangle APC$ は二等辺三角形になる。



【別解例】

点Pが頂点Bを出発してから x 秒後のBPの長さは x cm となる。

このとき、 $\triangle ABP$ は直角三角形なので、三平方の定理から、

$$AP^2 = BP^2 + AB^2 = x^2 + 16$$

$$AP > 0 \text{ より、 } AP = \sqrt{x^2 + 16}$$

$$\triangle CBP \text{ についても、同様にして、 } CP = \sqrt{x^2 + 16}$$

したがって、 $AP = CP$ なので、 $\triangle APC$ は二等辺三角形になる。

(3)は、直方体を切断したときにできる立体の表面積を求める問題である。3点I, P, Cを通る平面での切り口がどのような図形になるか、また、その面積を求めることができるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

【解答例】

4秒後の点Pと点I, Cを通る平面は、線分PCと線分PIを含む平面となるので、頂点Dを通る。これより、その切り口は長方形になる。よって、体積が大きい方の表面積は、大きさの異なる3つの長方形と、1つの正方形、合同な2つの台形の面積の和になる。

$$PC^2 = 4^2 + 4^2 \text{ から}$$

$$PC = 4\sqrt{2}$$

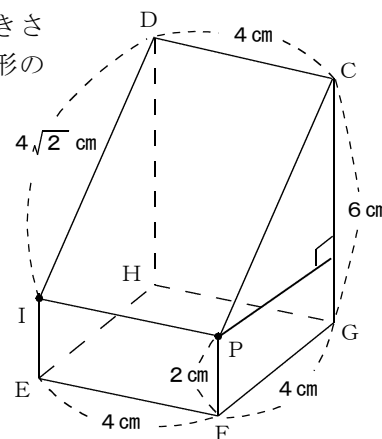
$$\bullet \text{ 長方形 } IPCD = 4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

$$\bullet \text{ 長方形 } IEPF = 2 \times 4 = 8$$

$$\bullet \text{ 長方形 } CDHG = 4 \times 6 = 24$$

$$\bullet \text{ 正方形 } EFGH = 4 \times 4 = 16$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 台形 } PFGC &= \text{台形 } IEHD \\ &= \frac{1}{2} \times (2 + 6) \times 4 \\ &= 16 \end{aligned}$$



したがって、求める表面積は、 $80 + 16\sqrt{2}$ (cm²)