Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1)　正答率

問題		配点	正答		一部正答		誤答		無答		通過率
			数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	$率=\dfrac{得点計}{(人数\times配点)}$ (%)
1	(1)	4	238	78.5	1	0.3	64	21.1	0	0.0	78.8
	(2)	4	163	53.8	0	0.0	111	36.6	29	9.6	53.8
	(3)	4	239	78.9	0	0.0	63	20.8	1	0.3	78.9
	(4)	4	106	35.0	0	0.0	177	58.4	20	6.6	35.0
	(5)	4	269	88.8	0	0.0	34	11.2	0	0.0	88.8
	(6)	4	265	87.5	0	0.0	38	12.5	0	0.0	87.5
	(7)	4	250	82.5	1	0.3	51	16.8	1	0.3	82.7
	(8)	5	214	70.6	0	0.0	75	24.8	14	4.6	70.6
	(9)	5	113	37.3	0	0.0	176	58.1	14	4.6	37.3
	(10)	5	26	8.6	99	32.7	102	33.7	76	25.1	19.8
2	(1)	6	91	30.0	77	25.4	104	34.3	31	10.2	43.2
	(2)	6	21	6.9	0	0.0	160	52.8	122	40.3	6.9
3	(1)	5	144	47.5	0	0.0	148	48.8	11	3.6	47.5
	(2)	6	132	43.6	93	30.7	45	14.9	33	10.9	58.4
	(3)	6	2	0.7	29	9.6	84	27.7	188	62.0	5.4
4	(1)	6	192	63.4	89	29.4	14	4.6	8	2.6	77.3
	(2)	5	21	6.9	0	0.0	142	46.9	140	46.2	6.9
5	(1)	4	128	42.2	1	0.3	152	50.2	22	7.3	42.6
	(2)	7	12	4.0	12	4.0	45	14.9	234	77.2	5.8
	(3)	6	1	0.3	0	0.0	58	19.1	244	80.5	0.3

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1　(1)文字式の計算
(2)根号をふくむ式の計算
(3)二次方程式の解き方
(4)素因数分解を利用した場合の数の求め方
(5)平行線と線分の比を利用した線分の長さの求め方
(6)箱ひげ図の特徴
(7)標本調査を利用した母集団の大きさの求め方
(8)連立方程式の解き方
(9)関数のグラフの特徴
(10)日常の事象や社会の事象を数学的な表現を用いて説明する問題

2　(1)線分の長さの比が無理数となる点の作図
(2)関数 $y = ax^2$ の a の値の求め方

3　(1)円周角の定理を利用した場合の数の求め方
(2)直線の式の求め方と場合の数の求め方
(3)図形の性質を利用した場合の数の求め方と、それを基にして得られる確率の求め方

4　(1)直角三角形の合同の証明
(2)図形の性質を利用した線分の長さの求め方

$\boxed{5}$ (1)球を８等分した立体の体積の求め方
(2)四角錐の体積の求め方
(3)五面体の体積の求め方

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の乗法・除法の計算である。誤答としては、符号を誤った $-\dfrac{5y}{4x^3}$ が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3 = 6xy^2 \times \left(-\frac{5}{3xy}\right) \times \left(-\frac{1}{8x^3}\right) = \frac{5y}{4x^3}$$

(2)は、式の値を求める問題である。$\sqrt{11}$の整数部分を求め、小数部分 b を根号を用いて表し、与えられた式に代入し、値を求める。この問題は a や b の値を直接代入せず、因数分解してから代入することで、計算が簡便になる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ なので、$3 < \sqrt{11} < 4$

よって、整数部分 a は３、$a + b = \sqrt{11}$ から、$b = \sqrt{11} - 3$

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= a^2 - b(b+6) \\ &= 3^2 - (\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3) \\ &= 9 - (11-9) = 7\end{aligned}$$

(3)は、二次方程式を解く問題である。与えられた式を展開し、解の公式を利用する方法もあるが、やや煩雑である。そこで、$x+3=X$ とおくと、与えられた式は $2X^2-3X-3=0$ となるので、解の公式を用いる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x+3=X$ とおくと、

$$2X^2-3X-3=0$$

$$X = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

よって、 $x+3 = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$

したがって、 $x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{33}}{4}$

(4)は、条件を満たす自然数の個数を求める問題である。素因数分解を適切に利用できるかをみようとした。誤答としては、最小の自然数である15を答えたものが多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(5)は、平行線を利用した線分の長さを求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、箱ひげ図の基本的な性質についての問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(7)は、標本調査を利用して母集団の総数を推定する問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(8)は、連立方程式を活用する問題である。条件を方程式で表し、その連立方程式を解けるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】歩いている時間を x 分間、走っている時間を y 分間とすると、

$$\begin{cases} x + y = 24 & \cdots① \\ 50x + 90y = 1500 & \cdots② \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、

①×５－②÷10

$$\begin{array}{rr} & 5x + 5y = 120 \\ -) & 5x + 9y = 150 \\ \hline & -4y = -30 \end{array}$$

$$y = \frac{15}{2}$$

$y = \dfrac{15}{2}$ を①に代入して、

$$x + \frac{15}{2} = 24$$

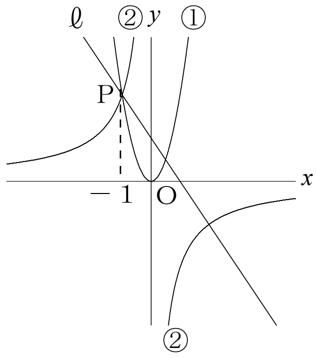
$$x = \frac{33}{2} = 16.5$$

よって、走り始めた時刻は、午後１時16分30秒

【別解例】歩いている時間を x 分間とすると、走っている時間は（$24-x$）分間なので、

$50x + 90(24-x) = 1500$ から、$x = 16.5$

(9)は、関数のグラフの概形などから定数の正負や大小関係を判断する問題であり、グラフの特徴と式の関係を理解しているかをみようとした。誤答としては、正負の判断はできたが、大小関係を間違えた、$c < b < d < a$　や　$b < c < a < d$ などが多かった。解答例は、以下の通りである。



【解答例】①，②のグラフの概形より $a > 0$，　$b < 0$，

ℓ の傾きと切片から $c < 0$，$d > 0$

$c < 0$ と点Ｐの y 座標が a であることから、$d < a$

また、直線ＰＯの式は点Ｐ（-1，$-b$）と原点を通ることから、$y = bx$ となり、ℓ の傾きと比較して、$b < c$

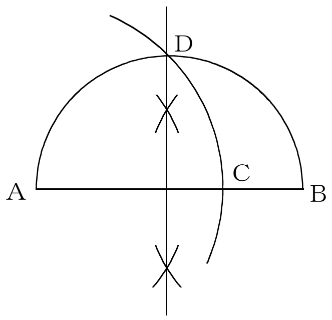
以上より、　$b < c < d < a$

(10)は、日常の事象や社会の事象を数学的な表現を用いて説明する問題である。ある価格で販売されているアイスクリームを円柱とみなして、体積比と価格の比の関係から割安なものを数学的な表現を用いて説明することができるかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{2}$　「図形」や「関数」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用することができるかをみようとした。

(1)は、直角二等辺三角形の性質を利用し、線分の長さの比が無理数になる点を作図する問題である。学力検査問題に比べ、より応用的な力をみるように工夫した。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



線分ＡＢの垂直二等分線と、ＡＢを直径とした円の交点をＤとすると、△ＡＢＤはＡＤ＝ＢＤの直角二等辺三角形になり、ＡＤ：ＡＢ＝１：$\sqrt{2}$ になる。よって、ＡＤ＝ＡＣとなる点ＣをＡＢ上にとると、ＡＣ：ＡＢ＝１：$\sqrt{2}$ になる。

(2)は、$y = ax^2$ の a の値を求める問題である。曲線上の点の座標の表し方や、図形の性質などを理解しているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】△ＡＢＥと△ＣＤＥにおいて、

対頂角なので、∠ＡＥＢ＝∠ＣＥＤ　…　①

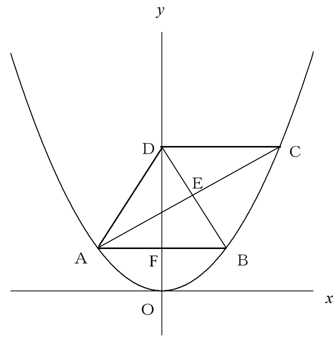
仮定より、ＡＥ＝ＣＥ　…　②

ＡＢ∥ＣＤから錯角なので、∠ＢＡＥ＝∠ＤＣＥ　…　③

１辺とその両端の角が等しいので、△ＡＢＥ≡△ＣＤＥ

よって、ＢＥ＝ＤＥ　…　④

仮定と④から、対角線が直交し、それぞれの中点で交わっているので四角形ＡＢＣＤはひし形になる。座標はそれぞれ、Ａ（-3，$9a$），Ｂ（3，$9a$）なので、ＡＢ＝６



また、ひし形の辺の長さは等しいので、ＣＤ＝ＡＤ＝６　よって、Ｃの座標は（6，$36a$）

線分ＡＢと y 軸の交点をＦとするとき、△ＡＤＦで三平方の定理から、

$6^2 = 3^2 + \mathrm{DF}^2$

$\mathrm{DF} = 3\sqrt{3}$

一方、Ｄの座標は（0，$36a$）なので、$\mathrm{DF} = 36a - 9a = 27a$

したがって、　$27a = 3\sqrt{3}$　　より、$a = \dfrac{\sqrt{3}}{9}$

3 知識・技能を活用して課題を解決する問題で、操作や実験などの活動を通して、座標平面上の図形や確率について総合的に考察し、表現することができるかをみようとした。学力検査問題に比べ、より応用的な力をみるように工夫した。

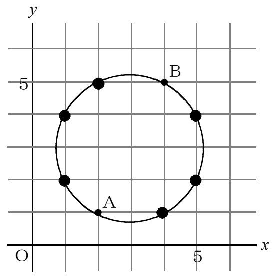
(1)は、円周角の定理を利用して場合の数を求める問題である。会話中の「円の性質を利用すると」から、直径に対する円周角が90°になることを利用する。解答例は、以下の通りである。

【解答例】右の図のように、ＡＢを直径とする円をかくと、

円周上の点がＰになるとき、∠ＡＰＢ＝90°となる。

円周上の点は６個なので、その確率は、

$$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$



(2)は、通る２点から直線の式を求める問題と、条件にあてはまる数字を答える問題である。設定と会話から、必要な情報を読み取ることができるかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(3)は、場合の数を基にして確率を求める問題である。条件を満たす点の共通点を見出し、統合的にとらえることができるか、図や式を用いて総合的に考察し表現することができるかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

4 平面図形についての観察や操作、実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し、表現することができるかをみようとした。

(1)は、三角形の合同を証明し、線分の長さが等しいことを証明する問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、図形の性質を利用して線分の長さを求める問題である。(1)の結果や、三平方の定理、相似な図形などを利用して線分ＰＣの長さを求めることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

5 空間図形において、球をもとにした立体の体積の求め方を通して、見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、球を８等分した立体の体積を求める問題である。誤答としては、４等分と間違えた、$\frac{1}{3}\pi r^3$が多かった。解答例は以下の通りである。

【解答例】立体Ｖは半径rの球を８等分したものなので、その体積は、

$$\frac{4}{3}\pi r^3\div 8=\frac{1}{6}\pi r^3 \quad (\mathrm{cm}^3)$$

(2)は、表現力を問う問題で、四角錐ＡＯＢＤＣの体積を論理的に考察し説明できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

底面がＯＢＤＣ、高さがＯＡの四角錐と考えると、

底面の面積は△ＢＯＤの２倍。

△ＢＯＤは∠ＢＯＤ＝45°，ＢＯ＝ＤＯ＝rであり、

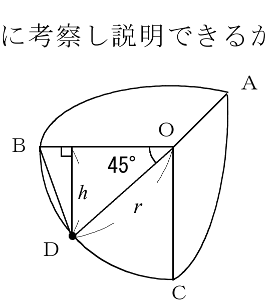
点ＤからＯＢにひいた垂線の長さをhとすると、

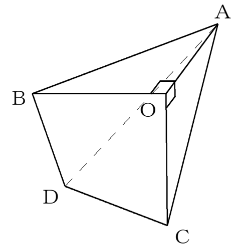
h：ＤＯ ＝１：$\sqrt{2}$　$h=\frac{\sqrt{2}}{2}r$

したがって、四角錐の体積は、

$\frac{1}{3}\times(2\times\triangle\mathrm{BOD})\times\mathrm{OA}$

$=\frac{1}{3}\times 2\times\frac{1}{2}\times r\times\frac{\sqrt{2}}{2}r\times r=\frac{\sqrt{2}}{6}r^3 \quad (\mathrm{cm}^3)$

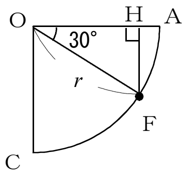


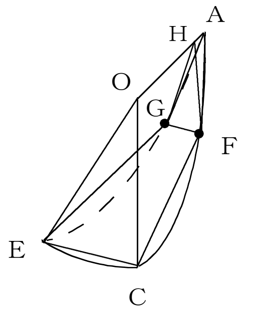


(3)は五面体の体積を求める問題である。未知の立体に対して、体積を求めることのできる立体に分割して考えることができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

おうぎ形ＯＡＣについて、点Ｆから ＯＡに垂線を引き、交点をＨとする。求める五面体の体積は三角錐ＡＧＦＨと五面体ＦＧＨＣＥＯの和になる。





［1］三角錐ＡＧＦＨについて

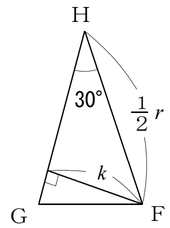
$\overset{\frown}{\mathrm{AF}}:\overset{\frown}{\mathrm{FC}}=1:2$ より、$\angle\mathrm{FOH}=30^\circ$

$\mathrm{HF}:\mathrm{OF}:\mathrm{OH}=1:2:\sqrt{3}$　なので、$\mathrm{HF}=\dfrac{1}{2}r$，$\mathrm{OH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$

よって、$\mathrm{AH}=r-\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$

また、△ＦＧＨは∠ＦＨＧ＝30°の三角形なので、Ｆからに ＧＨにひいた垂線の長さをkとすると、

$k:\mathrm{HF}=1:2$　　$k=\dfrac{1}{4}r$



したがって、三角錐ＡＦＧＨの体積は

$\dfrac{1}{3}\times\triangle\mathrm{FGH}\times\mathrm{AH}$

$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}r\times\dfrac{1}{4}r\right)\times\left(r-\dfrac{\sqrt{3}}{2}r\right)$

$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{96}r^3$

［2］五面体ＦＧＨＣＥＯについて

ＯＨ，ＥＧ，ＣＦの交点をＩとするとき、

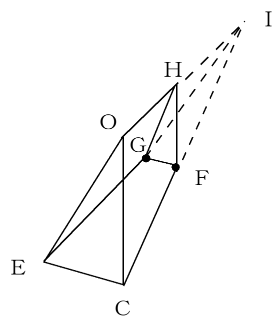
ＯＣ∥ＨＦ かつ ＯＣ＝２ＨＦなので、

△ＩＯＣと△ＩＨＦは相似で、相似比は２：１

したがって、三角錐ＩＨＦＧと三角錐ＩＯＣＥの体積比は　$1^3:2^3=1:8$

よって、五面体ＦＧＨＣＥＯの体積は

三角錐ＩＯＣＥの$\dfrac{7}{8}$倍になる



よって、五面体ＦＧＨＣＥＯの体積は

$\dfrac{1}{3}\times\triangle\mathrm{OCE}\times\mathrm{IO}\times\dfrac{7}{8}$

$=\dfrac{1}{3}\times(4\times\triangle\mathrm{FGH})\times(2\times\mathrm{OH})\times\dfrac{7}{8}$

$=\dfrac{1}{3}\times\left(4\times\dfrac{1}{16}r^2\right)\times\left(2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}r\right)\times\dfrac{7}{8}$

$=\dfrac{7\sqrt{3}}{96}r^3$

したがって、求める体積は

$$\frac{2-\sqrt{3}}{96}r^3+\frac{7\sqrt{3}}{96}r^3=\frac{1+3\sqrt{3}}{48}r^3\quad(\mathrm{cm}^3)$$