Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

３　数学

(1) 正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	293	96.7	0	0.0	10	3.3	0	0.0	96.7
	(2)	4	248	81.8	0	0.0	53	17.5	2	0.7	81.8
	(3)	4	245	80.9	0	0.0	55	18.2	3	1.0	80.9
	(4)	4	231	76.2	0	0.0	68	22.4	4	1.3	76.2
	(5)	4	247	81.5	0	0.0	46	15.2	10	3.3	81.5
	(6)	4	256	84.5	0	0.0	34	11.2	13	4.3	84.5
	(7)	4	249	82.2	6	2.0	41	13.5	7	2.3	83.2
	(8)	4	214	70.6	0	0.0	73	24.1	16	5.3	70.6
	(9)	4	183	60.4	0	0.0	114	37.6	6	2.0	60.4
	(10)	4	153	50.5	0	0.0	150	49.5	0	0.0	50.5
	(11)	4	111	36.6	0	0.0	156	51.5	36	11.9	36.6
	(12)	4	43	14.2	0	0.0	216	71.3	44	14.5	14.2
	(13)	4	64	21.1	0	0.0	211	69.6	28	9.2	21.1
	(14)	4	161	53.1	0	0.0	142	46.9	0	0.0	53.1
	(15)	4	124	40.9	0	0.0	151	49.8	28	9.2	40.9
	(16)	5	12	4.0	52	17.2	142	46.9	97	32.0	9.6
2	(1)	5	111	36.6	25	8.3	110	36.3	57	18.8	41.7
	(2)	5	66	21.8	37	12.2	142	46.9	58	19.1	27.9
3	(1)	4	149	49.2	0	0.0	97	32.0	57	18.8	49.2
	(2)	4	95	31.4	34	11.2	136	44.9	38	12.5	37.0
	(3)	6	2	0.7	11	3.6	92	30.4	198	65.3	1.6
4	(1)	6	40	13.2	91	30.0	86	28.4	86	28.4	23.7
	(2)	5	1	0.3	0	0.0	203	67.0	99	32.7	0.3

（小数第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2) 問題の内容

$\boxed{1}$ （１）文字式の計算（加法・減法）
（２）正の数と負の数の計算
（３）文字式の計算（乗法・除法）
（４）一次方程式の解き方
（５）根号をふくむ式の計算
（６）因数分解
（７）連立方程式の解き方
（８）二次方程式の解き方
（９）円周角の定理の利用
(10)関数のグラフの特徴
(11)円錐の展開図における角度の求め方
(12)素因数分解を利用した場合の数の求め方
(13)平行線と線分の比を利用した線分の長さの求め方
(14)箱ひげ図の特徴
(15)標本調査を利用した母集団の大きさの求め方
(16)日常の事象や社会の事象を数学的な表現を用いて説明する問題

$\boxed{2}$ (1)線分の長さの比が無理数となる点の作図

(2)関数 $y = ax^2$ の a の値の求め方と平行四辺形の面積の求め方

$\boxed{3}$ (1)直線の式の求め方

(2)場合の数の求め方

(3)図形の性質を利用した場合の数の求め方と、それを基にして得られる確率の求め方

$\boxed{4}$ (1)直角三角形の合同の証明

(2)図形の性質を利用した線分の長さの求め方

(3) **所見・解説**

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$7x - 9x = -2x$

(2)は、正の数と負の数の四則計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$5 \times (-3) - (-2) = -15 + 2 = -13$

(3)は、単項式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$12x^2y \div 3x \times 2y = \frac{12x^2y \times 2y}{3x} = 8xy^2$$

(4)は、一次方程式を解く問題である。誤答としては、分母と分子を取り違えた $x = 2$ が多かった。解答例は以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{aligned} 7x - 2 &= x + 1 \\ 7x - x &= 1 + 2 \\ 6x &= 3 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(5)は、根号をふくむ式（平方根）の計算で、分母に根号がない形にする必要がある。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\frac{12}{\sqrt{6}} - 3\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = -\sqrt{6}$$

(6)は、因数分解の問題である。誤答としては、$(x-4)(x+5)$ としたものが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x^2 - x - 20 = (x+4)(x-5)$

(7)は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{cases} 4x - 3y = 10 & \cdots ① \\ 3x + 2y = -1 & \cdots ② \end{cases}$$

①×2－②×3

$$\begin{array}{rrcr} & 8x - 6y & = & 20 \\ +) & 9x + 6y & = & -3 \\ \hline & 17x & = & 17 \\ & x & = & 1 \end{array}$$

$x = 1$ を①に代入し、

$$\begin{aligned} 4 \times 1 - 3y &= 10 \\ -3y &= 6 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

したがって、 $x = 1$, $y = -2$

(8)は、二次方程式を解く問題である。解の公式を使って解く。誤答としては、符号を間違えた、$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$ や $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{4}$ が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$2x^2-3x-3=0$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}$$

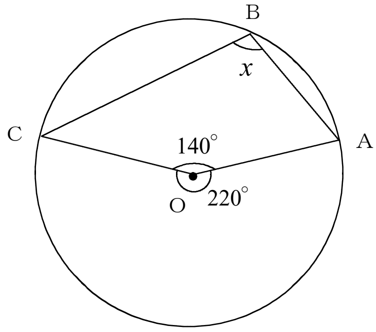
$$x=\frac{3\pm\sqrt{33}}{4}$$

(9)は、角の大きさを求める問題である。誤答としては、$\angle x$ の中心角を140°と考えた70°が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】xは、点Bを含まない$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する円周角であり、$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する中心角は 360−140＝220° となる。円周角の定理より、同じ弧に対する中心角は円周角の２倍になるので、

x＝ 220÷２

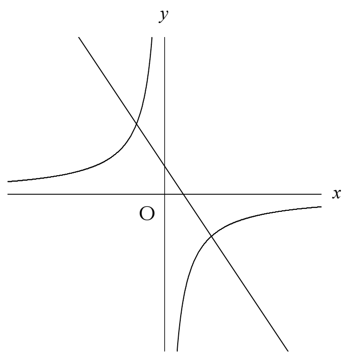
x＝ 110（度）



(10)は、関数のグラフの概形から定数の正負を判断する問題であり、グラフの特徴と式の関係を理解しているかをみようとした。誤答としては、直線の傾きを間違えた**イ**や、反比例の符号を間違えた**オ**が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】直線のグラフは、傾きが右下がりなので、$a<0$、また、切片がy軸の正の部分と交わっているので、$b>0$。さらに、反比例のグラフは第２象限と第４象限にあるので、$c<0$。

以上より、正答は　**カ**　$a<0$，$b>0$，$c<0$



(11)は、円錐の展開図におけるおうぎ形の中心角を求める問題である。円錐の母線や底面の半径の長さと、展開図におけるおうぎ形の弧の長さの関係を適切に把握できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】おうぎ形ＯＡＢの半径ＯＡは母線の長さなので８、$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さは底面の円の円周の長さと等しいので、$2\times3\times\pi=6\pi$ になる。∠ＡＯＢ＝xとすると、おうぎ形の弧の長さは中心角の大きさに比例するので、

$$2\times8\times\pi\times\frac{x}{360}=6\pi$$

$$x=135\text{（度）}$$

(12)は、条件を満たす自然数の個数を求める問題である。素因数分解を適切に利用できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】540を素因数分解すると、$540=2^2\times3^3\times5$となる。よって、整数になるには約分したあとに、分母が１、分子は２乗の積の形になる必要があるため、nの値は

3×5　　　$3^3\times5$

$2^2\times3\times5$　　　$2^2\times3^3\times5$　　の４通り

(13)は、平行線を利用して線分の長さを求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】　△ＡＢＥ∽△ＤＣＥから、

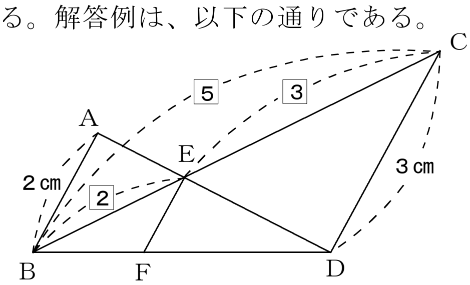
ＢＥ：ＣＥ＝ＡＢ：ＤＣ＝２：３

△ＢＥＦ∽△ＢＣＤから、

ＥＦ：ＣＤ＝ＢＥ：ＢＣ

ＥＦ：３＝２：５

したがって、　$\mathrm{EF}=\frac{6}{5}$



(14)は、箱ひげ図の基本的な性質についての問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】箱ひげ図において、箱の中央と平均値は必ずしも一致しない。

したがって、誤っているのは **ウ**

(15)は、標本調査を利用して、母集団の総数を推定する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】全体の数をx匹とし、印をつけた22匹の割合が、再度捕獲した23匹の中の印がついた３匹と同じ割合であると考えると、x：22＝23：３

x＝168.66…　小数第一位を四捨五入して　169匹

(16)は、日常の事象や社会の事象を数学的な表現を用いて説明する問題である。ある価格で販売されているアイスクリームを円柱とみなして、体積比と価格の比の関係から最も割安なサイズを数学的な表現を用いて説明することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】ＳとＭの体積比は　3^3：4^3＝27：64　　価格の比は　160：320＝１：２

価格が２倍であるのに対して、体積は２倍より大きいので、Ｍの方が割安。

ＭとＬの底面積の比は　4^2：5^2＝16：25、Ｌの高さはＭの２倍なので、体積比は16：50

価格の比は　320：960＝１：３

価格が３倍であるのに対して、体積は３倍より大きいので、Ｌの方が割安。

したがって、最も割安なのはＬサイズ。

【別解例】体積あたりの価格を求めて比較する方法

ＳとＭの体積比は　3^3：4^3＝27：64　体積あたりの価格は、

Ｓが　160÷27＝5.92…　Ｍが　320÷64＝５　となり、Ｍの方が割安。

ＭとＬの底面積の比は　4^2：5^2＝16：25、Ｌの高さはＭの２倍なので、体積比は16：50

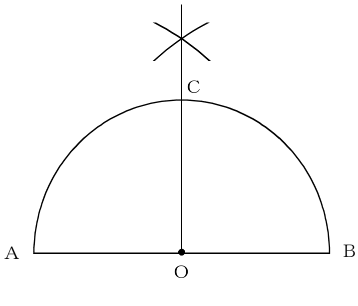
体積あたりの価格は、Ｍが　320÷16＝20　Ｌが　960÷50＝19.2　となり、Ｌの方が割安。

したがって、最も割安なのはＬサイズ。

$\boxed{2}$　「図形」や「関数」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用することができるかをみようとした。

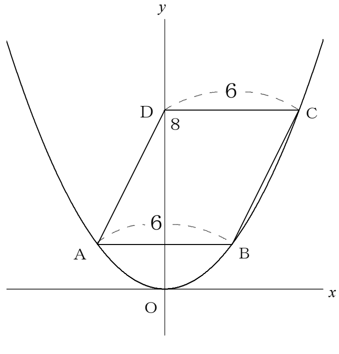
(1)は、直角二等辺三角形の性質を利用し、線分の長さの比が無理数になる点を作図する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



円の半径は等しいので、点Ｏを通る垂線と$\overset{\frown}{AB}$の交点をＣとすると、△ＡＯＣはＡＯ＝ＣＯの直角二等辺三角形になり、ＡＯ：ＡＣ＝１：$\sqrt{2}$　となる。

(2)は、$y = ax^2$のaの値を求め、座標平面上にある平行四辺形の面積を求める問題である。曲線上の点の座標の表し方や、平行四辺形の性質などを理解しているかをみようとした。解答例は、以下の通りである。



【解答例】２点Ａ、Ｂの座標はそれぞれ、Ａ（－３，９a），Ｂ（３，９a）と表される。y座標が等しいので、辺ＡＢはx軸に平行で長さは６。平行四辺形の対辺の長さは等しいので、ＣＤ＝６。Ｄ（０，８）なので、点Ｃの座標はＣ（６，８）。関数 $y = ax^2$ は点Ｃを通るので、$8 = a \times 6^2$　から、$a = \dfrac{2}{9}$。これを代入して、点Ａの座標は（－３，２）

平行四辺形の高さは点ＡとＤのy座標の差なので、８－２＝６

したがって、平行四辺形ＡＢＣＤの面積は、６×６＝36（cm^2）

3 知識・技能を活用して課題を解決する問題で、操作や実験などの活動を通して、座標平面上の図形や確率について総合的に考察し、表現することができるかをみようとした。

(1)は、２点を通る直線の式を求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】直線ＡＢは２点Ａ（２，１），Ｂ（４，５）を通るので、傾きは

$$\frac{5-1}{4-2}=2$$

よって、この直線の式は $y=2x+b$ と表される。グラフは点（２，１）を通るので、

$1=2\times2+b$

$b=-3$

したがって、直線ＡＢの式は　$y=2x-3$　となる。

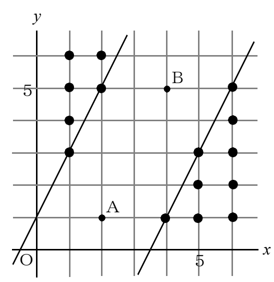
(2)は、条件にあてはまる数字を答える問題である。設定と会話から、必要な情報を読み取ることができるかをみようとした。誤答としては、**ア** 1 **イ** 35 や **ア** 2 **イ** 34 などが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】設定から点Ｐの x 座標と y 座標はともに６以下の自然数である。会話から点Ｐが直線ＡＢ上にあるときは三角形にならないことがわかるので、三角形にならない点Ｐの座標は、（２，１），（３，３），（４，５）の３通り。

点Ｐの位置はさいころを２回投げて決まるので、全体で36通りあるから、三角形になる場合は、36－３＝33 通り。したがって、　**ア**　3　　**イ**　33

(3)は、場合の数を基にして確率を求める問題である。条件を満たす点の共通点を見出し、統合的にとらえることができるか、図や式を用いて総合的に考察し表現することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】点Ｐが（２，５），（４，１）のとき、△ＡＢＰの面積は４cm² になる。ＡＢを底辺としたときの高さを、ＡＢに平行な直線をひいて考えると、図の（２，５）を通る直線と（４，１）を通る直線上の点で面積が４cm² になることがわかる。また、直線の外側の点で面積が４cm² より大きくなるので、点Ｐが図の15個の点にあるとき、△ＡＢＰの面積は４cm² 以上になる。



また、(2)より、三角形になる場合は33通り。

したがって、求める確率は $\frac{15}{33}=\frac{5}{11}$

4 平面図形についての観察や操作、実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、三角形が合同であることから、線分の長さが等しいことを証明する問題である。基本的な証明だが、通過率は２割程度であった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】　△ＡＰＯと△ＢＰＯにおいて、

ＰＯは共通・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・①

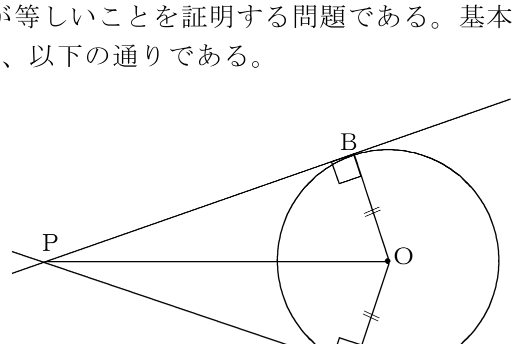
円の半径なので、ＯＡ＝ＯＢ・・・・・・・②

Ａ，Ｂは接点なので、

∠ＰＡＯ＝∠ＰＢＯ＝90°・・・・・・・・・・③

①，②，③から、直角三角形で、斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので、△ＡＰＯ≡△ＢＰＯ

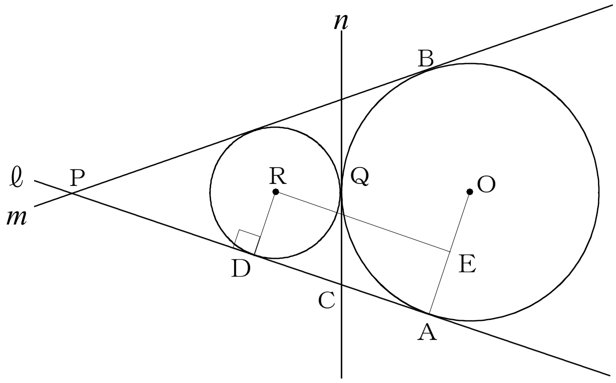
したがって、合同な図形の対応する辺の長さはそれぞれ等しいので、ＰＡ＝ＰＢ



(2)は、図形の性質を利用して線分の長さを求める問題である。(1)の結果や、三平方の定理、相似な図形などを利用して線分ＰＣの長さを求めることができる。解答例は以下の通りである。

【解答例】

右の図のように、円Ｒとℓ の接点をＤとし、点Ｒを通りℓ と平行な直線と線分ＯＡとの交点をＥとする。



ℓ ∥ＲＥ，ℓ ⊥ＲＤ，ℓ ⊥ＯＡから、四角形ＡＤＲＥは長方形になるので、

ＯＥ＝５－３＝２

また、

ＯＲ＝５＋３＝８

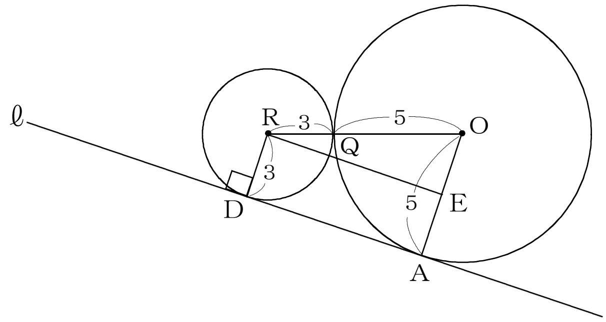
直角三角形ＯＲＥで、三平方の定理から、

$8^2 = \mathrm{RE}^2 + 2^2$

$\mathrm{RE} = 2\sqrt{15}$

よって、

$\mathrm{DA} = 2\sqrt{15}$

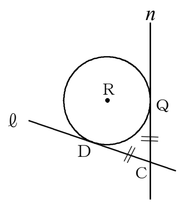


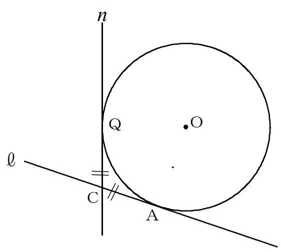
ここで、ℓ , n は円Ｒの接線であり、点Ｃはℓとn の交点なので、(1)の結果より、ＣＤ＝ＣＱ…①

同様にして、ＣＡ＝ＣＱ…②

①，②より、ＡＣ＝ＤＣなので、

$\mathrm{AC} = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{DA} = \sqrt{15}$



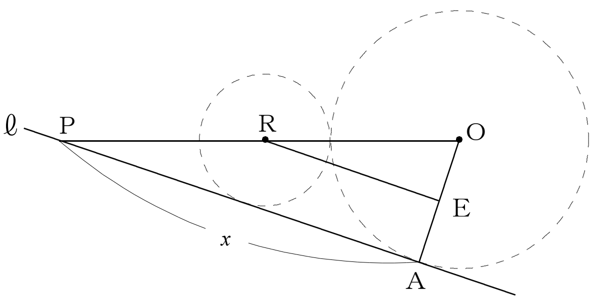


一方、ＰＡ＝xとすると、ＲＥ∥ＰＡから△ＡＯＰ∽△ＥＯＲなので、

ＰＡ：ＲＥ＝ＯＡ：ＯＥ

$x : 2\sqrt{15} = 5 : 2$

$x = 5\sqrt{15}$



以上より、ＰＣ＝ＰＡ－ＡＣ

$= 5\sqrt{15} - \sqrt{15}$

$= 4\sqrt{15}$　(cm)