

# 数学の学力向上に関する調査研究

本調査研究では学力を「①基礎的・基本的な知識・技能の習得、②知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等、③学習意欲」ととらえた。

「活用するための思考力、判断力、表現力等を育成する指導の工夫改善」を研究のテーマとして、学習指導改善に資するよう小中学校の系統を入れた実践事例を作成し、指導方法の工夫改善や具体的方策等について調査研究を行った。

## 実践事例

○実践事例 1 「方程式」(第 1 学年)  
・グループ学習を取り入れた「考え→まとめ→発表する」授業

○実践事例 2 「比例と反比例」(第 1 学年)  
・ICT活用による数学の学力向上を図る授業

○実践事例 3 「一次関数」(第 2 学年)  
・グループ学習を取り入れた「帰納的な考えを基に演繹的な検証ができる」授業

○実践事例 4 「平行線と角」(第 2 学年)  
・根拠を明らかにしながら数学的な表現を用いて表現する力を育てる授業

○既習内容の系統 1  
「角の指導に係る既習内容の系統について」  
・第 5 学年算数科学習指導案

○既習内容の系統 2  
「数量関係に係る既習内容の系統について」

○実践事例 5 「方程式」(第 1 学年)  
・操作活動、学び合い活動を取り入れた数学の学力向上を図る授業

○実践事例 6 「比例と反比例」(第 1 学年)  
・自分の考えを数学的な言葉・用語を用いて表現する力を養う授業

○実践事例 7 「式の計算」(第 2 学年)  
・根拠を明らかにして、筋道を立てて説明し、伝え合う授業

○実践事例 8 「図形の調べ方」(第 2 学年)  
・自らの授業を振り返り授業改善を行い、思考力・表現力を高める授業

○既習内容の系統 3  
「図形指導に係る既習内容の系統について」  
・第 4 学年算数科学習指導案

○既習内容の系統 4  
「文字式・方程式に係る既習内容の系統について」

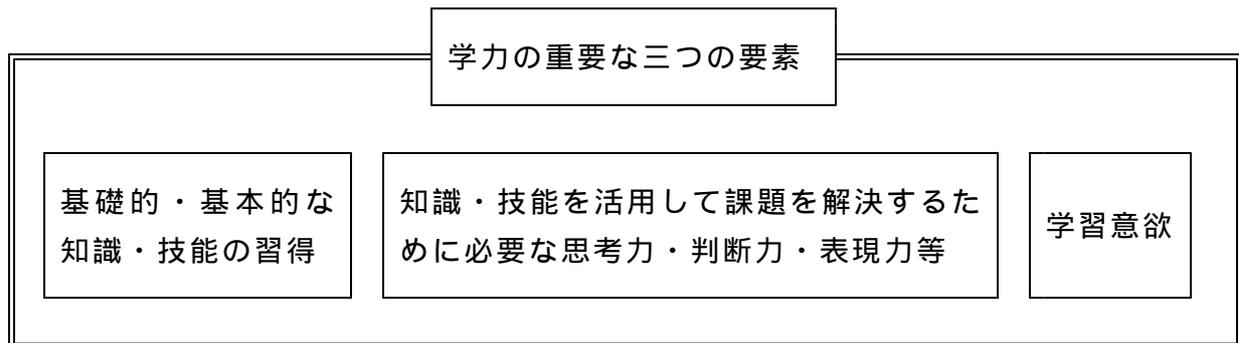
## 成果(◎)と課題(◆)

- ◎発表することを通して思考力や表現力を高めることができた。
- ◎日常的な事象の数式化を図ることで、活用する力を高めることができた。
- ◎グループでの話し合い活動を通して、筋道を立てて説明することや根拠を明らかにすること、友だちに説明する活動の大切さを理解させることができた。
- ◎全国学力・学習状況調査の記述式問題のタイプから、生徒に身に付けさせたい表現力を明確にして授業に組み入れることにより、筋道立てて説明することの大切さを実感させることができた。
- ◆生徒が他者との相互交流、コミュニケーションの重要性を理解した授業、思考活動と表現活動の時間配分を考えた授業を継続して行い、生徒の変容を調査する必要がある。
- ◆生徒に身に付けさせたい表現力として、全国学力・学習状況調査の記述式問題のタイプを意識した授業展開をさらに進め、生徒の意識をどう高めていくか、研究を進める必要がある。
- ◆中教審答申で述べられた、知識・技能の活用など思考力・判断力・表現力等をはぐくむために示された学習活動を意識した授業を進める必要がある。
- ◆小学校と中学校のなだらかな接続を図るため、算数・数学の系統性、連続性を意識した授業交流を取り入れる必要がある。

# 「数学の学力向上に関する調査研究」

## 1 はじめに

学校教育法第30条第2項を踏まえて中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」（平成20年1月17日）では、学力の要素を「基礎的・基本的な知識・技能の習得、知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等、学習意欲」であるとしている。



本調査研究においても、学力について上記のとおりとらえて、数学の学力向上に関する調査研究を進める。

## 2 研究の目的

本調査研究の目的は、各中学校での「数学の学力向上」の取組を推進するために、数学の学力向上のための学習指導方法について調査研究を進め、授業の工夫改善に資するよう具体的に授業実践を提案していくことである。

### (1) 数学の学力向上のための授業改善の視点

これまでの全国学力・学習状況調査から、次のような全国的な結果が出ている。

- ・正負の数、整式の計算、方程式等の計算技能については、相当数の生徒ができている。
- ・文字式が表す意味、方程式における移項の意味、確率の意味等の理解や、文字式を具体的な事象と関連付けることに課題がある。
- ・事象を数学的に解釈して判断し、その理由や方法を数学的な表現を用いて説明することについて課題がある。
- ・仮定と結論の意味を理解して証明を構想することや、提示された方針に基づいて証明することに課題がある。

そこで、上記の結果を踏まえて、本調査研究を進めるにあたって数学の学力向上のための授業改善の視点を、次のようにまとめた。

単純化・理想化を図ることや、筋道を立てて考え数学的に表現したり、得られた結果を振り返り、発展的に考えたりするような、数学的なプロセスを生徒が意識できるようにすること。

数学的活動を取り入れ、生徒が自分で数学を考えたり、学級で話し合ったり

する学習を大切にすること。

抽象化された文字や記号を使って数学的に表現する学習を取り入れること。

生徒の実生活や日常事象を授業で取り上げ、事象を数学的に解釈し、問題解決に数学を活用できるようにすること。

既習事項を解決のための道具として意識させ、適切に用いることができる経験をさせ、数学を学ぶ価値を味わわせること。

授業改善の視点は1年目の調査研究を進めるためにまとめたものである。授業改善の視点は、生徒や学校の実態によって様々であり、すでに具体的な取組が進んでいる学校もあると思われる。

## (2) 数学の学力向上のための指導の視点

上述したこれまでの全国学力・学習状況調査の結果から、次のように数学の正答率が高い生徒及び学校の傾向が表れている。

### 【生徒質問紙と教科の相関関係の調査より】

- ・テストで間違えた問題について、間違えたところを後で勉強している。
- ・数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思う。
- ・数学の問題の解き方が分からないときは、あきらめずにいろいろな方法を考える。
- ・数学の授業で問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないか考える。
- ・数学の授業で公式やきまりを習うとき、その根拠を理解するようにしている。
- ・数学ができるようになりたいと思う。
- ・数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える。
- ・数学の授業で問題の解き方や考え方が分かるようにノートに書いている。
- ・普段の授業で自分の考えを発表する機会が与えられていると思う。
- ・解答を言葉や式を使って説明する問題について、最後まで解答を書こうと努力している。
- ・家で自分で計画を立てて勉強をしたり、学校の宿題をしている。
- ・学校の授業などで、自分の考えを他の人に説明したり、文章を書いたりするのは難しいと思っていない。

### 【学校質問紙と教科の相関関係の調査より】

- ・数学の指導として、発展的な学習の指導を行っている。
- ・数学の指導として、実生活における事象との関連を図った授業を行っている。
- ・数学の指導として、家庭学習の課題(宿題)を与えている。
- ・数学の指導として、家庭学習の継続的な実施や習慣付けを図るために家庭学習の課題を与えている。
- ・数学の指導として、授業の内容と関連させて、調べさせたり、発展的に考えさせたりするために家庭学習の課題を与えている。
- ・数学の指導として、生徒が行った家庭学習の課題について、評価・指導を行っている。
- ・生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしている。

- ・学習方法（適切にノートをとる、テストの間違いを振り返って学習するなど）に関する指導をしている。
- ・数学の指導として、計算問題などの反復練習をする授業を行っている。
- ・数学の指導として、補充的な学習の指導を行っている。
- ・学習規律（私語をしない、話をしている人の方を向いて聞く、聞き手に向かって話をするなど）の維持を徹底している。

これらの調査結果より、数学の成績や学習への意欲の向上に結び付けることができる指導の仕方について、次のようにまとめた。

数学の授業の中で、よりよいものを求めよう、なぜを考えようとする指導  
 数学的に表現しようとする指導  
 数学的に見たり、考えたりすることを位置付けようとする指導  
 日常生活と数学を関連付けようとする授業  
 授業規律などの学習環境を整えた授業  
 家庭学習などのきめ細かな指導

上記の指導を進めることで、生徒はできること、わかること、考えること、そして数学を学ぶことの楽しさを感じることができる。

### 3 研究の内容

- (1) 数学の学力向上のための学習指導方法の工夫改善について
- (2) 数学の学力向上のための指導事例の開発について
- (3) 実践授業を通しての数学の学力向上の検証について
- (4) 小学校算数との系統について

### 4 研究計画

2年間の調査研究とし、研究協力委員を委嘱し、所員と協力して調査研究を行う。

#### (1) 1年次

1年次は全国学力・学習状況調査を基に学習指導改善に資するよう小・中学校の系統を入れた実践事例を作成し、指導方法の工夫改善や具体的方策等について調査や研究を行った。

#### (2) 2年次

1年次の研究を基に各調査研究協力委員の学校で継続的に学習指導改善を進め、生徒の具体的な変容を追うことから、学力向上について「表現する力」の育成に焦点を当てた授業実践を行った。また、小・中学校の連携、算数・数学の系統等の視点からも具体的な手立てを考察し実践を進めた。

### 5 研究テーマ

活用するための思考力、判断力、表現力等を育成する指導の工夫改善

### (1) 本県の取組と課題

平成20年3月に学習指導要領が告示され、「生きる力」をはぐくむという理念は引き継がれた。基礎・基本を確実に身に付け、いかに社会が変化しようと、自ら課題を見つけ、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力などの育成と充実が求められている。

また、本年度から「生きる力と絆<sup>きずな</sup>の埼玉教育プラン - 埼玉県教育振興基本計画 - 」に基づく様々な取組を行っており、その基本目標の一つとして「確かな学力と自立する力の育成」を挙げている。その施策として「確かな学力の育成」が挙げられており、「現状と課題」として、『これからの「知識基盤社会」の時代を子どもたちが主体的、創造的に生きていくためには、基礎的な学力とともに応用力や発展的な学力を身に付けることが必要』としている。さらに、『全国学力・学習状況調査（平成20年度）の結果を見ると、本県の子どもたちの学力は全国平均とほぼ同じレベルであるものの、知識の活用に課題がある。』、『学んだ知識や技能を活用するための思考力、判断力、表現力等の育成とともに、子どもたちに目的意識や興味・関心をもたせ、学習意欲を向上させることが必要である。』としている。

そこで、課題として挙げられている「活用」に焦点を当てて「活用するための思考力、判断力、表現力等を育成する指導の工夫改善」を研究のテーマとした。

### (2) 中央教育審議会答申（平成20年1月17日）より

中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」では、「活用」は教科で培った知識・技能を活用して、レポート作成、論述などの学習を行うこととされている。そして、次のような説明がある。

「知識・技能の活用など思考力、判断力、表現力等をはぐくむためには、例えば以下のような学習活動が重要であると考えた。

体験から感じ取ったことを表現する。
事実を正確に理解し伝達する。
概念・法則・意図などを解釈し、説明したり活用したりする。
情報を分析・評価し、論述する。
課題について、構想を立て実践し、評価・改善する。
互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる。

ここからは、「活用」としての「思考力・判断力・表現力」の育成が読み取れる。授業実践を行う際に ~ の学習活動を授業の中に組み入れることが大切である。

### (3) 活用する力の分類

全国学力・学習状況調査の主として「活用」に関する問題作成の枠組みを参考に、「活用する力と数学的なプロセス」として示された種々の活動を基に、数学の活用する力を育成する授業のねらいを分類して授業実践を行った。

活用する力	数学的なプロセス
：	1 日常的な事象を数理化すること
知識・技能などを実生活の	1 (1) ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること

様々な場面で活用する力	1 (2) ものごとの特徴を的確にとらえること 1 (3) 理想化・単純化すること <u>2 情報を活用すること</u> 2 (1) 与えられた情報を分類整理すること 2 (2) 必要な情報を適切に選択し判断すること <u>3 数学的に解釈することや表現すること</u> 3 (1) 事象を数学的に解釈すること 3 (2) 自分の考えを数学的に表現すること
： 様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力	<u>1 課題解決のための構想を立てること</u> 1 (1) 筋道を立てて考えること 1 (2) 立式や証明（説明）の方針を立てること 1 (3) 方針にもとづいて証明（説明）すること <u>2 結果を評価し改善すること</u> 2 (1) 結果を振り返って考えること 2 (2) 結果を改善すること 2 (3) 発展的に考えること
： 上記、の両方にかかわる力	<u>1 他の事象との関係をとらえること</u> <u>2 事象を統合してとらえること</u> <u>3 多面的にものを見ること</u>

#### (4) 記述式問題の分類

全国学力学習状況調査の B 問題での記述式問題には、次の 3 つのタイプがある。これらの説明形式をもとに、『生徒に身に付けさせたい「表現する力」』を明確にした授業実践を目指した。

(a) 見いだした事柄や事実を説明すること
「 は である。」の形式での解答 見いだした事柄を的確にとらえ直し，数学的に正しく表現すること。 数量や図形などの考察場面で見いだした事柄や事実を説明するといった、数学的な表現力をみる。
(b) 事柄を調べる方法や手順を説明すること
「 を用いて、 をする。」の形式での解答 問題を解決する方法や手順を的確に説明できるようにすること。 事象を数学的に解釈する場面でのアプローチの仕方や手順の説明を求めるといった、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力をみる
(c) 事柄が成り立つ理由を説明すること
「 であるから、 である。」の形式での解答 ある事柄が成り立つ根拠を説明できるようにすること。 説明すべき事柄についてその根拠を示して理由を説明するといった、論理的な思考力や表現力をみる

## 6 実践事例

### (1) 実践事例と小学校算数との系統

8本の実践事例を提案する。これらは、上記の表の数学的なプロセスとして示された数学の「活用する力」を育成する授業のねらいのいずれかに焦点を当てて行った授業である。このうち、事例5～8は特に全国学力学習状況調査のB問題の記述式問題の説明形式をもとに、生徒に身に付けさせたい「表現する力」の育成に焦点を当てた実践事例である。

また、小学校算数との系統は、各事例に対する中学校数学との既習内容の系統をまとめたものである。生徒が学習につまずいたときに、どこに遡ればよいのかを確認できるようにした。

事例	学年・題材	数学的なプロセス	表現する力
事例1	第1学年「方程式」	1(1)、3(1)、1(3)	
事例2	第1学年「比例と反比例」	1(2)、2(2)	
事例3	第2学年「一次関数」	2(2)、1(3)	
事例4	第2学年「平行線と角」	2(2)、3(2)、1(3)	
事例5	第1学年「方程式」	1(1)、2(2)	(b)
事例6	第1学年「比例と反比例」	3(2)、2(1)	(c)
事例7	第2学年「式の計算」	3(2)	(c)
事例8	第2学年「図形の調べ方」	1(3)、2(2)、1(3)	(a)(c)
小学校算数との系統			
既習内容の系統1「角の指導に係る既習内容の系統性について」 第5学年算数科学習指導案「図形の角の大きさ」			
既習内容の系統2「数量関係に係る既習内容の系統性について」			
既習内容の系統3「図形指導の系統性について」 第4学年算数科学習指導案「垂直・平行と四角形」			
既習内容の系統4「文字式・方程式につながる系統性について」			

### (2) 実践事例の内容

各実践事例は、次の項目立てを基本にまとめた。

1	改善の方向		
2	研究および授業改善の視点		
3	実践のねらい		
4	実践概要		
	(1) 題材名	(2) 題材について	(3) 指導目標 (4) 研究とのかかわり
	(5) 課題の工夫	(6) 指導計画	(7) 本時の目標 (8) 展開
	ワークシート		
5	授業分析		
	(1) 生徒の反応	(2) 授業の分析	
6	成果と課題		
	(1) 成果	(2) 課題	

## 7 成果と課題

### (1) 成果

発表することを通して思考力や表現力を高めることができた。

日常事象の数式化を図ることで、活用する力を高めることができた。

生徒に数学の用語を用いて説明することの大切さを実感させることができた。

根拠を明らかにすることの大切さを、友だちに説明する活動を通して理解させることができた。

全国学力・学習状況調査の記述式問題のタイプから、生徒に身に付けさせたい表現力を明確にして授業に組み入れることにより、筋道立てて説明することの大切さを実感させることができた。

### (2) 課題

生徒が他者との相互交流、コミュニケーションの重要性を理解した授業展開を継続して行い、生徒の変容を調査する必要がある。

生徒に身に付けさせたい表現する力として、全国学力・学習状況調査の記述式問題のタイプを意識した授業展開をさらに進め、生徒の意識をどう高めていくか、研究を進める必要がある。(参照【資料1】)

中教審答申で述べられた、知識・技能の活用など思考力・判断力・表現力等をはぐくむために示された ～ (P5(2)) の学習活動を意識した授業を進める必要がある。

小学校と中学校のなだらかな接続を図るため、算数・数学の系統性、連続性を意識した授業交流を取り入れる必要がある。(参照【資料2】)

## 8 研究協力委員

研究協力委員は中学校教諭4名、小学校教諭2名とする。

学 校 名	職名	氏 名	担 当 指導主事
所沢市立上山口中学校	教諭	三浦 光	(1年次) 池田 孝司
人間市立金子中学校	教諭	飯島 隆	
草加市立松江中学校	教諭	後上 文男	(2年次) 中里 正
騎西町立騎西中学校	教諭	野本 貴史	
加須市立加須平成中学校	教諭	佐藤 秀雄	
川口市立木曾呂小学校	教諭	佐藤 秀雄	
川口市立青木中央小学校	教諭	佐藤 秀雄	
鳩ヶ谷市立辻小学校	主幹教諭	小堀 貴紀	

【資料1】「平成21年度 全国学力・学習状況調査結果の概要【中学校】」より  
文部科学省初等中等教育局学力調査室  
国立教育政策研究所教育課程研究センター研究開発部学力調査課

1 生徒質問紙と教科の相関関係の調査より

数学の記述式問題の正答率が高い生徒の傾向

- ・ 普段の授業で自分の考えを発表する機会が与えられていると思う。
- ・ 数学ができるようになりたいと思う。
- ・ 数学の問題の解き方が分からないときは、あきらめずにいろいろな方法を考える。
- ・ 数学の授業で問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないか考える。
- ・ 数学の授業で公式やきまりを習うとき、その根拠を理解するようにする。
- ・ 数学の授業で問題の解き方や考え方が分かるようにノートに書く。

2 学校質問紙と教科の相関関係の調査より

記述式問題の平均無解答率が低い学校の傾向

- ・ 生徒の様々な考えを引き出したり、思考を深めたりするような発問や指導をしている。
- ・ 生徒の発言や活動の時間を確保して授業をすすめている。
- ・ 私語をしないなど学習規律の維持を徹底している。
- ・ 学習規律(私語をしない、話をしている人の方を向いて聞く、聞き手に向かって話をするなど)の維持を徹底している。
- ・ 適切にノートをとるなど学習方法に関する指導を行っている。
- ・ 本やインターネットなどを使った資料の調べ方が身に付くよう指導している。
- ・ 資料を使って発表ができるよう指導している。
- ・ 自分で調べたことや考えたことを分かりやすく文章に書かせる指導をしている。
- ・ 数学の指導として、発展的な学習の指導を行っている。

【資料2】「平成22年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」より

1 小学校と中学校の連携を図る上で中学校として配慮すべき事項

小学校調査と中学校調査の結果の差異

小学校調査における児童質問紙の結果と中学校調査における生徒質問紙の結果について、20ポイント以上小学校の方が肯定的であった質問は以下のとおりである。

- ・ 普段の授業では、本やインターネットを使って、グループで調べる活動をよく行っていると思いますか。
- ・ 普段の授業では、学級の友達との間で話し合う活動をよく行っていると思いますか。
- ・ 算数(数学)の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えますか。

- ・算数（数学）の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思いますか。

小学校調査における学校質問紙の結果と中学校調査における学校質問紙の結果について、20 ポイント以上（ ）の差異があった質問

- ・算数（数学）の指導として、保護者に対して児童（生徒）の家庭学習を促すよう働きかけを行っていますか。

## 2 学校質問紙と教科の相関関係の調査より

平均正答率が高い学校の傾向

- ・数学の指導について、家庭学習の取組として、調べたり文章を書いたりしてくる宿題を出している。
- ・数学の指導について、家庭学習の取組として、学校では、生徒に家庭での学習方法等を具体例を挙げながら教えるようにしていると回答している割合が高い傾向が見られる。

### 参考・引用文献

- (1) 平成21年度 全国学力・学習状況調査 解説資料 中学校数学 国立教育政策研究所 教育課程研究センター 平成21年4月
- (2) 平成21年度 全国学力・学習状況調査 報告書 中学校数学 国立教育政策研究所 教育課程研究センター 平成21年12月
- (3) 平成22年度 全国学力・学習状況調査 解説資料 中学校数学 国立教育政策研究所 教育課程研究センター 平成22年4月
- (4) 平成22年度 全国学力・学習状況調査 報告書 中学校数学 国立教育政策研究所 教育課程研究センター 平成22年10月
- (5) 中学校学習指導要領解説 数学編 文部科学省 平成20年9月
- (6) 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省 平成20年8月
- (7) 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申） 中央教育審議会 平成20年1月17日
- (8) 「キー・コンピテンシー」に基づく学習指導法のモデル開発に関する研究 - 「知識・技能を活用する思考力・判断力・表現力」の育成を中心として - 国立教育政策研究所 平成20年3月
- (9) 埼玉県中学校教育課程編成要領 埼玉県教育委員会 平成21年3月
- (10) 埼玉県小学校教育課程編成要領 埼玉県教育委員会 平成21年3月
- (11) 平成21年度埼玉県小・中学校学習状況調査報告書 埼玉県教育委員会 平成21年10月
- (12) 指導と評価 図書文化 平成21年11月

## <実践事例1>

第1学年「方程式」

# グループ学習を取り入れた 「考え→まとめ→発表する」授業

## 1 改善の方向

### $\alpha$ 1 : 日常的な事象を数学化すること

$\alpha$  1 (1) ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること

限りある授業時間で、教師は「教えること」と「子どもたちが自ら学ぶこと」を明確にして授業に位置付け、基礎的・基本的な知識・技能を習得させる。

### $\alpha$ 3 : 数学的に解釈することや表現すること

$\alpha$  3 (1) 事象を数学的に解釈すること

日常的な出来事を数学的にとらえることで、興味・関心をもたせ、知的好奇心を喚起して学習意欲を高める。

### $\beta$ 1 : 課題解決のための構想を立て実践すること

$\beta$  1 (3) 方針に基づいて証明(説明)すること

「～だから～である」、「～なので～である」など、「自分の考えを書く力」やそれを自らの言葉で「説明する力」を身に付けるなど、論理的な思考力・判断力・表現力を伸ばす。

## 2 研究および授業改善の視点

数学科では「学んだ知識や技能を活用するための思考力、判断力、表現力等の育成とともに、子どもたちに目的意識や興味・関心をもたせ、学習意欲を向上させる」ことが求められている。そのために、「教師が教えること」と「子どもたちが自ら学ぶこと」の両方を授業に位置付け、学習意欲を喚起しながら指導することが大切であると考える。

また、「自分の考えを書く力」「説明する力」などの思考力・判断力・表現力を伸ばすために、教師は、1時間ごとの学習目標を明確にして生徒に目的意識をもたせて学習意欲を高める必要がある。

本授業では学習課題を読み個人で考えた後に小グループで貼り絵を動かしたり、プレゼンテーションソフトの動画を見ながら学習課題を理解して課題解決していく。その際に適切な発問や助言をしながら、考える時間を充分に取り学習を進める。

個人で考えたことをグループ内で意見交換しながら、さらに考えを深めて自分の言葉で文章にまとめて発表する学習を進める。このように、生徒の活躍の場を多く取り入れた学び合いの場を設定して、「考え→まとめ→発表する」授業を行い、思考力・判断力・表現力を高める。

## 3 実践のねらい

前時に、「姉が自宅を出発して10分後や25分後に妹が姉を追いかけると、何分後に追いつくことができるか。」「追いつく地点は自宅からどのくらい離れた地点か。」の課題を貼り絵を使い、姉と妹の位置を動かして、動的に見ることをさせながら取り組ませた。

本時は、前時の発展として「妹が姉に追いつく時間の限界を求める。」という課題を設定した。発展的な学習を行い、さらに学習意欲を高めて思考力、判断力、表現力を育てることを行った。

また、本時は3人で編成したグループ学習を取り入れた。課題解決の過程で生徒が互いに解決の見通しや考え方を話し合い、一人一人が学習の主体者であるという自覚をもって課題解決に取り組めるようにした。

#### 4 実践概要

(1) 題材名 第1学年「方程式」

(2) 題材について

小学校では、本題材と関係ある内容として、式の計算方法や読み方、( ) や□などを用いた式、交換法則、結合法則、分配法則、加減乗除の計算の手順、等式の意味、公式や言葉の式について学習している。

生徒は本題材の学習を通して、小学校算数での考え方と比較したり、具体的な場面で能率的に問題が解決できるなど、方程式の有用性を実感してきた。

前時の学習では、「姉が分速80mの速さで家を出発した10分後に妹が分速240mの速さで姉を追いかけると何分後に追いつくか。」を課題に、貼り絵を動かして姉と妹の動きや時間の関係を考えたり、プレゼンテーションソフトを見て妹が姉に追いつくとは姉と妹が進んだ道のりが等しくなることであることを理解しながら方程式を立式して解を求めることを行った。

本時は、「妹が姉に追いつくためには、妹は姉が家を出発してから何分以内に家を出ればよいのか。」が課題となる。この課題に取り組む際、まず初めに生徒が理解しておかなければならないことは、妹が姉に追いつく最も遠い地点（妹が姉に追いつく最大の時間）は、家から2400m離れた美術館である（姉と妹が同時に到着する）ということである。この時の姉と妹の動きについて各グループで貼り絵を動かしながら、等しい関係を見だし方程式を立式させ解を求めさせたい。

① 時間の関係から等しい関係を見つけた生徒は、姉と妹の動きから

$$\boxed{\text{姉が家からA地点まで歩く時間}} + \boxed{\text{姉がA地点から美術館まで歩く時間}} = \boxed{\text{妹が家を出るまでの時間}} + \boxed{\text{妹が家から美術館まで進む時間}}$$

と考え、このことから、

姉が家から美術館まで歩く時間をx分とすると、

$$80x = 2400$$

$$x = 30$$

よって、姉は家から美術館まで30分で到着する。

また、妹が家から美術館まで進む時間をy分とすると、

$$240y = 2400$$

$$y = 10$$

よって、妹は家から美術館まで10分で到着する。

この姉と妹の時間差（30分－10分）より姉が家を出発してからA地点まで歩く時間は20分となり、姉が家を出発してから20分以内に妹が家を出れば妹は姉に追いつくことが分かる。

② 道のりの関係から等しい関係を見つけた生徒は

$$\boxed{\text{姉が家からA地点まで歩く道のり}} + \boxed{\text{姉がA地点から美術館まで歩く道のり}} = 2400$$

と考え、このことから、

妹は家から美術館まで10分で到着するので

姉がA地点から美術館まで歩く道のりは $80 \times 10 = 800\text{m}$ だから

$$80x + 800 = 2400$$

$$x = 20$$

姉は家からA地点まで歩いて20分かかるので、姉が家を出発してから20分以内に妹が家を出れば妹は姉に追いつくことが分かる。

姉と妹の動きから、必ずしもこのような手順で課題を解決していくとは限らない。方程式と言葉による説明を組み合わせながら、他者が聞いて理解できる説明ができるよう指導していきたい。

### (3) 指導目標

文字を含む等式から、文字の値を求める方法を理解し、これを用いることによって、実際の問題が形式的、能率的に処理できることを知り、さらにその方法が活用できるようにする。そのために、

- ① 方程式とその解の意味を理解する。
- ② 等式の性質を見だし、それを利用して式を形成することで、方程式が解けることを知る。
- ③ 一元一次方程式の解法を理解し、その解法に習熟する。
- ④ 方程式を利用して問題解決ができるようにする。

### (4) 研究との関わり

方程式の導入では上皿天秤を用いて具体的なイメージで等式の性質を把握したり、方程式を形式的に操作して解を求めることを学習した。

次に、方程式の利用では、等式の関係が比較的思考しやすいものから順に、代金に関する問題、個数の過不足に関する問題、道のり・速さ・時間に関する問題を言葉の式や図、表などを利用して方程式を立式して問題を解くことを学習した。

本時は教科書の問題から、「妹が姉を追いかける場合に、姉に追いつくには姉が出発してから何分以内に追いかければよいのか。」という発展的な課題を設定した。姉と妹を貼り絵で表したり、パワーポイントを用いたりして姉と妹の動きを、動的に見ることができるようにした。そして、姉と妹の動きから時間や距離について等しい関係を見つけ出させた。これらの工夫により、課題読み取りの個人差を補うとともに、知的好奇心を高揚させることができた。

学習課題に合わせて貼り絵を動かした動的な見方は、まず各グループで行い、その後学級全体で確認を行った。課題解決の大切な見方である妹が姉に追いつくとはどのようなことか、追いつかない場合とはどのようなことを学級全体で確認した。



【追いつく場合】



【追いつかない場合】

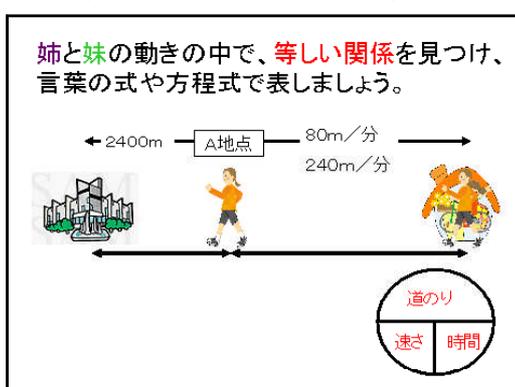
また、貼り絵やプレゼンテーションソフトを使うことで、生徒に動的に見るということ意識させることができた。

生徒が互いに学び合い、思考力・判断力・表現力等を高めることができるようにするために、次のような授業の工夫を行った。

- ① 貼り絵を用いながら、姉や妹の動きを確認し合う。
- ② 言葉の式や方程式の妥当性を確認するために貼り絵を用いる。
- ③ 理解や説明が不十分である生徒の考えを引き出すために用いる。
- ④ プレゼンテーションソフトのシートは生徒の反応によってすべてを見せずに、生徒の考えや説明を引き出すための補助として用いる。

(5) 課題の工夫

- ① 貼り絵を動かしながら姉と妹の動きから等しい関係を見つける。
- ② 等しい関係から言葉の式や表、方程式をつくる。
- ③ 動的な見方ができるように貼り絵やプレゼンテーションソフトを用いる。



(6) 指導計画

次	項	主 内 容	時間数
1	方程式とその解	○等式、右辺、左辺、両辺、方程式の解 方程式を解く意味	1
2	等式の性質と方程式	○等式の性質 ○等式の性質を利用して、簡単な方程式を解くこと	2
3	方程式の解き方	○移項の考え ○一元一次方程式を解く手順 ○形式的に解くという代数的な操作のよさ	3
4	方程式の利用	○問題の中から、等しい数量関係を方程式にして表すこと ○方程式を使って求めた答えが問題にあっているかどうかの吟味	5 本時 5/5
5	章末問題		2

13  
時間  
扱い

(7) 本時の目標

- ① 等しい関係を見つけて方程式を立式しようとする (関心・意欲・態度)
- ② 図、表、言葉の式から方程式を立式して、課題を考察することができる。  
(数学的な見方や考え方)
- ③ 課題を解決するまでの道筋を説明することができる。 (表現・処理)
- ④ 課題の解決に方程式が活用できることを理解している。 (知識・理解)

(8) 展開

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手立て
<p>1 前時を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・等しい関係から方程式を立てて答えを求めた。</li> <li>・貼り絵を使って姉や妹の動きを確認した。</li> <li>・妹が家を出る時間によっては姉に追いつけない場合もあった。</li> </ul> <p>2 学習課題を提示する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・学習課題を黒板に掲示する。</li> </ul>		
<p>学習課題</p> <p>姉が、2400m離れた美術館に向かって家を出発しました。妹が姉の忘れ物に気づき、自転車で同じ道を追いかけました。</p> <p>姉は分速80m、妹は分速240mで進むとすると、姉が家を出てから何分後までなら妹は姉に追いつくことができるでしょうか。</p>			
<p>①前時の課題との違いを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・求めるものは何だろうか。</li> <li>・妹が追いつくことができる時間を求める課題である。</li> </ul> <p>②学習目標を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートを配布する。</li> </ul>	<p>○学習課題を理解しているか。(知・理)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・求めること、分かっていることを読み取るよう促す。</li> </ul>
<p>学習目標</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・学習課題から方程式をつくろう。</li> <li>・方程式を解いて課題を解決しよう。</li> </ul>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>・前時の学習を利用して解けないだろうか。</li> <li>・妹が25分後に家を出る場合は追いつけなかった。</li> </ul> <p>3 グループ学習を行う。</p> <p>①解決の見通しを立てる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・追いつくとは、姉と妹の道のりが等しくなることだ。</li> <li>・姉が家を出てすぐに追いかければ必ず追いつく。</li> <li>・追いつく最も遠い場所は美術館のところだ。</li> <li>・美術館で追いつく場合を考えればよい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・学習目標を掲示し読み上げる。</li> </ul>		
<p>①解決の見通しを立てる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・追いつくとは、姉と妹の道のりが等しくなることだ。</li> <li>・姉が家を出てすぐに追いかければ必ず追いつく。</li> <li>・追いつく最も遠い場所は美術館のところだ。</li> <li>・美術館で追いつく場合を考えればよい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グループに貼り絵を配布して姉と妹の動き考えさせる。</li> <li>・妹が姉に追いつく場所を家から2400m離れた美術館であると考えればよいことを押さえる。</li> </ul>	<p>○意見を交換しながら姉と妹の動きを考えようとしているか。(関・意・態)</p> <p>○等しい関係について図や言葉の式、方程式で考えることができるか。(見・考)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・貼り絵を動かしながら考えるよう促す。</li> <li>・前時の図や考え方、解き方を参考にしよう促す。</li> </ul>

②全体で姉と妹の動きを確認する。  
 ・黒板で貼り絵を使って確認する。

・必要に応じてプレゼンテーションソフトのスライド1を見せる

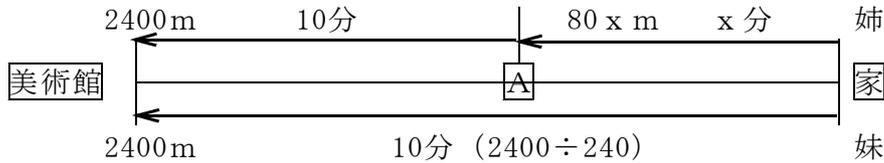
○方程式を解き、解を求めることができるか。(表・処)

・等式の性質や移項を確認させる。

③自力解決する。

ア 姉が出発して x 分後に妹が家を出るとして、道のりから考える。

(ア) 図示する。



(イ) 言葉の式をつくる。

$$\boxed{\text{姉が家から A 地点まで歩く道のり}} + \boxed{\text{姉が A 地点から美術館まで歩く道のり}} = 2400$$

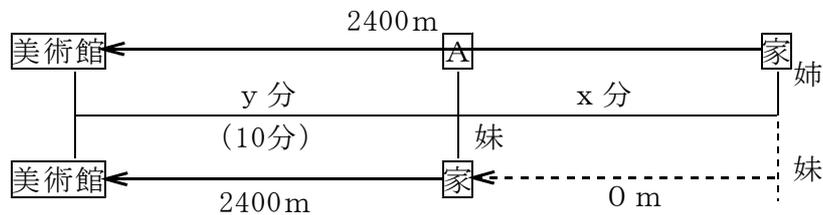
(ウ) 方程式を立てる。

$2400 \div 240 = 10$  より、妹は家を出てから10分後に姉に追いつくので、  
 $80x + 80 \times 10 = 2400$   
 $80x = 2400 - 800$   
 $x = 20$       答え 20分後

イ 姉が出発して x 分後に妹が家を出るとして、時間の関係から考える。

さらに姉が A 地点から美術館まで y 分かかるとする。

(ア) 図示する。



$240y = 2400$  より  $y = 10$

(イ) 言葉の式をつくる。

$$\boxed{\text{姉が家から A 地点まで歩く時間}} + \boxed{\text{姉が A 地点から美術館まで歩く時間}} = \boxed{\text{妹が家を出るまでの時間}} + \boxed{\text{妹が家から美術館まで進む時間}}$$

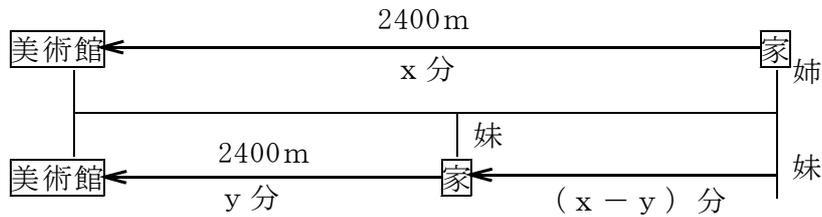
(ウ) 方程式を立てる。

姉から  $80x + 80y = 2400$   
 妹から  $240y = 2400$   
 $80x = 2400 - 800$   
 $x = 20$       答え 20分後

(エ) 方程式を立てる。

妹から  $240y = 2400$  よって、 $y = 10$  だから  
 姉から  $80x + 80 \times 10 = 2400$   
 $80x = 2400 - 800$   
 $x = 20$       答え 20分後

- ウ 姉と妹がそれぞれ家を出てから美術館に着くまでの時間を  $x$  分、 $y$  分として考える。  
 (7) 図示する。



妹が家を出るまでの時間は  $(x-y)$  分と表せる。

- (イ) 言葉の式をつくる。

姉が家から美術館までかかる時間	-	妹が家から美術館までかかる時間	=	妹が家を出るまでの時間
-----------------	---	-----------------	---	-------------

- (ロ) 方程式を立てる。

姉から  $80x = 2400$  より、 $x = 30$   
 妹から  $240y = 2400$  より、 $y = 10$   
 よって、 $x - y = 30 - 10$   
 $= 20$       答え 20分後

- エ 妹が家を出るまでの時間を基にして考える。

- (7) 表化する。

- 姉と妹の速さの差から、姉との道のりは1分間に160mずつ縮まる。

妹が家を出るまでの時間(分)	1	2	3	4	...	$x$
姉の家からの道のり (m)	80	160	240	320	...	$80x$
妹が追いつくまでの時間(分)	0.5	1	1.5	2	...	$80x / 160$
追いつくまでの道のり (m)	120	240	360	480	...	2400

- 妹が家を出るまでの時間と追いつくまでの道のりは比例の関係にある。

- (イ) 方程式を立てる。

<p>変化から、 <math>1 : x = 120 : 2400</math>  <math>120x = 2400</math>  <math>x = 20</math>  <u>答え 20分後</u></p>	}	<p><math>80 : 80x = 120 : 2400</math>  <math>1 : x = 1 : 20</math>  <math>x = 20</math>  <u>答え 20分後</u></p>
---	---	---

<p>対応から、 <math>1 : 120 = x : 2400</math>  <math>120x = 2400</math>  <math>x = 20</math>  <u>答え 20分後</u></p>	}	<p><math>80 : 120 = 80x : 2400</math>  <math>2 : 3 = x : 30</math>  <math>x = 20</math>  <u>答え 20分後</u></p>
---	---	---

- オ 前時の解答を利用して考える。

- (7) 表化する。

- 姉が家を出た10分後に追いかけると、妹は5分後に追いつき、その地点は家から1200mで家と美術館の道のりのちょうど中間であった。

姉が家を出てからの時間(分)	10	$x$
妹が追いつくまでの時間(分)	5	$80x / 160$
追いつくまでの道のり (m)	1200	2400

- 姉が家を出てからの時間と追いつくまでの道のりは比例の関係にある。

(イ) 方程式を立てる。

・変化から、  $10 : x = 1200 : 2400$   
 $1200x = 24000$   
 $x = 20$

答え 20分後

・対応から、  $10 : 1200 = x : 2400$   
 $1200x = 24000$   
 $x = 20$

答え 20分後

$5 : 80x / 160 = 1200 : 2400$   
 $10 : x = 1 : 2$   
 $x = 20$

答え 20分後

$5 : 1200 = 80x / 160 : 2400$   
 $1 : 240 = x : 4800$   
 $x = 20$

答え 20分後

- ④グループ内で解決のしかたについて意見交換する。
- ・姉と妹の動きを貼り絵を使って確認する。
  - ・考え方の共通点や相違点について確認し合う。
  - ・分かりやすく説明する。
  - ・分からないことは質問する。
  - ・図、表、言葉の式と方程式を対置させながら意見交換をする。

4 グループの代表が解き方を発表する。

- ①発表する。
- ・図や表を用いて考え方を説明する。
  - ・何を  $x$  として方程式を立てたのか発表する。
  - ・等しい関係にあるものを何としたのか発表する。
- ②意見交換する。
- ・理解できない点を質問する。
  - ・新たに気付いたことを理解する。

5 本時のまとめをする。

- ①本時の学習を振り返る。
- ・課題の困難点、着想、手続き等を基に振り返る。
  - ・友達の考えや発表等のよかった点を振り返る。
- ②本時をまとめる。
- ・図や表により姉と妹の動きが分かりやすくなる。

- ・意見交換の様子や考え方等を確認する。
- ・必要に応じてプレゼンテーションソフトのスライド2、3を見せる。
- ・全体での発表の準備をさせる。

- ・黒板に図や解き方等をかくように指示する。
- ・発表の支援をする。

- ・前時の学習を含めて振り返らせる。

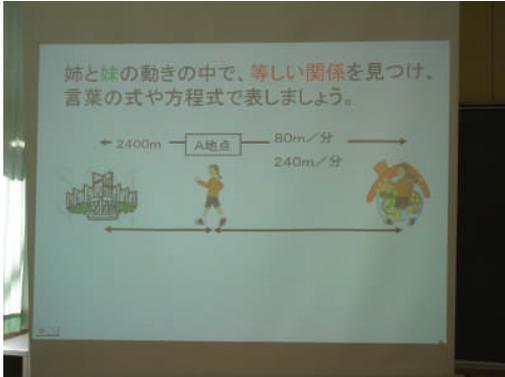
○友達に理解してもらえるような説明ができるか。(表・処)

- ・図や表と方程式を対置させるなど工夫を示唆する。

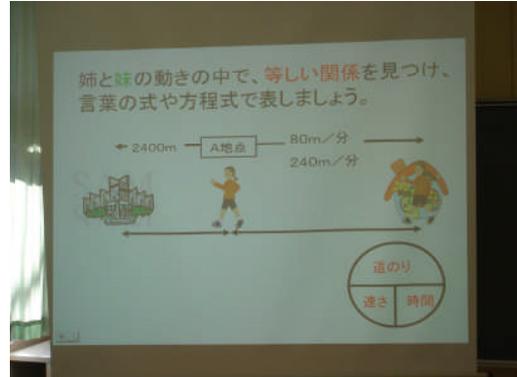
- ・等しい関係に着目して方程式を立式する。

(9) 資料 プレゼンテーションソフトのスライド

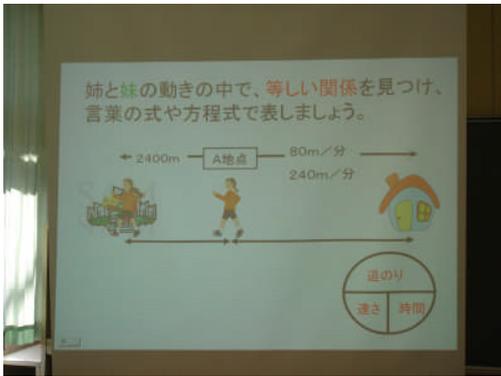
スライド1



スライド2



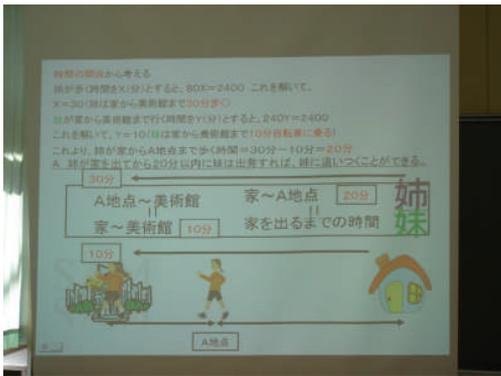
スライド3



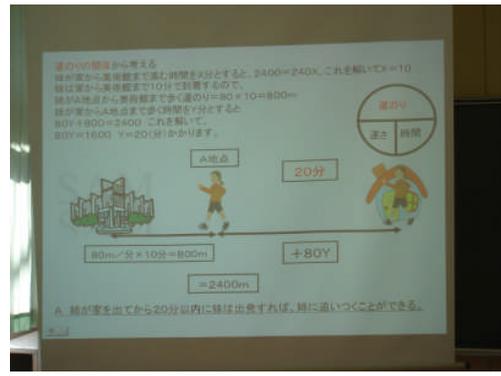
スライド4



スライド5



スライド6

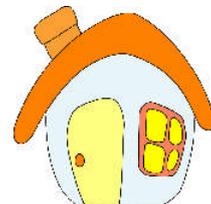


学習課題

姉が、2400m離れた美術館に向かって家を出発しました。妹が姉の忘れ物に気づき、自転車で同じ道を追いかけてきました。

姉は分速80m、妹は分速240mで進むとすると、姉が家を出てから何分後までなら妹は姉に追いつくことができるでしょうか。

- (1) 問題文より、「追いつく」ことをどのように考えたらよいでしょうか。姉と妹の動きを理解しましょう。
  
- (2) 姉と妹の動きの中で、等しい関係を見つけ、言葉の式や方程式をつくりましょう。
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (3) 方程式を解いて、姉が家を出てから何分後までなら妹は姉に追いつくかを求めましょう。



A

---

組 番 氏名

---

## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応

(T：教師の発問、指示 S：生徒の反応)

#### ① 学習課題について個人で考えた後に貼り絵を動かしながらグループで姉と妹の動きを確認する場面

T	・学習課題を読み、姉と妹の貼り絵を動かしながら等しい関係を見つけよう。
S 1	・「追いつくこと」を姉と妹が進んだ道のりが等しいと考えたと、姉が家を出てから妹が姉に追いつく時間と場所はたくさんあります。
T	・そうですね。ですから、姉と妹の貼り絵を動かしながら妹が姉に追いつく限界の場面を理解する必要がありますね。
S 2	・姉と妹との貼り絵を動かしながら、妹が姉に追いつくぎりぎりを考えると姉と妹が同時に美術館に到着する時だとわかりました。
T	・姉と妹が同時に美術館に到着するためには、姉が家を出てから何分後に妹は家を出るかを求めることになります。
S 3	・そのためには、姉がある地点を通過するまでに妹は家を出れば姉に追いつけます。でも、姉がその地点を過ぎてから妹が家を出たのではできません。
S 4	・だから、姉が通過するその地点や姉妹が進む道のり2400mを考えて答えが出せると思います。
T	・では、これまでに学習したことを使って答えを導き出しましょう。

〔考察〕 妹が追いかける間にも姉も動く様子を念頭操作で考えることが困難な生徒もいる。しかし、貼り絵を用いることで姉や妹の動きを動的に見ることができている。教具の工夫が生きた。

また、教師の支援が生徒同士の考えを結び付け、生徒が解き方の見通しを立てている。伝え合うこと、解釈することで学び合いが進められている。



#### ② グループで確認した姉と妹の動きを全体で共有する場面

T	・学習課題を読んで姉と妹の貼り絵を動かしながら解決していきます。 (姉の貼り絵をゆっくり動かす。)
S 1	・あれ、姉は美術館に到着しちゃったよ。妹の貼り絵も動かさないと姉に追いつけないよ。
S 2	・先生、もう1回お願いします。
T	・姉が家を出ました。(生徒が時間差を付けて妹の貼り絵を動かす。)
S 1	・姉に追いつきました。
S 2	・まだ、美術館に行く途中だから、もう少し妹が遅く家を出ても姉に追いつけます。
T	・もう1回貼り絵を動かしてみましょう。
S 3	・姉と妹の貼り絵が同時に美術館に到着しました。これが、妹が姉に追いつくぎりぎりの場所です。

S 4	(グループ学習で姉と妹の動きを確認できた生徒の発言)
	・姉と妹の貼り絵を美術館から逆に動かすと、妹が家を出たときの姉の位置が分かるよ。(黒板上で貼り絵を固定して説明する。)
T	・それでは、これまで学習してきたことを活用しながら解答を導き出してみよう。

〔考察〕 グループ学習では、グループによっては話合が不十分であったり、理解ができていない生徒がいたりする場合などがある。

学級全体でグループのなかで考えた事柄を出し合い、補い合いながら課題解決へと向かうことが大切である。あきらめない、分からないままで終わらない生徒の育成を行っている。



また、理解していたつもりでもあっても他者の意見から新しい見方や考え方を知ったり、気付いたりすることがある。S 4の発言によって他の生徒は新たな見方を知ることができた。このような経験を積ませ、学び合いを通して、知識・技能を習得し、活用していくことを進めることができた。

## (2) 授業の分析

### ① 前時の学習

#### 課題 1

姉が、2400m離れた美術館に向かって家を出発しました。それから10分たって妹が姉の忘れ物に気づき、自転車で同じ道を追いかけてきました。

姉は分速80m、妹は分速240mで進むとすると、妹は出発してから何分後に姉に追いつくでしょうか。

#### 課題 2

妹が25分後に姉を追いかけた場合、妹は姉に追いつくことができますか。

### ② 授業の様子

課題 1 について生徒は「追いつく」という言葉をキーワードに、

「姉が進んだ道のり = 妹が進んだ道のり」

の言葉の式を作った。

このことより、生徒は

<p>妹が姉に追いつくまでの時間を <math>x</math> 分とし、  <math>240x = 80(10 + x)</math> より  <math>x = 5</math>  妹は 5 分後に姉に追いつく。</p>
---

ことを導いた。

しかし、5分後という答えが題意にあっているかの吟味を必要とすることに気付く生徒はいなかった。そこで、課題 2 の布石として「妹が姉に追いつく場所は家からどのくらい離れた地点であるか。」を問い、家から1200m離れて地点であることを確認させた。

課題 2 についても生徒は同様に、

$$240x = 80(25 + x) \text{ より}$$

$$x = 12.5$$

妹は12分30秒後に姉に追いつくことができる。

と、多くの生徒は導いた。妹が姉に追いつくと思われる12分30秒後の地点までの距離を求めた生徒から追いつくと言えるだろうかという疑問が出され、全員で吟味することになった。家からの距離が3000mとなるため、家から美術館までの間では追いつけない、妹も美術館に入館しなければならない、妹が入館してもすぐに姉に会えるとは限らないなど、日常現実社会の文脈に落とし込んだ学習が行われた。

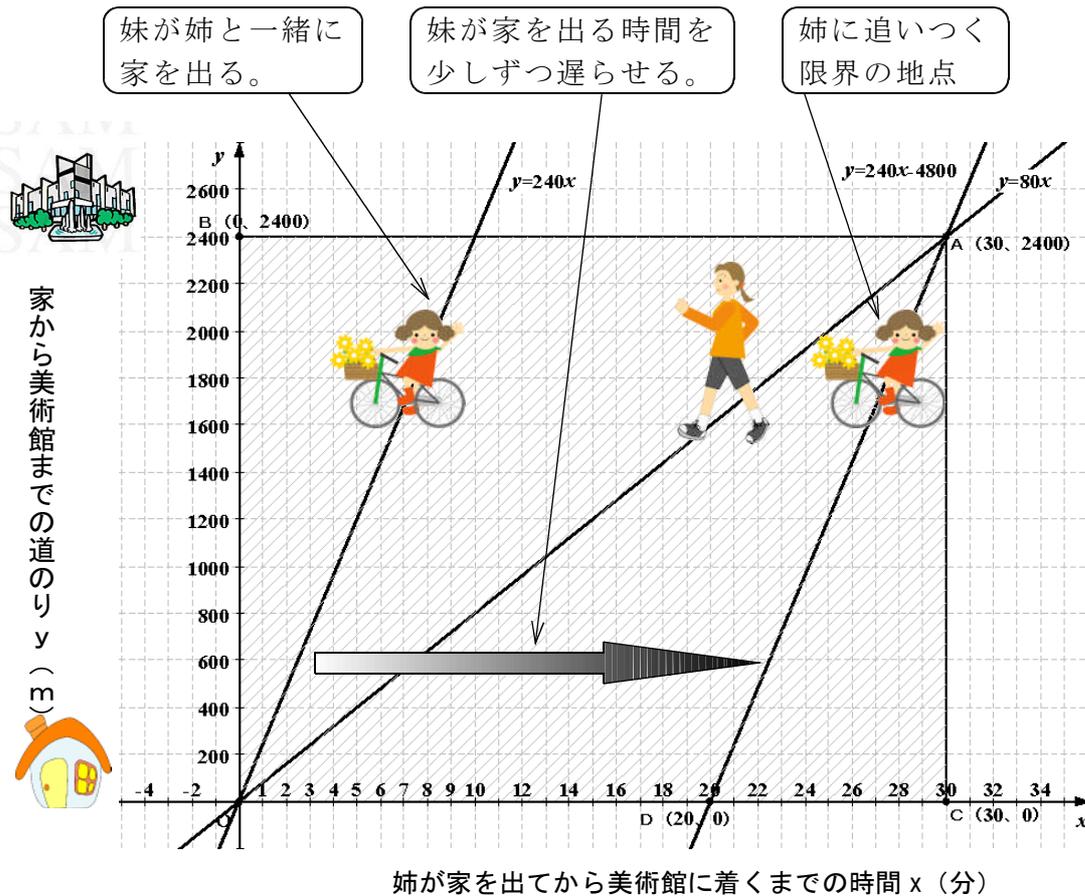
③ 本時の学習へのつながり

前時の授業を受けて、「知識・技能を実生活に活用する力」を育成する授業を行うために、学習が日常現実社会の文脈のなかに組み込まれていることが意識できる授業を行った。

④ 本課題の発展的な取組

第2学年で、一次関数を用いて説明することをねらいとして、本課題を取り上げることも考えられる。

グラフを用いて、妹が家を出る時間を考える。



姉が家を出てから美術館に着くまでの時間 x (分)

上のグラフは、姉と妹の動きをグラフで示したものである。このグラフより生徒は以下のことを読み取ることができる。

- ・家から2400m離れた美術館に到着するまで姉は30分、妹は10分かかかる。
- ・姉と妹のグラフの交点 (30、2400) より、姉と妹は姉が家を出てから30分後に、

2400m離れた美術館で追いつく。

- ・妹は姉が家を出てから20分後までに出発すれば、姉に追いつくことができる。
- ・ 
$$\begin{cases} y = 80x \\ y = 240x - 4800 \end{cases}$$

連立方程式から、 $(x, y) = (30, 2400)$  となる。

グラフの交点から姉と妹は同じ時間に同じ場所にいること、つまり、妹は姉に追いつくことを明確にすることができる。

本時の学習課題は、表を用いる、方程式を用いる、関数を用いるなど学習内容に応じて学習を進めることができ、学力向上を図ることができる。

#### ⑤ 生徒の感想

- ・はじめは、問題を読んでもよく理解できませんでした。グループで話し合ったり、黒板で貼り絵を動かしたりしているうちに問題が理解できて答えを導き出すことができました。
- ・姉と妹の動きが分からなかった。前の時間に勉強した表を作って問題を解きました。
- ・黒板上で動かした姉と妹の貼り絵を見て、方程式をつくり、問題を解くことができました。
- ・貼り絵やプレゼンテーションソフトの動きで姉と妹の動きが理解できました。
- ・姉と妹が同時に美術館に着けばよいと分かった後は、簡単に問題を解くことができました。
- ・姉が歩く時間、妹が自転車で追いかける時間、妹が家を出るまでの時間がごちゃごちゃになってよく分かりませんでした。

## 6 成果と課題

### (1) 成果

- ① 数学が得意でない生徒も貼り絵を使いながら、姉と妹の動きを理解し、表や方程式を用いて学習課題を解決することができた。
- ② 個人で考えたことをグループで話し合うことや全体の場で発表することを通して思考力、表現力を育成し学力の向上につなげることができた。
- ③ プレゼンテーションソフトの自作教材で姉と妹の動きを見せることによって、生徒に動的な見方をさせることができた。

### (2) 課題

- ① 方程式を立てる際に未知数  $x$  の定義を書いていない生徒が多く、何を求めるのか明確になっていない。記述や発表の仕方について指導を充実させる必要がある。
- ② 方程式を立てて、解くことはできるが、説明する際に接続詞（～なので～です。～だから～です。）がうまく使えず、筋道を立て論理的に説明することが充分ではなかった。
- ③ 思考力、表現力を高める手立てとして、ノートづくりや板書の仕方に一層の工夫改善を進める必要がある。

第1学年「比例と反比例」

## ICT活用による数学の学力向上を図る授業

### 1 改善の方向

学力の定着・向上を図るためには、基礎的・基本的な内容の確実な定着と思考力・判断力・表現力の育成、学習意欲を高めることが重要である。そこで、その手法として、ICTの活用に着目した。

#### α1：日常的な事象を数学化すること

##### α1(2) ものごとの特徴を的確にとらえること

ICTの活用により、日常的な事象をビデオやPCの画面で視覚的にとらえることができ、事象が理解しやすく、考えやすくなる。このことが、分かる授業、楽しい授業の創造につながる。

#### α2：情報を活用すること

##### α2(2) 必要な情報を適切に選択し判断すること

生徒に関心の高い視聴覚教材・コンピュータを用いることで、視覚的に情報をとらえて理解力を高めること、また、これらのコンテンツを他の教師や学校と情報共有することによって、より多くの子どもに還元する。

### 2 研究および授業改善の視点

全国学力・学習状況調査の結果から、本校は知識の活用に課題があることが分かった。そこで、生徒がなかなかイメージできない数式と日常事象との関わりを、ICTを活用した映像などの視覚的な教材を用いることから理解力の向上を図った。

また、関数の根本的な考えである具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、数量関係を見だし、思考力を高めることができる授業づくりに取り組んだ。



### 3 実践のねらい

二つの数量の関係から関数関係をとらえることは大切である。そのためには、二つの数量を関数的に見ることや日常的な事象を関数と関連付けて考察することができるように授業を工夫改善することが重要である。

そこで、本実践ではガソリンの量と料金という日常事象を用い、次に発展問題として日常事象から離れた図形を用いて授業を進めた。そして、発展問題ではICTの活用により、生徒が関心・意欲をもって学習が進められるように工夫するとともに、二つの数量の関係を生徒に見つけさせ、式化して考察できることをねらいとした。



## 4 実践概要

### (1) 題材名 第1学年「比例と反比例」

#### (2) 題材について

小学校においては、第4学年では伴って変わる二つの数量について、関係を調べたり、変化の様子を折れ線グラフに表し、変化の特徴を読み取ったりすることや身の回りから伴って変わる二つの数量を見つけ、数量の関係を表やグラフに表し調べることを学習している。第5学年では、表を用いて、伴って変わる二つの数量の関係を考察し、簡単な場合について比例の関係があることを知ることを学習している。また、数量の関係を表す式について理解を深め、簡単な式で表される関係について対応や変わり方に着目することを学習している。第6学年では、比例の関係について理解し、これを用いて問題を解決することや、比例の関係について理解を深めることをねらいとして反比例について知ることを学習している。

本題材の比例は、小学校では第5学年と第6学年でスパイラルな教育課程に基づいて取り扱われている題材であり、簡単な場合について表やグラフを用いてその特徴を調べている。

中学校第1学年では、小学校の基礎の上に立ち、具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばすとともに、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の様子に着目し、関数関係の意味を理解できるようにしている。そして、関数関係を見だし表現し考察する能力を中学校3年間を通して徐々に高めていく。

#### (3) 指導目標

具体的な事象の中にある伴って変わる2つの数量に注目して、比例や反比例の関係を見だし、その変化や対応の様子を考察することを通して理解を深め、利用できるようにする。

そのために、

- ① 具体的な事象の考察を通して、比例、反比例の意味を理解する。
- ② 座標の意味を理解する。
- ③ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解する。
- ④ 比例、反比例の見方や考え方を、具体的な事象の考察に活用できるようにする。

#### (4) 研究との関わり

第1学年で扱う「比例と反比例」はこれから先の関数の学習の基礎となるものである。特に、座標の意味を確実に理解し、比例や反比例の関係をグラフに表すことを通してその特徴を把握することは、今後の学習にもつながる内容であるので、その手法をきちんと理解させておきたい。また、式やグラフの扱いなどで形式的な指導に偏ることのないよう、場面設定を工夫し、生徒が意欲的に関数関係をとらえ、学ぶ意義を理解できるように展開することが大切である。そして、これまでに学んだ比例や反比例の知識や見方・考え方を基にして、日常生活における様々な事象を考察することで「振り返り」を図る、理解を一層深めるとともに、比例や反比例を学習することの意義や有用性を理解させたい。

本実践では、ガソリンの量を2倍、3倍…になると、料金も2倍、3倍…になることから比例していることを学習した。発展問題として段数の問題ではコンピュータを使用することで、生徒に学習意欲や考える力を高める実践を行った。

これらの「日常事象を扱うこと」、「生徒に関心の高いICTの活用を行うこと」により、活用する力を養い、思考力・表現力を高め学力を向上させることを目指した。

## (5) 課題の工夫

### ① 日常事象を取り扱う場面を設定する工夫

第1学年で扱う「比例と反比例」はこれから先の関数の学習の基礎となるものである。特に、式やグラフの扱いなどが形式的な指導に偏ることのないよう、「ガソリンの量と料金」という日常の事象を取り扱い、実際に料金がガソリンの量に伴い変化していく様子をビデオで見せるなど学習素材の提示を工夫した。そして、生徒が意欲的に関数関係をとらえ、学ぶ意義が理解できるように展開した。



### ② 発展問題とICT活用による理解の向上を図る工夫

これまでに学んだ比例や反比例の知識や見方・考え方を基にして、様々な事象を考察することで学習の振り返りを図り、理解を一層深めるとともに、比例や反比例を学習することの意義や有用性を考えさせた。

そこで、正方形の段数が増えるに伴って変わる量を課題として取り扱った。伴って変わる量を念頭でイメージすることは難しいが、ICTを活用し、視覚的にとらえることで理解することができた。



### ③ コースの違い

#### ア 基礎コース

基礎コースの生徒は、数学に対して苦手意識をもっている生徒が多い。表やグラフから関係を見いだしたり、様々な事象を考察したりすることを難しいと感じている生徒も多い。また、既習事項が身に付いていないため、一人で課題解決するのは困難であると考えられる。

そのために、一斉指導で他の生徒の考えを聞いたり、教師からヒントを与えたりと指導方法の工夫が大切になってくる。そこで、ブラックボックスを教材で用いた。「猿」というカードをブラックボックスに入力すると「ザル」になって出力される。その様子を見せてブラックボックスでどのような変化が生じたか考えさせる。

その後、「3」を入力すると「6」が出力され、「4」を入力すると「8」が出力されることから  $y = 2x$  という比例の式化へつなげた。

また、グループで話し合うなど授業形態も工夫し、できるだけ自らの力で課題を解決させ、問題が解ける達成感を味わわせるようにした。

#### イ 発展コース

発展コースの生徒は、計算は速く数学は得意であるという意識がある。しかし、文章題や数学的に表現することには、まだまだ苦手意識をもっている生徒が多い。はやとちりをしてしまうこともあるので、じっくりと問題を読み、適切な解答を導けるようにしたい。

比例の学習では、特に  $x$  に伴って  $y$  が変わるという変数について十分に理解させたい。そこで第2学年の一次関数、第3学年の関数  $y = ax^2$  の事象も含まれる正方形を積み重ねていく問題を与えた。求めた関数の式が比例していない理由を考察させ、第2、3学年の学習につながっていくことも視野に入れて、考える力や学ぶ意欲の向上につながるように、個に応じた指導を工夫した。

(6) 指導計画

関心・意欲・態度		数学的な見方や考え方		表現・処理		知識・理解	
<p>単元の評価規準</p> <p>具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察したりすることに関心をもち、こうした見方や考え方を意欲的に問題の解決に活用しようとする。</p>		<p>事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目するなどして、変化や対応などについての見方や考え方を身に付け、事象に潜む関係やきまりをとらえたり、見通しをもち順序よく筋道を立てて考えたりすることができる。</p>		<p>二つの数量の変化を比例、反比例の関係としてとらえ、表、式、グラフなどを用いて表現したり、数学的に処理したりすることができる。</p>		<p>比例、反比例の関係や座標の意味、比例、反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴、問題解決への利用の仕方を理解している。</p>	
基礎コース	発展コース	基礎コース	発展コース	基礎コース	発展コース	基礎コース	発展コース
<p>① ブラックボックスについて、はたらきを見つけないことに関心をもち、意欲的に問題の解決に取り組もうとする。</p> <p>② 座標平面に表された点の座標を読みとったり、点を座標平面に表したりしようとする。</p> <p>③ <math>x</math> の変域を負の数にまで広げた比例のグラフをかこうとしたり、その特徴を調べたりしようとする。</p>	<p>① 具体的な事象の中から、比例の関係をみつけ、式に表そうとする</p> <p>② 自ら進んで、座標平面に表された点の座標を読みとったり、点を座標平面に表したりしようとする。</p> <p>③ <math>x</math> の変域を負の数にまで広げた比例のグラフを明瞭にかこうとしたり、かいたグラフを基にその特徴を調べたりしようとする。</p>	<p>① 伴って変わる2つの数量が比例の関係にあるか判断することができる。</p> <p>② 平面上の点の位置を表すために、負の数まで拡張した座標を用いることができる。</p> <p>③ 比例のグラフの特徴を見出すことができる。</p>	<p>① 2つの数量関係に着目し、変化や対応から的確に比例の関係をみいだすことができる。</p> <p>② 平面上の点の位置を表すために、負の数まで拡張した座標を考え、座標を用いて平面上の点が一意的に表されている見方ができる。</p> <p>③ 比例のグラフの特徴やグラフをかき方法を見いだすことができる。</p>	<p>① 比例の関係を式に表すことができる。</p> <p>② 座標平面に表された点の位置を読み取ったり、与えられた点を座標平面に表したりすることができる。</p> <p>③ 比例のグラフをかいたり、グラフから比例の式を求めたりすることができる。</p>	<p>① 比例の関係を手際よく式に表すことができる。</p> <p>② 座標平面に表された点の位置を読み取ったり、与えられた点を座標平面に的確に表したりすることができる。</p> <p>③ 比例のグラフを正確かつ能率のかいたり、グラフから比例の式を正しく求めたりすることができる。</p>	<p>① 変数、定数、比例、比例定数の意味を理解している。</p> <p>② <math>x</math> 軸、<math>y</math> 軸、座標軸、原点、座標、<math>x</math> 座標、<math>y</math> 座標などの意味を理解している。</p> <p>③ 比例のグラフのかき方やグラフの特徴を理解している。</p>	<p>① 変数、定数、比例、比例定数の意味を説明することができる。</p> <p>② <math>x</math> 軸、<math>y</math> 軸、座標軸、原点、座標、<math>x</math> 座標、<math>y</math> 座標などの意味を説明することができる。</p> <p>③ 比例のグラフのかき方やグラフの特徴を十分に理解している。</p>



指導と評価の計画（13時間扱い □が本時）

時間	学習内容とねらい ※表中の①～⑥は、指導計画の4観点の項目番号示す。	学習活動における 具体的な評価規準との関連								評価方法
		関心・ 意欲・ 態度		見方・ 考え方		表現・ 処理		知識・ 理解		
		基礎	発展	基礎	発展	基礎	発展	基礎	発展	
1	1 比例 (1) 比例の式 ・比例、反比例の意味を理解すること。 ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。	①	①	①	①	①	①	①	①	・観察 ・発表 ・ノート
2	(1) 比例の式 ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。					①	①			・観察 ・ノート
3	(1) 比例の式 ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。							①	①	・発表 ・ノート ・小テスト
4	(2) 座標 ・座標の意味を理解すること。	②	②	②	②	②	②	②	②	・ノート
5	(3) 比例のグラフ ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。	③	③	③	③	③	③			・ノート
6	(3) 比例のグラフ ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。	③	③	④	④	③	③	③	③	・ノート ・小テスト
7	2 反比例 (1) 反比例の式 ・比例、反比例の意味を理解すること。 ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。	④	④	④	④					・観察 ・発表 ・ノート
8	(1) 反比例の式 ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。					④	④	④	④	・ノート
9	(2) 反比例のグラフ ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。	⑤	⑤	⑤	⑤					・ノート
10	(2) 反比例のグラフ ・比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。					⑤	⑤	⑤	⑤	・ノート ・小テスト
11	3 比例、反比例の利用 (1) 比例、反比例の利用 ・比例、反比例の見方や考え方を活用できること。	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	・観察 ・発表 ・ノート
12	練習問題 ・比例、反比例の見方や考え方を活用できること。									・ノート
13	練習問題 ・比例、反比例の見方や考え方を活用できること。									・小テスト

(7) 本時の目標 <発展コース>

- ① 具体的な事象の中から、比例の関係を見つけ、式に表そうとする。 (関心・意欲・態度)
- ② 2つの数量関係に着目し、変化や対応からの確に比例の関係を見いだすことができる。  
(数学的な見方や考え方)
- ③ 比例の関係を手際よく式に表すことができる。 (表現・処理)
- ④ 変数、定数、比例、比例定数の意味が分かる。 (知識・理解)

(8) 展開

※本校は校内LANが整備されており、生徒が自分のパスワードでアクセスできるようになっている。本時の発展問題では、生徒がヒントを必要とする場合には、パソコンにログインして自分にあったヒントを得ることができるようになっている。

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手立て												
<p>1 ガソリンスタンドでガソリンを入れる場面を映したビデオを見る。</p>															
<div data-bbox="193 927 874 1386" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  <p style="text-align: center; color: yellow;">金額とガソリンの量を じっくりみてみよう</p> </div>															
<ul style="list-style-type: none"> <li>・変わっていくものは何か考える。</li> <li>・ガソリンの量と料金について表にまとめる。</li> </ul>		<div data-bbox="948 1240 1417 1585" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  </div>													
<p>2 式に表せないか考える。</p>	<p>・表に表すよう促す。</p>	<p>○具体的な事象の中から、比例の関係を見つけ、式に表そうとしているか。 (関・意・態)</p>	<p>・「料金はガソリンの量の127倍」を、言葉の式に表してみるよう促す。</p>												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">量 (ℓ)</td> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 10%;">2</td> <td style="width: 10%;">3</td> <td style="width: 10%;">...</td> <td style="width: 10%;">10</td> </tr> <tr> <td>料金(円)</td> <td>127</td> <td>254</td> <td>381</td> <td>...</td> <td>1270</td> </tr> </table>	量 (ℓ)	1	2	3	...	10	料金(円)	127	254	381	...	1270			
量 (ℓ)	1	2	3	...	10										
料金(円)	127	254	381	...	1270										
<ul style="list-style-type: none"> <li>・給油量が1ℓ 増えると127円ずつ増えている。</li> <li>・料金はガソリンの量の127倍である。</li> </ul>	<p>・表を見て気付いたことをあげさせる</p>														

- ・ビデオの右端に表示されている単価127円/Lと同じ数だ。
- ・給油量が2倍、3倍…になると、料金も2倍、3倍…になる。
- ・「料金=127×量」
- ・「料金÷量=127」
- ・ガソリンを○ℓ、料金□円とすると、  
「□=127×○」  
「□÷○=127」
- ・ガソリンをxℓ、料金をy円とすると、  
「y=127x」  
「 $\frac{y}{x}=127$ 」

○比例の定義と用語を知る。

- ・言葉の式の量のところへ○を、料金のところへ□をあてはめさせる。
- ・簡潔に表すにはどうするか考えさせ文字を使うことに気付かせる。

○変数、定数、比例、比例定数の意味を説明することができるか。  
(知・理)

・表や式を用いながら説明するよう促す。

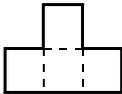
$y = a x$  (yはxに比例する)  
↑  
比例定数  
・xが2倍、3倍…になると、yも2倍、3倍…になる。

### 3 発展問題に取り組む。

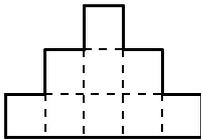
(問題) 次の図のように1辺が2cmの正方形を図のように積み上げていくとき、段数が増えるとそれにもなって変化していくものを見つけよう。



1段目



2段目



3段目

- ・段数が変わったときに、他に変わるものは何か考える。
- ①正方形の数
- ②全体の面積
- ③周の長さ
- ④底辺の長さ
- ⑤下の正方形の数
- ⑥高さ
- ⑦頂点の数

- ・すべてが出なくともよい。
- ・1つ見つけたら、他にないか考えさせる。

4 課題を知る。

(課題) 比例になっているものを見つけて式に表そう。  
(段数を  $x$  として、伴って変わる量を  $y$  としよう。)

5 自力解決する。

① 正方形の数

$$(y = x^2)$$

段数	1	2	3	4	5	...
数	1	4	9	16	25	...

② 全体の面積

$$(y = 4x^2)$$

段数	1	2	3	4	5	...
面積	4	16	36	64	100	...

③ 全体の周の長さ

$$(y = 12x - 4)$$

段数	1	2	3	4	5	...
長さ	8	20	32	44	56	...

④ 底辺の長さ

$$(y = 4x - 2)$$

段数	1	2	3	4	5	...
長さ	2	6	10	14	18	...

⑤ 下の正方形の数

$$(y = 2x - 1)$$

段数	1	2	3	4	5	...
数	1	3	5	7	9	...

⑥ 高さ

$$y = 2x \text{ (比例)}$$

数	1	2	3	4	5	...
さ	2	4	6	8	10	...

⑦ 頂点の数

$$y = 4x \text{ (比例)}$$

段数	1	2	3	4	5	...
数	4	8	12	16	20	...

6 比例になっているものと、その式、理由を発表する。

- $y = ax$  の形になっているから、⑥と⑦は比例になっている。
- 表から、段数が2倍、3倍…となると、数も2倍、3倍…になるから⑥と⑦は比例になっている。

- 必要に応じてパソコンのヒントを見るように指示する
- 考えやすそうなものから取り組ませる。
- 具体的に4段、5段の図をかいてみるよう促す。

- 比例になっていないものについてもその理由を考えさせる。

- ③、④、⑤は、表を見ると  $y$  が一定の増え方をしているので、比例になっていると考える生徒もいるので、なぜ比例していないか考えさせる。

- 比例は  $y = ax$  の形であることを思い出させる。
- 理解した生徒には理解が不十分な生徒の支援をさせる

○ 2つの数量関係に着目し、変化や対応からの確に比例の関係を見いだすことができるか。  
(見・考)

○ 比例の関係を手際よく式に表すことができる。  
(表・処)

- 表にまとめてみるよう促す。
- 「高さ」と「頂点の数」に注目させる。

- 表の変化や対応の様子に着目して見るよう促す。

・表から、段数÷数が一定になっているから⑥と⑦は比例になっている。

正方形の数 ヒント

1段目 1個  
2段目 4個  
3段目 9個

正方形の数 ヒント

1段目 1個  
2段目 4個  
3段目 9個

正方形の数 ヒント

1段目 1個  
2段目 4個  
3段目 9個

○発展問題に挑戦!!  
・底辺の長さ

1段目 2cm  
2段目 6cm  
3段目 10cm

○発展問題に挑戦!!  
・下の正方形の数

1段目 1個  
2段目 3個  
3段目 5個

面積 ヒント

1段目 2cm  
2段目 4cm  
3段目 6cm

4cm<sup>2</sup> 16cm<sup>2</sup> 36cm<sup>2</sup>

○発展問題に挑戦!!  
・頂点の数

1段目 4個  
2段目 8個  
3段目 12個

○発展問題に挑戦!!  
・高さ(段数)

1段目 2cm  
2段目 4cm  
3段目 6cm

・全体の周の長さ

1段目 8cm  
2段目 20cm  
3段目 32cm

7 本時のまとめをする。

○  $y$  が  $x$  に比例しているとき、

(1)  $x$  の値を 2 倍、3 倍、4 倍・・・すると、  
 $y$  の値も 2 倍、3 倍、4 倍・・・となっていく。

(2) 対応する  $x$  と  $y$  の値の商  $\frac{y}{x}$  は一定で、比例定数  $a$  に等しい。

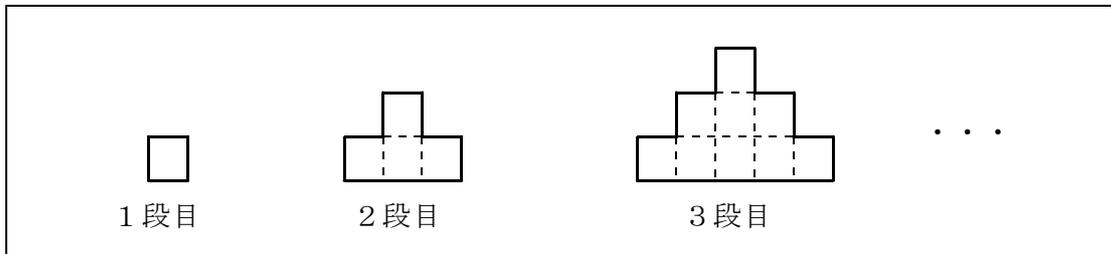
- ・ 比例について確認する。
- ・ 本時の学習を振り返る。

- ・ ガソリンや段数の問題の表、式と照らし合わせながら確認させる。
- ・ 生徒の言葉でまとめる。

## 発展問題に挑戦!!

年 組 番 氏名 \_\_\_\_\_

問題 次の図のように1辺が2 cmの正方形を図のように積み上げていきます



(1) 段数が増えると、それに伴って変化していくものを見つけよう。

(2)  に伴って変化するものを記入し、表をうめてみよう。

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

<input type="text"/>						
段数	1	2	3	4	5	...

(3) 比例になるものを見つけて式に表そう。(段数を  $x$ 、伴って変わる量を  $y$  としよう。)

## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応について

(T : 教師の発問、指示 S : 生徒の反応)

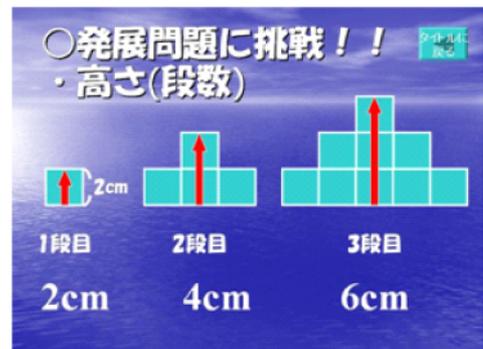
#### ① 日常事象(ガソリンの量と料金)と関数との関係を示す場面

T	・これは何でしょう。
S	・…あれだ、ガソリンスタンド。
T	・正解です。ガソリンの量が増えるに伴って、 何が増えますか。
S	・お金です。
T	・その通りですね。では、ガソリンの量が2倍 になると金額はどうなりますか。
S	・お金も増える。
S	・お金は2倍になる。
T	・そうですね。このように、ある数量が変化す ると、もう一方も伴って変わっていくもの について勉強していきましょう。



#### ② 段数が増えると、それに伴って変化していくものを見つける場面

T	・段数が増えると、それに伴って変化してい くものを見つけよう。
S	・ん～段の高さが高くなる。
T	・たしかに高くなっていますね。では、図は3 段目しかないの、4段目の高さはどうなる かな。
S	・8 cm。5段目もわかります。10cmです。
T	・理由も説明してください。
S	・1辺が2 cmだから4段目は $2 \times 4$ で8 cmです。 5段目は $2 \times 5$ で10cmです。
T	・そうですね。それでは、他にも伴って変化し ていくものを見つけ、表や式を完成させまし ょう。



[考察] どの生徒も関心をもって取り組んでいた。

また、発展的な段数の間に対しても、段数が増えるのに伴って変わる量を見つけることに一生懸命に取り組んでいた。課題の表を作成する際に、パソコンのヒントが何を表しているのか真剣に考え、表の数値が正解していたときの達成感を感じていた。

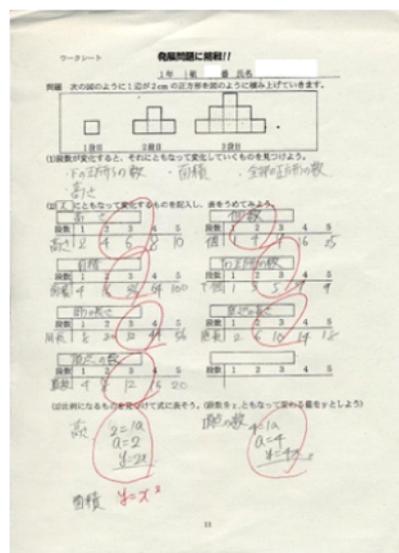


### ③ 生徒のワークシートより

段数が増えると、伴って変化していくものを見つける課題では、面積、正方形の数、周の長さに着目する生徒が多かった。コンピュータのヒントを基に、4段目、5段目の数量を予測して記入する生徒が多かった。

しかし、一次関数 $y=ax+b$ の関係となる周の長さにおいても比例だと思い、式化を図る生徒が多かった。そこで $x$  (段数)の値を2倍、3倍…した場合、 $y$  (伴って変わる数量)の値はどう変化しているかを考えさせて比例でないことを確認させた。

また、関数 $y=ax^2$ の関係となる正方形の数の式化は、発展的な内容となるため、比例の式化ができた生徒にだけ行わせた。



### (2) ICTの活用について

ICTの活用は、プロジェクター、パソコン等の準備に手間がかかると言われがちだが、その苦勞以上に生徒たちの反応がよく、学習の遅れがちな生徒も最後までしっかりと課題に取り組むことができた。

また、パソコンからヒントが出ることで、そのヒントに沿って、生徒自身がつまずきを改善しながら学習を進めることができた



## 6 成果と課題

### (1) 成果

① 日常事象の数式化を図ることで、活用する力を育成できた。数学の活用する力を育成するため、関数の根本的な考え方である「伴って変わる量」について、ガソリンの量と料金という日常の事象を数式化した。これにより、普段関数の勉強と日常が結びつかない子どもも関数が日常で使われていることを実感できた。

② ICTの活用により、発展的な課題にも積極的にチャレンジしようとする意欲につながった。

教具としてのコンピュータは、教師の指導方法を工夫改善していく道具であると同時に、生徒が観察、操作や実験などの活動を通して学習を深めたり、数学的活動の楽しさを実感したりできるようにするための道具でもある。段数が増えるごとに伴って変わる量を、コンピュータで視覚的に得ることができ、また数学的に解釈し、表現することができた。そして、ICTの活用は生徒の関心を高め、発展的な課題にも積極的にチャレンジしようとする意欲にもつながった。

③ ICT活用により、個に応じた支援につながった。

生徒個人がそれぞれのコンピュータにログインし、課題に取り組むことができる。自分のつまずきに応じて、何度も学習を振り返り確認している生徒もおり、コンピュータが有効に使われていた。個に応じた支援につながったと考える。

以上の3点から、ICT活用により個に応じた指導を充実させることで学力向上の実践につながったと考える。

### (2) 課題

① 実体験や視覚的にとらえた情報を理解する力を付けることが学力向上に効果的である。特に関数関係のように伴って変わる二つの数量の関係をとらえる場面で有効である。

段数の問題で、段数に伴って変わるものの値を考える場面があるが、コンピュータのヒント(情報)を見ても理解できない生徒もいた。そのヒントが何を表しているのか読み取り、解釈する力を身に付けることが学力向上に必要である。

- ② よりよいコンテンツの作成や教師のリテラシーの向上が必要である。

I C Tの活用は生徒の関心や意欲を高め、基礎・基本の定着と思考力や判断力を育成するために有効でなければならない。そのためコンテンツの作成や教師自身のリテラシーが課題である。

- ③ さらに手法の選定、また教師間での共有化を図る。

今回はコンピュータを手法として用いたが、コンピュータは一つの道具であり、授業のねらいを達成するためにどのような活用の仕方が有効であるかを検討することが重要である。今後、近隣の学校間で数学科教員のネットワーク化を図り、作成したコンテンツの共有化を進めていくことも重要であると考えます。

## <実践事例3>

第2学年「一次関数」

### グループ学習を取り入れた

### 「帰納的な考えを基に演繹的な検証ができる」授業

#### 1 改善の視点

##### $\alpha 2$ : 情報を活用する

##### $\alpha 2(2)$ 必要な情報を適切に選択し判断すること

ダイヤグラムを一次関数を基に考えることで、列車の運行の状況を読み取ったり、追突事故や衝突事故を回避する方策を立てることができる。ダイヤグラムから課題解決のために必要な情報を取り出し、考察・判断することは活用する力を高め学力を向上させることにつながる。

##### $\beta 1$ : 課題解決のための構想を立てること

##### $\beta 1(3)$ 方針にもとづいて証明(説明)すること

生徒がダイヤグラムを読み取り、課題を設定して解決を進めることは、主体的な学習態度や問題解決能力の育成につながる。

その際にダイヤグラムを一次関数と見て解決の方針を立て、既習事項(式化、グラフ化等)を活用した解決の方法や、得られた結果を説明し伝え合うことは学力の向上に大切なことである。

#### 2 研究及び授業改善の視点

国立教育政策研究所 教育課程研究センター 学力調査官 高須亮平氏は、中等教育資料(2009.4)「全国学力・学習状況調査から中学校数学の授業改善へ」で、平成19、20年度の調査結果から「事象を数学的に解釈して判断し、その理由や方法を数学的な表現を用いて説明することについて課題がある。」と指摘している。

そして、調査結果と授業改善のポイントとして、関数について以下のようにまとめている。

数学の教科観を問い直す観点から、

- ① 数学的活動を取り入れ、生徒が自分で数学を考えたり、学級で話し合ったりする学習を大切にする。
- ② 式・表・グラフの関係を関連付けて理解できるようにする。

数学のポイントとなる内容を留意する観点から、

- ① 生徒は抽象化された文字や記号を使って数学的に表現する際に戸惑いを見せる。このため、数学的な見方や考え方を問う問題を解決する上で支障となり、課題となる。

生徒の実生活の内容を取り入れる観点から、

- ① 生徒の実生活を授業で取り上げ、事象を数学的に解釈し、問題解決できるようにすることが大切である。

また、学習指導要領で中学校数学科の関数指導の意義を、次の二つとしている

- ① 身の回りの具体的な事象を考察したり理解したりするためには関数的な見方や考え方を必要とする場面が多いこと。
- ② いろいろな関数についての理解及びそれらの学習を通して養われる関数的な見

方や考え方は、数学のいろいろな分野のこれまでの学習のとらえ直しやこれからの学習において重要な役割を果たすこと。

生徒たちは校外学習や修学旅行でバスや列車の時刻表を利用して活動計画を立てる。そこで、一次関数の発展的な学習（課題学習）として列車のダイヤグラムを取り上げた。生徒がダイヤグラムを目的に応じて活用できるようにすることがねらいである。

### 3 実践のねらい

文部科学省の「学力向上アクションプラン」の「学力の質の向上」の項目に「学ぶことの楽しさを体験させ、学習意欲を高めるとともに、学びの質を向上させる。」が示されている。また、国立教育政策研究所の日常生活教材作成研究会の報告には、「学習内容が日常生活のどのような場面に活かされているか。」を明らかにすることにより、学ぶことの意義を伝え、学習意欲を高める旨の報告がある。

学校で学んでいる内容が、日常生活でどのように活用されているか、自分の将来にどのように役立つのか、といことを具体的に知ったりイメージすることによって学ぶ意義を見いだすことができる。

本時は一次関数が、列車のダイヤグラムを読んだり、作ったりするのに必要であることを学ぶ授業である。そして、学習の途中段階で帰納的に得られた事実を、次に式に表し演繹的に検証できる授業である。このように知識・技能を実生活に活用していく力を育成する授業を行うことは重要なことである。

### 4 実践概要

(1) 題材名 第2学年「一次関数」

(2) 題材について

小学校では第4学年までに、伴って変わる二つの数量の関係を調べたり、変化の様子を折れ線グラフに表し、変化の特徴を読み取ったりすることや、身の回りから伴って変わる二つの数量を見つけ、数量の関係を表やグラフに表し調べることを学習している。

第5学年においては、表を用いて、伴って変わる二つの数量の関係を考察し、簡単な場合について比例の関係があることを知ることを学習している。また、数量の関係を表す式について理解を深め、簡単な式で表される関係について、対応や変わり方に着目することを学習している。

第6学年においては、比例の関係について理解し、これを用いて問題を解決することや、比例の関係について理解を深めることをねらいとして反比例について知ることを学習している。

中学校第1学年では、「…と…は関数関係にある」、「…は…の関数である」ことの意味を理解し、数量の関係の基本的なモデルとして小学校算数科で学習した比例、反比例を関数としてとらえ直す。そのために、一方の値が決まれば他方の値が一つ決まるという見方、変数と変域、座標などの概念について学習する。

続いて第2学年においては、第1学年の比例の学習の発展として、一次関数を取り上げ、表、式、グラフを相互に関連付けながら、グラフの特徴や変化の割合など関数の理解を深めることになる。一次関数の活用については、一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明する。そのために、具体的な事象を式で表現することによって、それが一次関数であると考えられるかどうかを判断したり、具体的な事象に関する観察や実験の結果を一次関数とみなすことによって、未知の状況を予測したりできるようにする。その際、判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明することができる

ようにする。

また、二元一次方程式 $ax+by+c=0$ で、 $b \neq 0$ の場合は、変数 $x$ の値が一つ決まれば、 $y$ の値がただ一つ決まることから、二つの変数 $x$ と $y$ の関数関係を表す式とみることができる。このような見方を通して、方程式と関数が統合的に理解できるように指導する。

### (3) 指導目標

具体的な事象の中から、二つの数量を取り出し、変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し、考察することができるようにする。

- ① 事象の中にある一次関数を見だし、表現することができる。
- ② 表、式、グラフを用いて、一次関数の特徴を調べることができる。
- ③ 具体的な事象の考察に、一次関数を活用することができる。
- ④ 二元一次方程式を、関数を表す式と見ることができる。

### (4) 研究との関わり

前述したように、生徒が学習内容が日常生活でどのように活用されているかなど、具体的に知ることは学習を進める上で大切なことである。

日常現実社会・人間とのつながりの文脈に落とし込む教材を考える場合、学習内容が生徒の内面に必要感や有用感を生じさせるものでなければならない。学習内容と現実社会の事象とのつながりは、学習内容の一つ一つの部分が様々に生かされ合いながらより広い分野である現実社会（全体）に活用できる関係にある。断片的な知識の詰め込みであっては現実社会（全体）に活用させることは難しい。学習内容（部分）と現実社会（全体）とのつながりをつける視点（ホリスティック（holistic））に立った学習指導方法が必要である。

本時の学習では、時刻表やダイヤグラムを通して、

- ① 時刻表やダイヤグラムを読んだり、表現したりする。
- ② ダイヤグラムを読んで、生徒自身が課題を設定する。具体的には、ダイヤグラムの交点について考察する。
- ③ 列車が追突する事故（ダイヤグラムの交点）を回避するための手立てを考察する。これらの学習を通して、
- ① グループ学習で班員の議論を活発にする。
- ② ダイヤグラムから目的意識をもって情報を処理し判断する。
- ③ ダイヤグラムを関数的な考え方（一次関数）で考察する。
- ④ 一次関数の理解を深め、活用するための思考力・判断力・表現力等を育成する。
- ⑤ 日常事象を一次関数で考察することのよさを感じ取る。

[注釈] ホリスティック（holistic）とは、「全体的に」「包括的に」という意味であり、「全体」と「部分」との関係大切にするという意味である。

### (5) 課題の工夫

「高崎線に自分たちの班の列車を走らせよう！」という課題は、一次関数をダイヤグラムから視覚的にとらえることができ、発展的な学習を進めることもできる。そして、生徒の実態に応じて展開を工夫することができ、解決に至るまでの過程を大切にしながら、生徒個々の興味を高め学習を進めることができる。このように、生徒が関数的な考えを用いて、課題解決していくなかで、一次関数の理解を深めさせたい。

JR高崎線は上り下りとも単線であり、列車同士の追突事故を回避するために普通列車を駅で待機させて、速い列車を通過させる方法がとられている。授業では、追突

事故を回避するためにダイヤグラムが利用できることを実感させる。

課題を設定するに当たり、列車の運行の条件を整える。

- ① 列車が走る区間は上野駅と鴻巣駅間（約50km）とする。
- ② 午前6時から  $x$  分後の、鴻巣からの距離を  $y$  kmとする。
- ③ 駅間の所要時間（分）が計算上で自然数となるように、駅間の距離を1 km単位で設定する。
- ④ 各班で考える列車がそれぞれ異なる運行になるように、【Mission】（始発駅、停車駅、速さ等）を決める。

(6) 指導計画

次	項	主 な 内 容	時間数	19 時 間 扱 い
1	一次関数	○関数の意味 ○一次関数の意味	2	
2	一次関数の値の変化	○変化の割合	1	
3	一次関数のグラフ	○比例のグラフとの関係 ○傾きと切片 ○傾きと切片からグラフをかくこと ○一次関数の増減とグラフ ○一次関数のグラフと変域	4	
4	一次関数の式の求め方	○変化の割合と1組の $x$ 、 $y$ の値から求めること ○2組の $x$ 、 $y$ の値から求めること	3	
5	二元一次方程式と グラフ	○二元一次方程式のグラフの意味 ○二元一次方程式のグラフをかくこと	2	
6	連立方程式のグラフ	○連立方程式の解をグラフを使って求めること ○連立方程式を使って交点の座標を求めること	2	
7	一次関数の利用	○一次関数を用いて具体的な事象の問題を解くこと	3	
8	問題	○数学展望台「列車のダイヤグラム」	2 本時	

(7) 本時の目標

- ① 列車の運行をダイヤグラムに表すことで、いろいろな情報を得ることができることに興味をもつ。  
(関心・意欲・態度)
- ② 列車の運行を一次関数と見て考察することができ、ダイヤグラムを目的に応じて利用することができる。  
(数学的な見方や考え方)
- ③ 列車の運行を、一次関数の式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。  
(表現・処理)
- ④ 一次関数が、どのようにダイヤグラムで用いられているかを理解している。  
(知識・理解)

(8) 展開 (2時間扱い)

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手立て																																				
<p>1 2つの時刻表を提示する。 ①表1と表2について理解する。</p>	<p>・資料1 (駅に表示されている時刻表・表1、市販されている時刻表・表2) を配布する。</p>																																						
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(表1)</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">鴻巣駅 高崎線 大宮・上野</th> </tr> <tr> <th>時</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>快平 27 48 54</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>快平 快小 03 13 18 27 33 38 43 49 54 58</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(表2)</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="4">[JR]高崎線 上野方面(上り) 平日</th> </tr> <tr> <th>列車番号</th> <th>820M</th> <th>2100Y</th> <th>822M</th> </tr> <tr> <th>列車名</th> <th>[普通]</th> <th>[快速]</th> <th>[普通]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>鴻巣</td> <td>5:27</td> <td>5:48</td> <td>5:54</td> </tr> <tr> <td>北本</td> <td>5:31</td> <td>5:51</td> <td>5:58</td> </tr> <tr> <td>桶川</td> <td>5:35</td> <td>5:56</td> <td>6:03</td> </tr> <tr> <td>北上尾</td> <td>5:38</td> <td>5:58</td> <td>6:05</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div>				鴻巣駅 高崎線 大宮・上野		時		5	快平 27 48 54	6	快平 快小 03 13 18 27 33 38 43 49 54 58	[JR]高崎線 上野方面(上り) 平日				列車番号	820M	2100Y	822M	列車名	[普通]	[快速]	[普通]	鴻巣	5:27	5:48	5:54	北本	5:31	5:51	5:58	桶川	5:35	5:56	6:03	北上尾	5:38	5:58	6:05
鴻巣駅 高崎線 大宮・上野																																							
時																																							
5	快平 27 48 54																																						
6	快平 快小 03 13 18 27 33 38 43 49 54 58																																						
[JR]高崎線 上野方面(上り) 平日																																							
列車番号	820M	2100Y	822M																																				
列車名	[普通]	[快速]	[普通]																																				
鴻巣	5:27	5:48	5:54																																				
北本	5:31	5:51	5:58																																				
桶川	5:35	5:56	6:03																																				
北上尾	5:38	5:58	6:05																																				
<p>2 課題1を提示する。</p>	<p>・資料2を配布する。</p>	<p>○興味をもって取り組んでいるか。(関・意・態)</p>	<p>・表2の鴻巣の時刻に着目するよう促す。</p>																																				
<div style="display: flex;"> <div style="flex: 1;"> <p>課題1</p> <p>右の時刻表で列車番号822Mが浦和駅、上尾駅を発車する時刻を求めましょう。</p> </div> <div style="flex: 1;"> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="3">[JR]高崎線 高崎方面(下り)</th> </tr> <tr> <th>列車番号</th> <th></th> <th>822M</th> </tr> <tr> <th>列車名</th> <th>駅間距離</th> <th>[普通]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>上野</td> <td>0km</td> <td>500</td> </tr> <tr> <td>尾久</td> <td>5km</td> <td>505</td> </tr> <tr> <td>赤羽</td> <td>5km</td> <td>510</td> </tr> <tr> <td>浦和</td> <td>11km</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>さいたま新都心</td> <td>5km</td> <td>526</td> </tr> <tr> <td>大宮</td> <td>2km</td> <td>528</td> </tr> <tr> <td>宮原</td> <td>4km</td> <td>532</td> </tr> <tr> <td>上尾</td> <td>5km</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>北上尾</td> <td>2km</td> <td>539</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div>				[JR]高崎線 高崎方面(下り)			列車番号		822M	列車名	駅間距離	[普通]	上野	0km	500	尾久	5km	505	赤羽	5km	510	浦和	11km	?	さいたま新都心	5km	526	大宮	2km	528	宮原	4km	532	上尾	5km	?	北上尾	2km	539
[JR]高崎線 高崎方面(下り)																																							
列車番号		822M																																					
列車名	駅間距離	[普通]																																					
上野	0km	500																																					
尾久	5km	505																																					
赤羽	5km	510																																					
浦和	11km	?																																					
さいたま新都心	5km	526																																					
大宮	2km	528																																					
宮原	4km	532																																					
上尾	5km	?																																					
北上尾	2km	539																																					
<p>・列車は5 km を5分で動いている。 ・列車の速さは、距離÷時間より <math>5 \div 5 = 1</math> よって、分速1 kmである。 ・赤羽・浦和間は11kmだから、 距離÷速さより <math>11 \div 1 = 11</math> よって、浦和駅の発車時刻は5時10分の11分後なので5時21分である。</p>	<p>・駅間距離や時刻の表示について確認させる。</p>	<p>○時刻表を読み取り、時刻を求めることができるか。(表・処)</p>	<p>・駅間距離から2駅間の距離の見方を考えるよう促す。 ・分速で求めるよう促す。</p>																																				

- ・分速 1 kmだから簡単に所要時間を求めることができる。
- ・宮原・上尾間は 5 kmだから 5 分かかるので、上尾駅の発車時刻は 5 時 32 分の 5 分後の 5 時 37 分である。

- 3 課題 2 を提示する。
- ・資料 3 を配布する。

### 課題 2

「高崎線に自分たちの班の列車を走らせよう！」

【Mission】「上り」普通列車 1 班

- ①始発駅：鴻巣駅
- ②停車駅：各駅
- ③終着駅：上野駅
- ④7時00分に山手線の上野駅に到着

【Mission】「上り」特急列車 2 班

- ①始発駅：鴻巣駅
- ②停車駅：大宮駅・赤羽駅
- ③出発時間：6 時 15 分
- ④終着駅：上野駅

【Mission】「上り」特急列車 3 班

- ①始発駅：大宮駅
- ②停車駅：赤羽駅
- ③終着駅：上野駅
- ④出発時間：6 時 20 分

【Mission】「下り」普通列車 4 班

- ①始発駅：上野駅
- ②停車駅：各駅
- ③終着駅：鴻巣駅
- ④7時00分に鴻巣駅に到着

【Mission】「下り」特急列車 5 班

- ①始発駅：上野駅
- ②停車駅：さいたま新都心
- ③出発時間：6 時 25 分

【Mission】「下り」普通列車 6 班

- ①始発駅：大宮駅
- ②停車駅：各駅
- ③終着駅：鴻巣駅
- ④出発時間：6 時 20 分

- ①各班で列車を走らせるための条件を確認する。
- ・列車が走る区間は上野駅と鴻巣駅間である。
- ・始発駅、終着駅を確認する。
- ・出発時刻、到着時刻を確認する。
- ・停車駅を確認する。

- ・列車は一定の速さで走るものと考えて伝える。
- ・普通列車は 1 km/分  
特急列車は 2 km/分  
で走ることを伝える。

- 課題に意欲的に取り組んでいるか。  
(関・意・態)

- ・班の中で自由に意見を言い合い協力し合いながら取り組むよう促す。

- ② 【Mission】より各班で時刻表を作成する。
- ・模造紙大の資料4を黒板に掲示する。
  - ・各班の時刻表を書き込むように伝える。

(資料4)

[JR]高崎線 高崎方面(下U) 平日							
列車番号	列車名	駅間距離		822M [普通]	4班 [普通]	5班 [特急]	6班 [普通]
	上野	0km	0	500	610	625	
	尾久	5km	5	505	615	レ	
	赤羽	5km	5	510	620	レ	
	浦和	11km	11	521	631	レ	
	さいたま新都心	5km	5	526	636	638	
	大宮	2km	2	528	638	レ	620
	宮原	4km	4	532	642	レ	624
	上尾	5km	5	537	647	レ	629
	北上尾	2km	2	539	649	レ	631
	桶川	2km	2	541	651	レ	633
	北本	5km	5	546	656	レ	638
	鴻巣	着	4	550	700	650	642

[JR]高崎線 上野方面(上U) 平日							
列車番号	列車名	駅間距離		3001M [特急]	1班 [普通]	2班 [特急]	3班 [特急]
	鴻巣	0km	0	600	600	615	
	北本	4km	2	602	604	レ	
	桶川	5km	2.5	604.5	609	レ	
	北上尾	2km	1	605.5	611	レ	
	上尾	2km	1	606.5	613	レ	
	宮原	5km	2.5	609	618	レ	
	大宮	4km	2	611	622	626	620
	さいたま新都心	2km	1	612	624	レ	レ
	浦和	5km	2.5	614.5	629	レ	レ
	赤羽	11km	5.5	620	640	635	629
	尾久	5km	2.5	622.5	645	レ	レ
	上野	着	2.5	625	650	640	634

- 4 作成された時刻表を確認する。
- ・時刻表から運行上の問題点に気付かせる。
  - ・単線なので走行中に追い抜くことができない。
  - ・追い抜くためには、追い越される列車が駅に停車していなければいけない。
  - ・乗降するための停車時間が必要である。
  - ・黒板掲示の資料4から追突事故が起きる列車があることに気付く。
  - ・駅で長く停車している普通列車があるこ



- ・グラフが平らな部分は、停車中のことである。
- ・グラフが交差しているところは列車がすれ違うところである。

6 下り普通列車303Dの運行を読み取る。

- ・資料5-4のダイヤグラムより303Dを見つけ出す。
- ・荇原駅から出発している。
- ・荇原駅を5時35分に発車する。
- ・グラフが右下向きなので、下り列車である。
- ・次の井原駅の平らな部分から、5時39分に到着して5時40分に出発することが分かる。
- ・井原駅では1分間の停車である。

① K 301Dの列車運行について確認する。

- ・荇原駅を5時20分に発車する。
- ・井原駅には5時24分に到着する。

7 各班でダイヤグラムを作る。

・白紙の資料6を各班に配布する。

- ・時刻と駅から点をプロットしてダイヤグラムをつくる。
- ・時刻と距離の関係を一次関数の式に表してダイヤグラムをつくる。

8 ダイヤグラムについて考察する。

- ・1、2班の列車のダイヤグラムに交点ができるので追突してしまう。
- ・5、4班の列車も追突する。

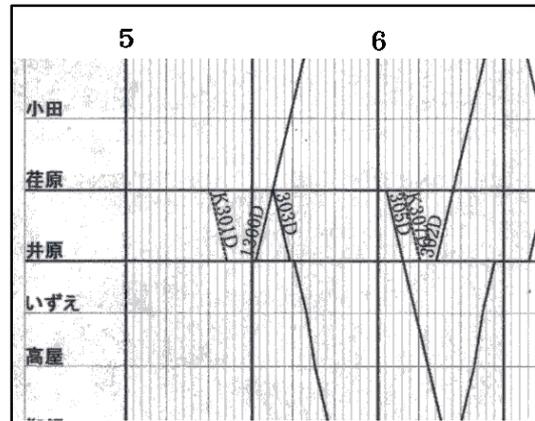
① 1、2班の列車が追突してしまう時刻と鴻巣駅からの距離を求める。

- ・ダイヤグラムの交点の縦軸と横軸の値を読めばよい
- ・6時30分に鴻巣駅から30kmの地点で追突する。

② 3班と5班の列車がすれ違う時刻と鴻巣駅からの距離を求める。

- ・ダイヤグラムからは正確に求めることができない。
- ・グラフが直線なので一次関数の式に表して求めればよい。

(資料5-4)



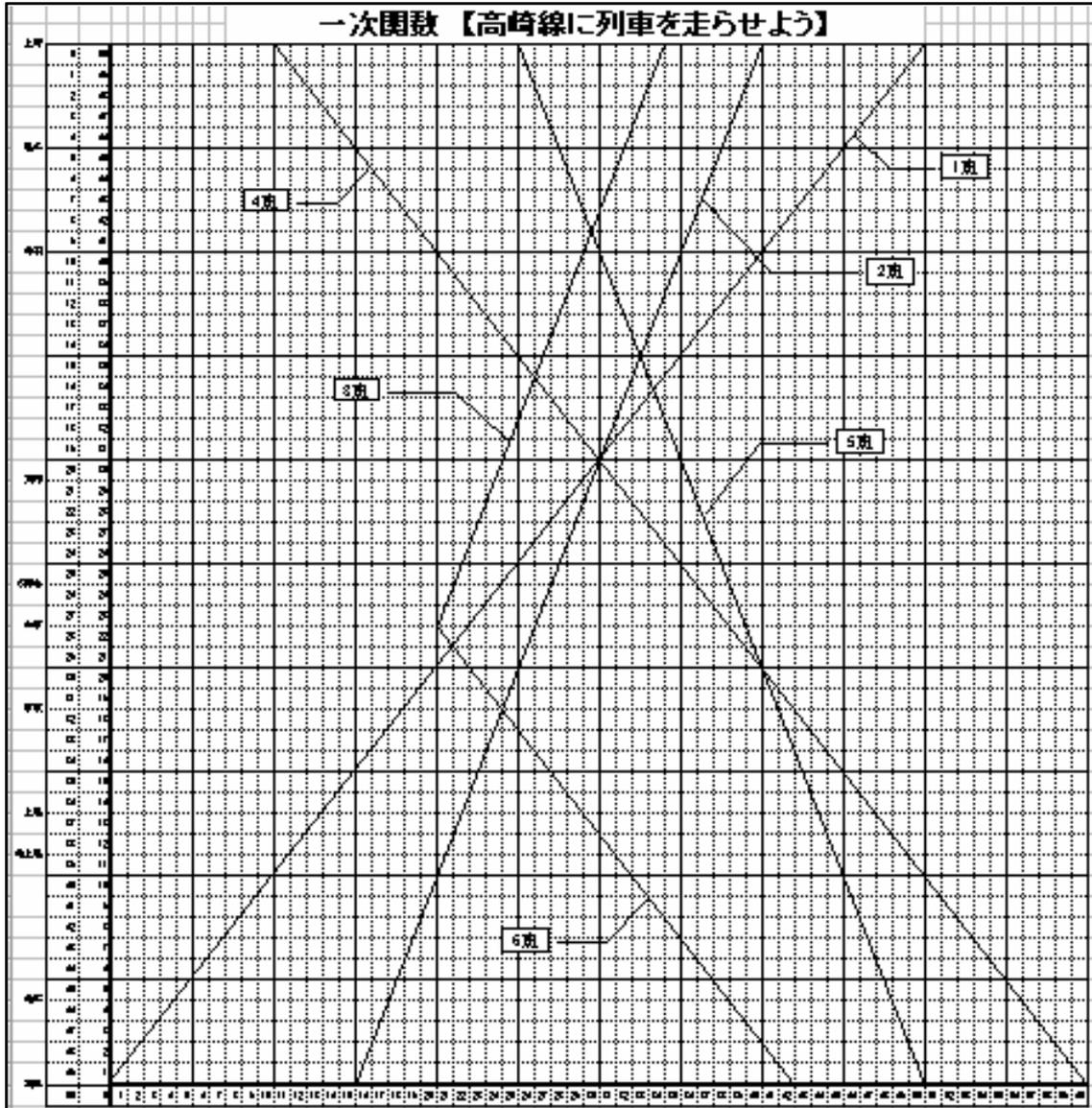
○列車の運行をグラフや式に表すことができるか。  
(表・処)

・座標の取り方を想起させ、点をプロットするよう促す。

○ダイヤグラムを読んで時刻と距離を求めることができるか。  
(見・考)

・座標の読み方を想起するよう促す。

(資料6)



(変域を示す前のダイヤグラム)

- ③一次関数の式に表すことを考える。
- ・時間を  $x$ 、距離を  $y$  とすればよい。
  - ・時間  $x$  は 6 時から  $x$  分後とすれば、時刻を表すことができる
  - ・距離  $y$  は鴻巣駅からの距離

- ・時刻を 6 時  $x$  分として距離 (km) は鴻巣駅を起点として式化することを全体で確認する。
- ・鴻巣駅と上野駅の間で考えるので変域があることに気付かせる。
- ・早く立式できた者は、3、5 班だけでなく他の班の場合についても立式するように指示す

- 列車の運行を一次関数とみて考察することができるか。
- (見・考)

- ・ダイヤグラムから何を  $x$ 、 $y$  とすればよいか考えるよう促す。

<p>(km) とすればよい。</p>	<p>る。</p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 1 班 鴻巣 (0, 0)、上野 (50, 50) <math>y = x \quad (0 \leq x \leq 50)</math></li> <li>・ 2 班 鴻巣 (15, 0)、上野 (40, 50) <math>y = 2x - 30 \quad (15 \leq x \leq 40)</math></li> <li>・ 3 班 さいたま新都心 (20, 22)、上野 (34, 50) <math>y = 2x - 18 \quad (20 \leq x \leq 34)</math></li> <li>・ 4 班 上野 (10, 50)、鴻巣 (60, 0) <math>y = -x + 60 \quad (10 \leq x \leq 60)</math></li> <li>・ 5 班 上野 (25, 50)、鴻巣 (50, 0) <math>y = -2x + 100 \quad (25 \leq x \leq 50)</math></li> <li>・ 6 班 大宮 (20, 22)、鴻巣 (42, 0) <math>y = -x + 42 \quad (20 \leq x \leq 42)</math></li> </ul> <p>⑤ 3 班と 5 班の一次関数(二元一次方程式)を連立させ交点を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>\begin{cases} y = 2x - 18 \\ y = -2x + 100 \end{cases}</math> <math>x = 29.5</math> だから 29 分 30 秒である。 <math>y = 41</math> だから 41km である。</li> <li>・ <math>x = 29.5</math> は両方の式の変域内の数値である。</li> <li>・ 鴻巣駅からの距離が 41km で、時刻は 6 時 29 分 30 秒である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 一次関数が日常生活の中で重要な役割を果たしていることを再確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 列車の運行を一次関数の式に表すことができるか。(表・処)</li> <li>○ 一次関数の式を用いて時刻や距離を求めることができるか。(表・処)</li> <li>○ 一次関数がダイヤグラムに用いられていることを理解できたか。(知・理)</li> <li>○ 身近なところに一次関数が利用されるよさに気付けるか。(関・意・態)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 各班の列車について発車駅、終着駅の <math>x</math>、<math>y</math> の値はどのように表すことができるか考えるよう促す。</li> <li>・ 一次関数の式の求め方を想起するよう促す。</li> <li>・ 変域について考えるよう促す。</li> <li>・ 一次関数の交点の求め方を想起するよう促す。</li> <li>・ 各課題を考える際に一次関数の学習が用いられていたことを振り返らせる。</li> </ul>
<p>9 本時のまとめをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 本時を振り返る。</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 一次関数が、他にどのような場面で生かされているか考えさせる。</li> </ul>

## 5 授業の分析

### (1) 生徒の反応

(T : 教師の発問、指示 S : 生徒の反応)

#### ① 「8 ダイヤグラムについて考察する」場面

T	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 各班のダイヤグラムがかき込まれました。これでどの列車もうまく運行できるのかな？</li> </ul>
S 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 2 班の列車が 1 班の列車に追突してしまうのでは？</li> </ul>
S 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ どういうこと？</li> </ul>
S 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ここ (ダイヤグラムの交点を指して) グラフが交わっているから。</li> </ul>
S 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ そうか、それなら 4 班の列車も同じく追突するのかな？</li> </ul>
S 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 1、2 班の列車は同じ上りの線路を使っているから追突するけど、グラフ</li> </ul>

T	の傾きが違うから4班の列車は下りだからすれ違うだけだよ。
S 4	・他に事故が起きてしまうところはあるのかな？ ・4班と5班の列車も、ここ（指し示しながら）で追突事故が起きてしまう。

〔考察〕 ダイヤグラムを読み取り、次の課題につながる問題点（追突事故）を指摘することができた。

S 2の読み違いに対してS 3が的確に説明している。S 3のように間違いの指摘だけではなく、理由や読み方を説明しながら伝え合うことが大切である。グラフの傾きから上り列車、下り列車を区別している点も大切である。

② 「8 ②3班と5班の列車がすれ違う時刻と鴻巣駅からの距離を求める。」場面

T	・3班と5班のダイヤグラムは交わっているけど、これも追突事故が起きてしまうのかな？
S 2	・上りと下りの列車なのですれ違うだけです。
T	・では、何時にどこですれ違うのかな？場所は鴻巣駅からの距離で表すことにしよう。
S 5	・うーん、微妙なとこだな。鴻巣駅から41kmくらいかな。グラフの線の太さがあるからなあ。
T	・列車の運行だから正確に求めたいね。
S 6	・先週、連立方程式で求めたじゃない。
S 5	・ダイヤグラムから一次関数の式を作るの？
T	・いいアイデアだね。

〔考察〕 ダイヤグラムの座標から読み取ることが困難な場面を提示した。課題の困難点に対して着想をもつことは既習事項を生かすことにつながる。S 6から連立方程式を用いて求めるという着想が示された。この着想を受けてS 5から一次関数の式を作るという手続きが出た。

しかし、6時x分、鴻巣駅からの距離をy kmと表したこともあり、2点の座標から直線の式を求めればよいと言うことに結び付かない生徒が多かった。

## (2) 授業の分析

生徒の感想から苦労しながらも授業は楽しかったようである。今回の授業は2時間扱いで行ったが、それでも若干時間が足りなかった。

その理由としては、

- ① 時刻表の見方やダイヤグラムの説明にかなりの時間を要した。
- ② ダイヤグラムの作成に時間がかかった。

ことがあげられる。他の部分の授業の流れはよかった。

## 6 成果と課題

### (1) 成果

- ① 多くの生徒の知的好奇心が刺激され、学習内容を理解させることができた。
- ② 生徒の「分かるようになりたい。(80%)」という願いに合った授業ができた。

### (2) 課題

- ① 数学的な考え方を育成する学習課題の開発が急務である。

## 参考・引用文献

牧田秀昭「多面的にもものを見る力、論理的に考える力を育てる数学の授業（北陸本線に列車を走らせよう）」、東洋館出版社、2004年

第2学年「平行線と角」

## 根拠を明らかにしながら

# 数学的な表現を用いて表現する力を育てる授業

### 1 改善の方向

#### α 2 : 情報を活用すること

##### α 2 (2) 必要な情報を適切に選択し判断すること

ある事柄が成り立つ根拠を説明できるようにすることは、数学を活用する力を育てる上でとても大切なことである。ある課題を解決するにあたり、「どの既習事項を活用すればよいのか。」、「この図形の性質を用いるには、どのような補助線を引けばよいのか。」を考えるなど、「必要な情報」＝「既習事項」を適切に選択し、判断する力を伸ばす。

#### α 3 : 数学的に解釈することや表現すること

##### α 3 (2) 自分の考えを数学的に表現すること

論証指導においては、その過程を的確に分かりやすく説明する能力、表現できるようにする力を育てることが大切なねらいの一つである。友だちに説明する場合も、等しい角や辺に○や×などの印をつけたり、指し示しながら角や辺が等しい理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする。

#### β 1 : 課題解決のための構想を立て実践すること

##### β 1 (3) 方針に基づいて証明(説明)すること

「自分の考えを書く(表現する)力」、「自分の考えを他者に説明する力」などの思考力・判断力・表現力を育てることは大切である。自分の考えは図形のどの性質(根拠)に基づいているのか明らかにすること、友だちに説明する際にどのように説明すれば理解してもらえるかなど、説明の方針を立てて根拠を明らかにしながら自分の考えを説明したり、数学的に表現する力を伸ばす。

### 2 研究及び授業改善の視点

自分の考えを発表したり表現したりする力を養うことや、授業において自分の考えと友だちの考えを比較検討したりすることはとても大切なことである。しかし、全国学力・学習状況調査の結果を見てみると、既習事項を活用したり、根拠を明らかにしながら説明する力が弱い傾向にある。また、自分の考えを分かりやすく友だちに説明したり、数学的に表現することを苦手としている生徒も少なくない。

そこで、いろいろな既習事項を活用できる課題や多様な見方や考え方ができる課題を適宜授業に取り入れること、生徒に数学を活用する力や数学的な表現力を育成すること、友だちに自分の考えを説明し互いの考えを比較検討するなどのコミュニケーション能力を育成すること、これらが課題を克服するために必要なことである。

### 3 実践のねらい

多様な解決の方法がある課題を用意し、生徒にいろいろな解決方法を考えさせる学習指導をすることで、「他の解決方法はないか。」、「これ以外の図形の性質を使った解決方法はない

か。」など、多様な見方や考え方ができる力を養うことができる。

そして、課題を解決するために、図形のどの性質(既習事項)を使ったかなど、その根拠を明らかにしながら説明することを通して自分の考えを表現する力や説明する力を育成する。

さらに、生徒相互の考えを交換し合ったり練り上げていく中で、相手に自分の考えを伝える力などの数学的に表現する力を身に付けさせることがねらいである。

#### 4 実践概要

(1) 題材名 第2学年「平行線と角」

(2) 題材について

##### ① 学習事項との関連

平面図形についての小学校での学習は、平面図形と立体図形の意味や性質について理解し、図形についての感覚を豊かにするとともに、図形の性質を見いだしたり説明したりする過程で数学的に考える力や表現する力を育てることを主なねらいとしている。

第1学年では、具体物を用いた活動などを通して、図形についての理解の基礎となる経験を重ね、図形についての感覚を豊かにする。第2学年では、具体物を用いた活動などを通して、三角形や四角形などの図形について理解できるようにし、図形についての感覚を豊かにする。第3学年では、図形を構成する要素に着目して、二等辺三角形や正三角形などの図形について理解できるようにする。第4学年では、図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目し、平行四辺形やひし形などの平面図形及び直方体などの立体図形について理解できるようにする。第5学年では、図形の性質を見だし、それを用いて図形を調べたり構成したりするなどして平面図形についての理解を深めるとともに、角柱などの立体図形について理解できるようにする。第6学年では、縮図や拡大図、対称な図形について理解し、図形についての理解を深めるようにする。

各学年における具体的な学習内容は次のようになっている。

##### 【小学校第1学年】

身の回りにあるものの形の観察や構成などの活動を行い、ものの形を認めたり、形の特徴をとらえたりすることを指導する。ものの形について、例えば、「さんかく」、「しかく」、「まる」などと呼んだり、その特徴を調べたりできるようにする。また、身の回りにある立体については、「箱の形」、「ボールの形」などと呼んだり、その特徴を調べたりできるようにする。また、積み木や箱などの立体を用いて、身の回りにある具体物をつくることを指導する。

##### 【小学校第2学年】

図形を構成する要素に着目し、三角形、四角形などの図形について理解できるようにする。平面図形としては、三角形、四角形、正方形、長方形、直角三角形について指導する。また、身の回りにある箱の形をしたものを取り上げ、立体図形について理解する上で基盤となる素地的な学習活動となるように指導する。

第1学年では、「さんかく」、「しかく」などと呼んで図形をとらえてきたが、第2学年では、「3本の直線で囲まれている形を三角形といいます。」、「4本の直線で囲まれている形を四角形といいます。」と三角形と四角形の形について学習する。また、「三角形や四角形の直線のところを辺、かどのところを頂点といいます。」と辺や頂点に

ついて学習する。

さらに、正方形、長方形の意味や性質について指導する。また、正方形や長方形の特徴を調べるとともに、身の回りから、かどの形が直角であるものを見つけたり、紙を折って直角を作ったりするなどの活動を行い、直角の意味をとらえられるようにする。立体については、具体物の観察などを通して、頂点、辺、面という構成要素に着目できるようにする。

#### 【小学校第3学年】

図形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする。辺の長さに着目して三角形の特徴をとらえたり、定規やコンパスによる作図などの活動を通して、二等辺三角形や正三角形について理解する。二等辺三角形では、2つの角の大きさが同じであることや、正三角形では、3つの角の大きさが同じであることを確かめる。角については、2つの角を重ねることによって角の大きさを比べることができるようにする。また、合同な二等辺三角形や正三角形を敷き詰める活動を通して、これらの図形でも平面が敷き詰められることを理解し、敷き詰めてできた図形の中を観察することによって、その中にほかの図形を認めること、平面図形の広がりや図形の美しさを感じたりすることなど、図形についての見方や感覚を豊かにしていく。

円と球については、第1学年で、まるい形、ボールのような形としてとらえてきている。第3学年では、観察、分類、構成、作図などの活動を通して円について、また、観察を通して球について理解する。円の中心や半径、直径という用語もここで学習する。さらに、作図などを通して、半径や直径は無数にあることに気付かせる。

コンパスの使用については、コンパスは単に円をかくだけではなく、等しい長さを測ったり、移したりすることができる道具であることや、長さを比べる場面でも活用できることを理解させることで、活用する場面に広がりをもたせることができる。

#### 【小学校第4学年】

図形についての観察や構成などの活動を通して、図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目し、図形についての理解を深める。直線の平行や垂直の位置関係について理解するとともに、直線の位置関係や辺の長さに着目することで、四角形の特徴をとらえ、分類整理することで、平行四辺形、台形、ひし形という四角形の名称を知り、それらの性質について調べられるようにする。対角線という用語についても指導する。

また、合同な台形で平面を敷き詰める活動を通して、台形によって平面を敷き詰めることができることを確かめ、敷き詰めた図形の中にほかの図形を認めたり、平行線の性質に気付いたりするなど、図形についての見方や感覚を豊かにする。

#### 【小学校第5学年】

三角形や平行四辺形などの面積及び直方体などの体積を求めることができるようにする。また、平面図形についての理解を深めるとともに、角柱などの立体図形について理解できるようにする。三角形や平行四辺形、ひし形及び台形の面積の求め方を、既習の求積可能な図形の内積の求め方を基に考えたり、説明したり、公式をつくり出したりすることや、その過程で筋道を立てて考える力の育成を図ることが大切なねらいである。

多角形や正多角形などについて学習し、平面図形についての理解をより深めていく。正多角形については、円と組み合わせて作図したり、性質を調べたりする。

図形の合同について、「2つの図形がぴったり重なるとき、つまり、形も大きさも

同じであるとき、この2つの図形は合同であるという。」というように、図形の合同の定義をする。また、2つの図形が合同であるとき、対応する辺の長さや対応する角の大きさは、それぞれ等しいことなどを、合同な図形を見つけたり、かいたり、作ったりする活動を通して確かめるとともに、合同な図形の性質について理解する。

さらに、図形を構成したり分解したりする活動を通して、三角形の内角の和や四角形の内角の和などの図形の性質を見いだしたり、それをを用いて図形を調べたりする。

#### 【小学校第6学年】

図形についての観察や構成などの活動を通して、平面図形についての理解を深める。第6学年では、図形を考察する新しい見方や観点として、拡大図や縮図、図形の対称性の見方などを学習する。このような観点から図形の理解を深め、図形に対する感覚を豊かにしていく。

拡大図や縮図は、中学校第3学年で学習する相似な図形の基礎となる経験を豊かにするとともに、それらを目的に応じて適切にかいたり読んだりできるようにすることがねらいである。

対称性については、一つの図形について、線対称、点対称の観点から考察する。線対称、点対称の意味について、観察や構成、作図などの活動を通して理解できるようにし、線対称な図形、点対称な図形、線対称でかつ点対称でもある図形を弁別するなどの活動を通して、図形の見方をよりいっそう深めていく。対称性については、低学年から図形を取り扱う際に、具体的な操作に関連して着目してきているが、観察や構成、作図などの活動を通して、その図形のもつ美しさなどにも着目できるようにしていく。

このように、小学校においては、平面図形と立体図形の意味や性質について理解し、図形についての感覚を豊かにするとともに、図形の性質を見いだしたり説明したりする過程で数学的に考える力や表現する力を育てることをねらいとしている。そして、図形についての観察や構成などの活動を通して、図形についての感覚を豊かにし、基本的な平面図形や立体図形について理解できるようにしている。

中学校第1学年では、小学校算数科に引き続いて、図形に関する観察、操作や実験などの活動に基づく直観的な取扱いを中心に、平面や空間における図形の基本的な性質や構成について理解を深める。さらに、それらを通して第2学年以降における論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心と意欲を高めるようにする。すなわち、平面図形の基本的な作図や図形の移動、空間図形の展開などの幾何学的な操作を通して、図形の性質の根底にある本質的なものを見抜く直観力を養い、その性質を論理的に考察し表現する能力を培う。

第2学年では、第1学年で直観的な取扱いや操作的な活動を通して、図形や空間についての理解を深めるとともに、論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心や意欲を高めるようにしてきたことを踏まえ、三角形や四角形の性質などを観察、操作や実験などの活動を通して見だし、それを論理的に確かめることができるようにする。特に、いくつかの事例で成り立っていることが、一般的に成り立つことを明らかにするのに、証明という概念が必要であることを理解できるようにする。

また、予想した図形の性質や、図形の中に見いだせる関係の正しさや一般性を保証するため、推論の根拠とする事柄や推論に用いる用語の定義を明確にし、仮定と結論の意味を明らかにして、論理的に筋道を立てて正しい推論ができるようにする。このよ

うな数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解できるようにするとともに、思考の過程を振り返って考えるなどして、徐々に論理的に考察し表現できるようにする。

第3学年では、図形の相似については、相似な図形の性質や計量について理解できるようにする。また、円周角と中心角の関係、三平方の定理については、観察、操作や実験などの活動を通してその関係を見いだし理解できるようにするとともに、円や直角三角形についての理解を深める。

いずれにおいても、その考察を通して、第2学年に引き続き数学的な推論の必要性や意味及び方法についての理解を深め、図形に対する直観力や洞察力とともに、論理的に考察し表現する能力を伸ばす。また、図形の性質や計量について一層深く考察することや、見いだした性質や定理を具体的な場面で活用することを重視する。

## ② 平面図形の指導のねらい

中学校学習指導要領には「B図形」の各学年の目標は、以下のように示されている。

### 【第1学年】

平面図形や空間図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

### 【第2学年】

基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。

### 【第3学年】

図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。

また、図形の各学年の内容は以下のように示されている。

### 【第1学年】

(1) 観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

ア 角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解し、それを具体的な場面で活用すること。

イ 平行移動、対称移動及び回転移動について理解し、二つの図形の関係について調べること。

(2) 観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。

ア 空間における直線や平面の位置関係を知ること。

イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。

ウ 扇形の弧の長さや面積並びに基本的な柱体、錐体及び球の表面積と体積を求めること。

### 【第2学年】

- (1) 観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見だし，平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。
  - ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確認説明すること。
  - イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。
- (2) 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに，図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を養う。
  - ア 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。
  - イ 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。
  - ウ 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

### 【第3学年】

- (1) 図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を伸ばし，相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。
  - ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。
  - イ 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。
  - ウ 平行線と線分の比についての性質を見だし，それらを確認すること。
  - エ 基本的な立体の相似の意味と，相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。
  - オ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。
- (2) 観察，操作や実験などの活動を通して，円周角と中心角の関係を見だして理解し，それを用いて考察することができるようにする。
  - ア 円周角と中心角の関係の意味を理解し，それが証明できることを知ること。
  - イ 円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用すること。
- (3) 観察，操作や実験などの活動を通して，三平方の定理を見だして理解し，それを用いて考察することができるようにする。
  - ア 三平方の定理の意味を理解し，それが証明できることを知ること。
  - イ 三平方の定理を具体的な場面で活用すること。

中学校第1学年では、小学校に引き続いて、図形に関する観察、操作的な活動、実験などの直観的な取扱いを中心に、平面や空間における図形の基本的な性質や構成について理解を深める。さらに、第2学年以降における論理的な考察と論証への関心と意欲を培えるようにする。すなわち、図形の対称の意味を理解するとともに、平面図形の基本的な作図、空間図形の展開などの幾何学的な操作を通して、図形の性質の根底にある本質的なものを見抜く直観力や空間観念を養い、図形の性質を論理的に考察する基礎を培う。

第2学年では、三角形や四角形の性質、円周角と中心角の関係などを観察や実験などを通して見だし、それが論理的に確かめられることを知る。特に、物事の本質をとらえるのに、証明という概念が必要であるという自覚がもてるようにする。数学的な推論の意義について理解できるようにするとともに、思考の過程を振り返って考え、徐々に推論の筋道を論理的に表現できるようにする。

第3学年では、図形の相似を手がかりに、第2学年に引き続いて、数学的な推論の意義や方法についての理解を深め、図形に対する直観力や洞察力とともに、図形の性質について論理的に考察する能力を一層伸ばす。

直角三角形については、一つの角が直角である三角形というとらえ方だけでなく、ここでは、三つの辺の長さの間の関係に着目して三平方の定理を理解し、直角三角形についての理解を深める。そして、こうした直角三角形の性質や相似の関係を用いて、図形の性質や計量について一層深く考察することができるようにする。

### (3) 指導目標

#### ① 関心・意欲・態度

ア 図形の性質に関心を示し調べようとしている。また、その図形の性質を用いて、別の性質を論理的に説明しようとしている。

イ 基本となる図形にはどんな性質があるか興味をもって取り組んでいる。

ウ 合同について興味をもち論理的推論で積極的に考察しようとしている。

#### ② 数学的な見方や考え方

ア 角に注目し、平行線の性質を説明したり、この性質を用いて、論理的に説明しようとする。

イ 三角形の性質をもとに、多角形一般について、機能的に考えようとする。

ウ 三角形のもつ要素の中から、合同な3つの要素を取り出してとらえられる。

エ 図形の性質を論理的推論によって明らかにすることができることに気付く。

#### ③ 数学的な表現・処理

ア 平行線やその作図を通して、性質並びに条件が言える。

イ 同位角・錯角、三角形の角の性質、多角形の内角の和・外角の和を説明したり、求めたりすることができる。

ウ 合同な図形を選び出したり、判断することや、簡単な図形の性質を証明することができる。

#### ④ 数量、図形などについての知識・理解

ア 平行線の性質、平行線になるための条件がわかる。

イ 同位角・錯角、三角形の角についての性質、多角形の内角・外角の性質がわかる。

ウ 「合同」の意味を理解し、三角形の合同条件がわかる。

エ 図形の性質の調べ方がわかる。

### (4) 研究との関わり

#### ① 多様な見方や考え方を養う視点

与えられた課題を解決しようとはするが、その課題の条件を変えて新しい問題をつくらったり、自ら課題を発見しようとする生徒は少ない。また、1つの方法で課題を解決した後、他の解決方法を考えるなど、課題に対していろいろな見方や考え方を考える生徒は余りいない。さらに、自分の考えに自信がもてず、友達と答えをすぐに確認したり、自分の考えを発表することを苦手としている生徒が多いのが実態である。

そこで、多様な解決の方法がある課題を用意し、いろいろな解決方法を考えさせる学習指導をすることで、「これ以外の性質を使った解決方法はないか」、「よりよい解決方法はないか」など、多様な見方や考え方ができる力を養ったり、図形の性質や既習事項の理解をより一層深めることができると考え、本授業を設定した。

#### ② どの性質を用いて解決したか、どの既習事項を活用したかなど、根拠を説明する力を養う視点

一応の課題解決はできるが、解決するために用いた性質や既習事項、根拠をきちんと説明できる生徒は少ない。生徒に既習事項の活用や根拠を明らかにさせることは、論証指導に不可欠である。

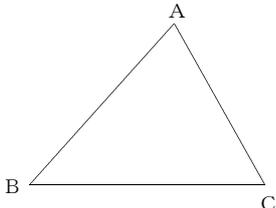
同じ課題であっても、生徒によって論証に用いる考えや根拠が異なる場合もある。様々な解決方法がある課題や既習事項が活用できる課題は、個に応じる指導ができるとともに、根拠を明らかにすることの大切さや既習事項を活用することの大切さなどを感じさせることができる。

また、自分の考えだけでなく、他の生徒と解決方法や考え方を伝え合うことは、生徒一人一人の見方や考え方が尊重されることであり、生徒の帰属意識が高揚し、数学に対する興味や関心を高め、学力の向上につながると考える。

(5) 課題の工夫

① これまで学習した図形の性質

① 三角形の内角の和は、 $180^\circ$  である。



三角形の3つの内角の和は、 $180^\circ$  である。

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

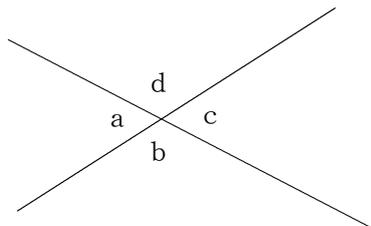
② 多角形の内角の和

$n$  角形の内角の和は、 $180^\circ \times (n - 2)$  である。

③ 多角形の外角の和

多角形の外角の和は、 $360^\circ$  である。

④ 対頂角の性質

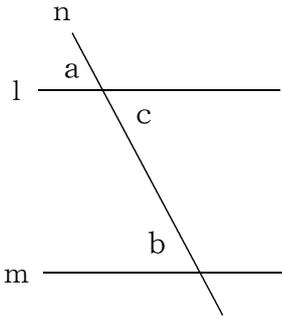


$\angle a$  と  $\angle c$ 、 $\angle b$  と  $\angle d$  のように向かい合う角を 対頂角 という。

対頂角は等しい

$$\angle a = \angle c \quad \angle b = \angle d$$

⑤ 平行線と角の性質 I



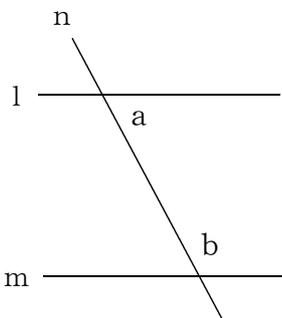
平行線の同位角は等しい。

$l \parallel m$  ならば  $\angle a = \angle b$

平行線の錯角は等しい。

$l \parallel m$  ならば  $\angle b = \angle c$

⑥ 平行線と角の性質 II



(授業の中で演繹的に導いた。)

平行線の同側内角の和は、 $180^\circ$  である。

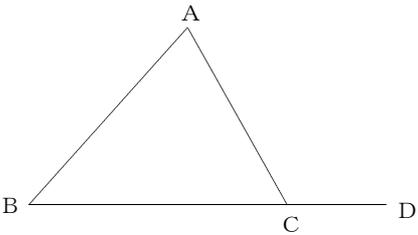
$l \parallel m$  ならば

$\angle a + \angle b = 180^\circ$

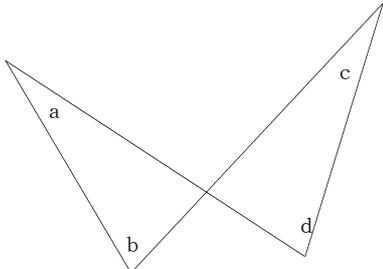
⑦ 三角形の内角と外角の関係

三角形の外角は、それととなり合わない  
2つの内角の和に等しい。

$\angle ACD = \angle A + \angle B$



⑧ 三角形の角の性質



(授業の中で演繹的に導いた。)

左の図で、

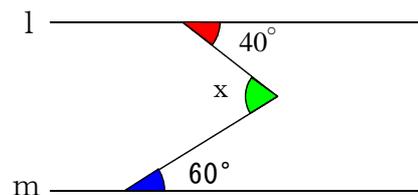
$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$

② 本時の課題

課 題

右の図のように、平行な直線  $l$ 、 $m$  の内側で1回まがってできる角、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

また、どのように求めたか説明しなさい。



これまでに学習してきた図形や角についての性質を用いて解決できる課題である。本課題は、様々な解決の方法や用いることができる根拠もたくさんある。「多様な見方や考え方を養う。」「課題を解決するために用いた根拠を説明する。」という力を生徒に身に付けさせるのに適した課題である。

さらに、課題で与えられている条件を変えて発展的に扱うこともでき、より個に応じた指導ができる課題でもある。

さて、与えられた図のままでは、課題を解決することはできない。どこに、どのような補助線をひき、どのような補助図形を考えればよいのかをしっかりと考える必要がある。

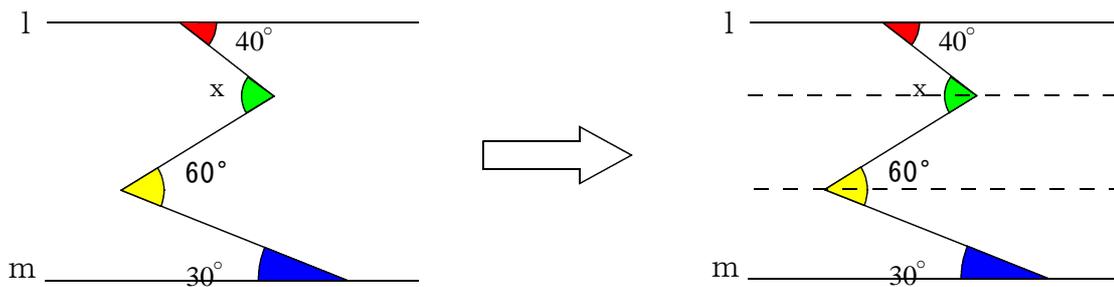
そこで、「どのような補助線をひくと、どの図形の性質が使えるのか。」「この図形の性質を使うためには、どのような補助線をひけばよいのか。」など、見通しをもって考えたり、筋道を立てて考えることが大切である。さらに、「この補助線をひいた根拠は何か。」を考えることにより、生徒に身に付けさせたい力である「根拠を明らかにし、説明する力」を養うことができると考える。

また、使える図形の性質も様々であることから、いろいろな考え方で課題を解決することや他の生徒の解決方法を聞き、お互いの解き方や考え方を伝え合うことで、多様な見方や考え方を養うことができると考える。

③ 課題の条件変え

学習の進んでいる生徒には、課題で与えられている条件を変えることで、例えば、「1回ではなく、2回曲がっていたら」、「平行線の内側ではなく、外側で曲がっていたら」、「直線  $l$  と  $m$  が平行ではなかったら」のように条件を変えて考えることで、発展的に課題をとらえることもできる。興味や関心が高い生徒には、ぜひ取り組ませたい課題である。

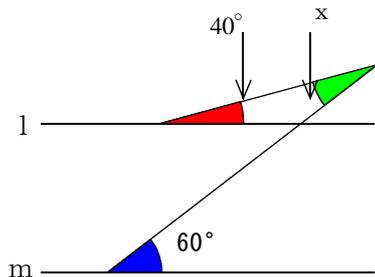
「1回ではなく、2回曲がっている場合」



※ さらに、「3回、4回、・・・、 $n$ 回曲がっている場合」を考えさせることで、折れている

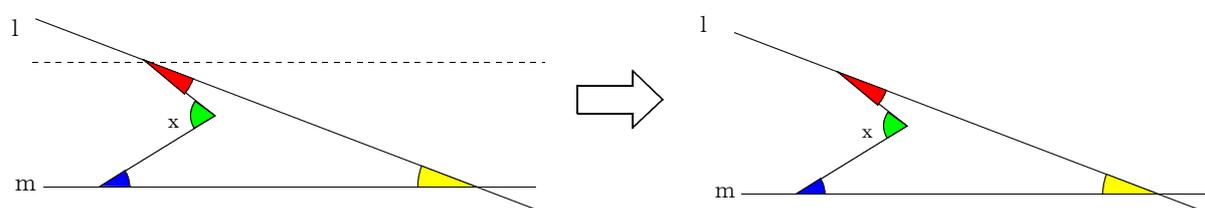
ところの角の関係についての性質を考察させる。

「平行線の内側ではなく、外側で曲がっている場合」



「直線 l と m が平行ではなかったら」

【ブーメラン型の四角形の角の性質との関連】



(6) 指導計画

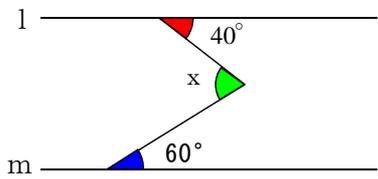
次	項	主 な 内 容	時間数	15 時 間 扱 い
1	多角形の内角の和	○三角形の角の性質についての性質を基にして、 多角形の角についての性質を知ること	3	
2	平行線と角	○対頂角、平行線の同位角・錯角の性質 ○三角形の内角の和、三角形の内角と外角の関係 ○平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図 形の性質を確かめ説明する	4 本時 3/4	
3	基本問題		0.5	
4	合同な図形	○平面図形の合同の意味や性質	1	
5	三角形の合同条件	○三角形の合同条件	3	
6	証明のすすめ方	○証明の必要性と意味及びその方法について理解 すること ○仮定と結論の意味 ○三角形の合同条件を用いて、簡単な図形の合同 の証明をすること	2	
7	基本問題		0.5	
8	章の問題		1	

(7) 本時の目標

- ① 平行線や角の性質、三角形の内角や外角の性質などを理解し、それらをすすんで活用しようとする。 (関心・意欲・態度)
- ② 既習事項を活用して、考察することができる。 (数学的な見方や考え方)
- ③ 平行線や角の性質、三角形の内角や外角の性質などをもとに、図形の性質を論理的に説明できる。 (表現・処理)
- ④ 図形の基本性質を理解し、図形の性質の調べ方がわかる。 (知識・理解)

(8) 展 開

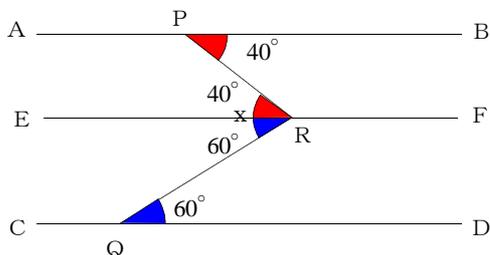
【解き方】の横にある丸数字は、前述した「これまでに学習した図形の性質」の番号である。

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手立て
<p>1 課題の提示する。</p> <p>課題</p> <p>右の図のように、平行な直線 <math>l</math>、<math>m</math> の内側で1回まがってできる角、<math>\angle x</math> の大きさを求めなさい。</p> <p>また、どのように求めたか説明しなさい。</p>			<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題プリントを配布する。</li> </ul>
<p>①課題の意味を把握する。</p> <p>2 課題を解決する。</p> <p>①結果を予想する。</p> <p>②求め方を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題解決の方法に、見通しをもたせるようにする。</li> <li>・図形の基本性質など、既習事項を活用することを考える。</li> <li>・角を一カ所に集めたり移動したりすることを示唆する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○課題の意味を理解しようとしているか。 (関・意・態)</li> <li>○既習事項を活用しようとしているか。 (見・考)</li> <li>○他の求め方を考えるなど、意欲的に取り組んでいるか。 (関・意・態)</li> <li>○どの図形の性質を用いたか根拠がわかっているか。 (見・考)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題にそって図形を板書しながら、課題を理解させる。</li> <li>・図形の基本性質など、既習事項を活用すればよいことに気付かせる。</li> <li>・説明できた生徒には、他の性質を使って求めることができないかを考えさせる。</li> <li>・用いた図形の性質は何かを明らかにさせる。</li> </ul>

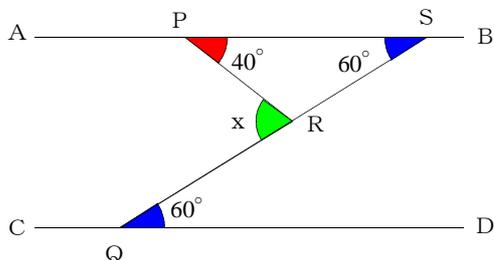
③結果を発表する。

・図を発表用のボードにかき説明させる。

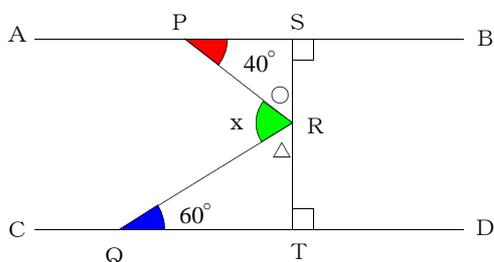
【解き方Ⅰ】 (⑤)



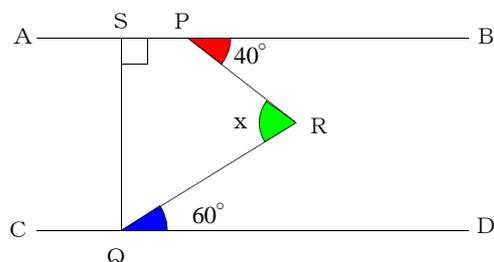
【解き方Ⅱ】 (⑤、⑥)



【解き方Ⅲ】 (①)



【解き方Ⅳ】 (②)



○他の生徒の説明を聞きいろいろな解き方や考え方が理解しようとしているか。

(関・意・態)

○どの図形の性質を用いたか説明できているか。

(見・考)

○どの図形の性質を使ったかを説明することができたか。

(表・処)

○友達に理解してもらえるような説明ができるか。

(表・処)

○他の生徒の発表を聞きいろいろな考え方が理解できたか。

(知・理)

・いろいろなと着方や考え方があことを知らせる。

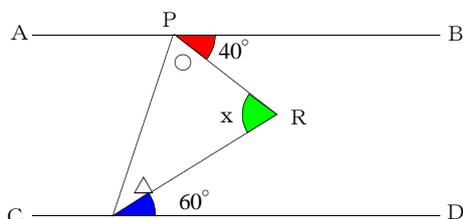
・用いた図形の性質は何か既習事項を振り返るよう促す。

・課題を解決するために用いた図形の性質など根拠を明らかにさせる

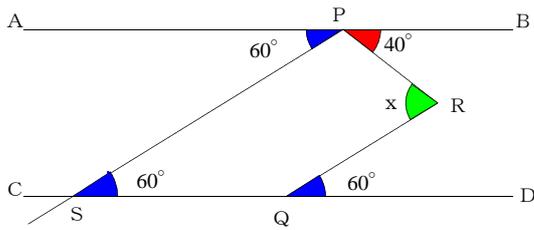
・数学的な用語を使って説明するよう促す。

・自分の考え方と類似点や相違点を確認するよう促す。

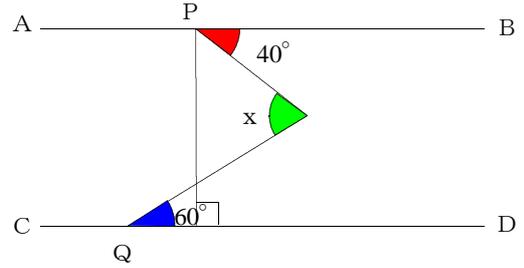
【解き方Ⅴ】 (①、⑥)



【解き方VI】 (②、⑤)



【解き方VII】 (①、⑧)



3 まとめる。

- ・他の生徒の発表を聞き自分の解き方や考え方と比較させる。
- ・平行線をひくことによって、角を一つの場所に集めることができたことを確認させる。
- ・今までに学習したこと(既習事項)を用いれば、課題を解決できることを確認させる。

○既習事項を活用すれば課題を解決できることがわかったか。  
(知・理)

- ・本時の学習でどのような既習事項を用いたか振り返るよう促す。

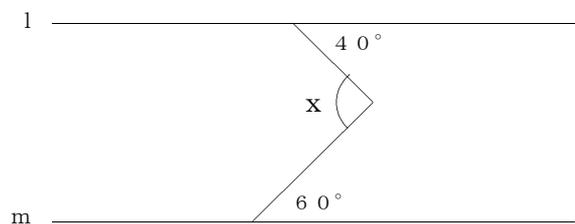
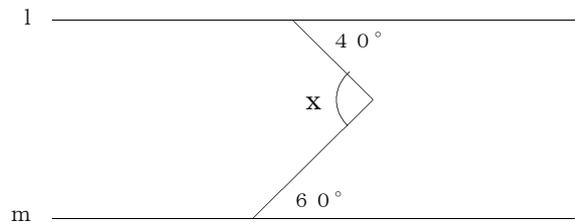
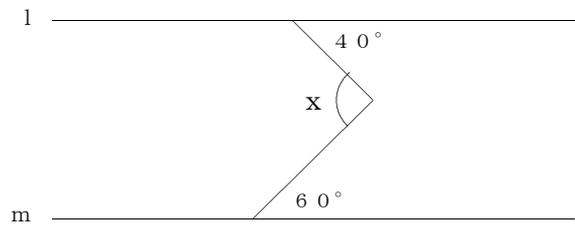
ワークシート(実際には、B 4版 1枚に印刷して使用した。)

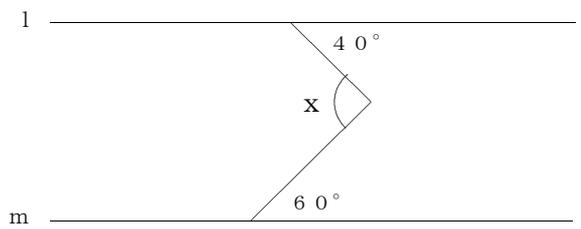
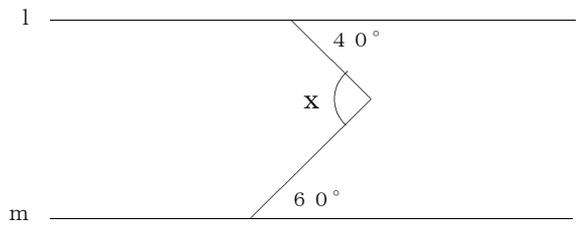
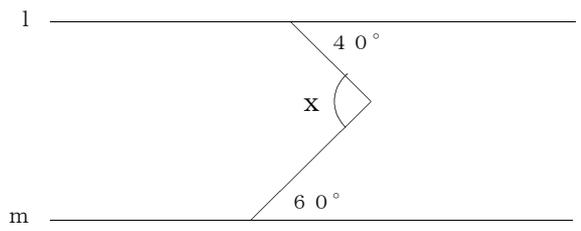
# 平行線と角

組 番 氏名 \_\_\_\_\_

## 課題

右の図で、 $l \parallel m$  であるとき  
 $\angle x$  の大きさを求めなさい。





## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応

(T : 教師の発問、指示 S : 生徒の反応)

#### ① 課題提示の場面

T	・ (図をかきながら) どんな図形か、課題の意味は理解できますか？
S 1	・ 直線 $l$ 、 $m$ は平行です。
S 2	・ $\angle x$ の大きさを求める問題です。
S 3	・ $\angle x$ の大きさの求め方を考える問題です。

[考察] 課題にある情報を読み取ることは大切なことである。

S 3 は本課題は単に  $\angle x$  を求める求答問題としてではなく、求め方を考える課題であることを指摘してる。この発言により、1つの方法で  $\angle x$  を求めることができたら、他にも求める方法はないだろうかと追究する姿勢が生まれた。

#### ② 結果を予想する場面

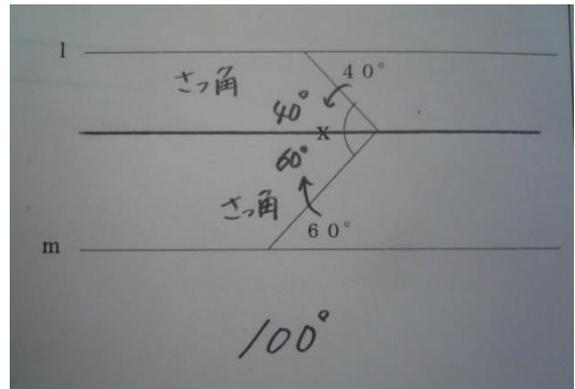
T	・ $\angle x$ の大きさは何度になるか予想してみよう。
S 1	・ $100^\circ$ だと思います。
S 2	・ $100^\circ$ かな？

[考察] S 2 は、課題から分かっている  $40^\circ$  と  $60^\circ$ 、そして  $\angle x$  の大きさの見積もりから  $100^\circ$  であろうとしている。しかし、蓋然的判断であり根拠を示すまでには至っていない。

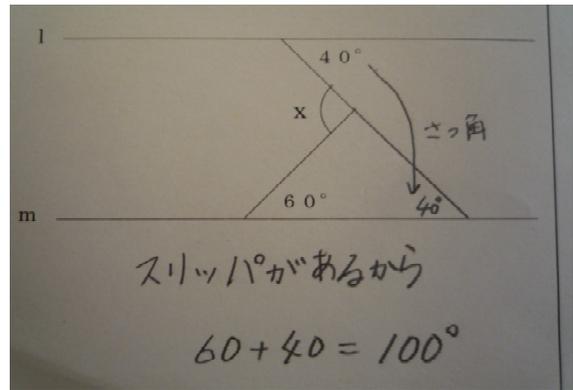
S 2 は結果の見通しとして  $100^\circ$  を出したことで、解析的な思考を進めるきっかけを得ることができた。すなわち、 $\angle x$  を求めるために、どうにかして  $40^\circ$  や  $60^\circ$  を用いることはできないだろうか、といった考え方である。そのために、次に示した補助線や補助図形へと考えが進んだ。

#### ③ 求め方を発表する場面

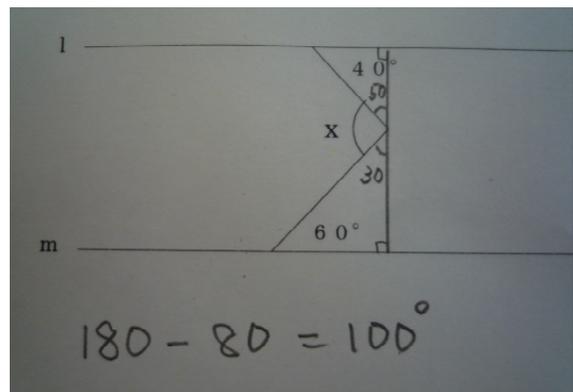
T	・ $\angle x$ の大きさの求め方を考えよう。また、どのような図形の性質を用いたか、説明しよう。
S 3	<p>・ 折れ曲がっているところに平行線をひき平行線と角の性質(錯角は等しい)を使いました。錯角なので、ここここは(指し示しながら) <math>40^\circ</math> と <math>60^\circ</math> なので、<math>\angle x</math> は <math>100^\circ</math> になります。</p>



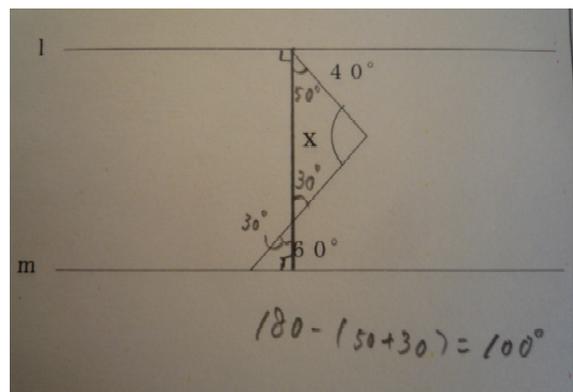
- S 4
- 一方の線を延長して三角形をつくり、スリッパ(三角形の内角と外角の関係)を使いました。ここは(指し示しながら)平行線の錯角なので $40^\circ$ です。この三角形にスリッパを使うことができるので、 $\angle x$ は $60+40=100$ で答えは $100^\circ$ になります。

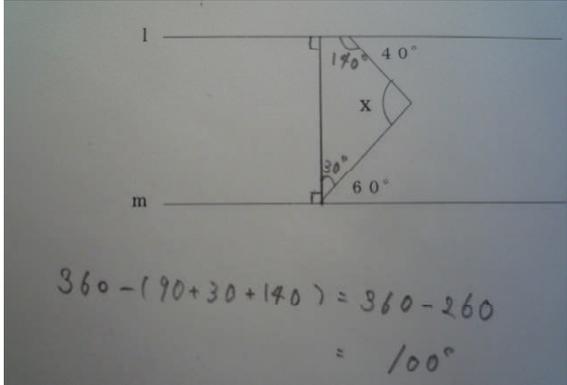


- S 5
- 直角に線をひき、三角形の内角の和は $180^\circ$ になることを使いました。上の直角三角形からここ(指し示しながら)の角は $90-40$ で $50^\circ$ になります。下の直角三角形では、 $90-60$ でここ(指し示しながら)は $30^\circ$ になります。ここは平らなので、 $\angle x$ は $180^\circ$ から $50^\circ$ と $30^\circ$ をたした $80^\circ$ を引けばよいので $180-80=100$ になります。



- S 6
- 僕も垂直に線をひいた。ひく場所が違うけど、考え方は同じで三角形の内角の和は $180^\circ$ になることを使いました。ここ(直線 l 側を指し示しながら)は垂直だから $90^\circ$ から $40^\circ$ をひいて $50^\circ$ になります。下の直角三角形を見ると、 $90-60$ でここ(指し示しながら)は $30^\circ$ で、対頂角だからここも $30^\circ$ です。この三角形で内角の和の $180^\circ$ から $50^\circ$ と $30^\circ$ を引けば $\angle x$ が求まるので $180-(50+30)=100$ 同じく $100^\circ$ になりました。



S 7	<ul style="list-style-type: none"> <li>・私も垂直にひきましたが、四角形の内角の和は<math>360^\circ</math> になることを使いました。</li> <li>この四角形でここは垂直で<math>90^\circ</math></li> <li>ここは<math>90-60</math>で<math>30^\circ</math></li> <li>ここは<math>180-40</math>で<math>140^\circ</math></li> <li>だから<math>\angle x</math>は</li> <li><math>360 - (90 + 30 + 140) = 360 - 260</math> <math>= 100</math></li> <li><math>100^\circ</math> になりました。</li> </ul>	
-----	--	--

[考察] 生徒は既習事項を様々に組み合わせて課題に取り組んでいる。「ここにこの補助線をひいて、この性質を使おう。」と考えた生徒もいるし、生徒は安定した図形を好む傾向があるので「垂直に線をひいてみよう。」「三角形をつくってみよう。」と考えやすそうだと思う図形をつくって考えを進めた生徒もいる。また、とりあえず線をひいて図形をつくり、その図形に既習事項をあてはめて考えを進めた生徒もいる。

ただ、上記のように $\angle x$ の値を求めることができたということにとどまらず、互いの考え方を確認し合い理解し合うことが大切である。

例えば、S 3とS 4では、同じように平行線の錯角を用いているが補助線の違いによって図形の見方が随分と異なることに生徒は気付くであろう。また、S 5、S 6、S 7においてもおなじく垂線をひいているものの、どこにひくかで $\angle x$ の求め方が違ってくる。このように自分との類似点、相違点に気付かせることが重要である。

生徒が互いの考え方や求め方を理解し合うためには、いかに相手を納得させるかということが大切になる。そのために、生徒は既習事項から根拠を求め、言葉と図と式を対置させ説明し伝え合う活動を繰り返し広げる。

説明が理解できなければ質問し、質問を受けた者はどうすれば理解してもらえるだろうかという視点をもって説明の工夫を行う。また、説明し伝え合う活動を成立させるためには、それ以前の学習規律も重要な要素である。

④ 今日の学習で分かったことをまとめる場面

T	・今日の学習で、どんなことが分かりましたか？
S 8	・同じ課題でも、いろいろな解き方がある。
S 9	・いろいろな考え方があることが分かってよかった。
S 10	・自分が考えていなかったことが分かってよかった。
S 11	・みんないろいろな考え方をされていてすごいと思った。
S 12	・おもしろかった。
S 13	・自分もいろいろな考え方をするようにしたい。
S 14	・ちょっと難しい。

[考察] 上記はまとめの段階の一場面である。S 13に代表されるように多くの生徒は互いのよさを認め合う中で、答えが同じであることで満足しないで、いろいろな考え方を追究しようという態度を示している。

生徒は新しい知識や技能を身に付けたこと、説明し伝え合う活動を通して自

分の考えが深まったこと、発表の技術が向上したことなどを感得している。つまり、生徒が自分の変容や高まりを感じ取ることができる。また、生徒の反応を通して教師は学習のねらいが達成できたかを評価することができる。

まとめから振り返りの段階では、授業の流し方によっては「(5) 課題の工夫 ③課題の条件変え」のように、生徒が新たな問いを生み出し課題を発展させることもできる。

## (2) 授業の分析

生徒がそれぞれの考えを発表する際、どの図形の性質を使ったかなどの説明では、「○○を使って△△ように考えました。」と言うように、課題を解決するための根拠をしっかりと説明することができた。自分の考えを的確に他者に伝えようとする授業をすることで、他者に分かりやすく説明するためには、数学的な表現や言葉を使わなければうまく伝えることができないことが分かり、数学的な表現の大切さが実感できた。

また、数学的な表現を用いようとすることは、数学へのより深い理解につながるとともに、学力向上にもつながる。

「(1) 生徒の反応 ③ 求め方を発表する場面」で考察したものを、生徒の反応からまとめると以下ようになる。

### ① 課題提示の場面

課題文にそって図形を黒板にかいたので、どんな図形か、何を求めるのかはよく分かったようである。

### ② 結果を予想する場面

図の角度は正確ではなかったが、直感的に $100^\circ$ と答える生徒が多かった。

### ③ 求め方を発表する場面

補助線をひくとき、身近な図形である三角形をつくる生徒が多いと思ったが、直角をつくる生徒が多かった。 $90^\circ$ が分かりやすい角度であるからだと推測する。解決の見通しをせず、とりあえず垂線をひくなど、直角をつくる生徒も数名いた。

解き方や考え方の説明では、自分の言葉で説明していたのはよかったが、きちんとした用語が使えない場面もあり、今後の課題である。

### ④ 今日の学習で分かったことをまとめる場面

他の生徒の説明や考え方を肯定的に受け止める生徒が多く、いろいろな見方や考え方があることが分かったようである。自分も、いろいろな考え方ができるようになりたいと前向きにとらえる生徒が多かったのも大変喜ばしいことであった。

## 6 成果と課題

### (1) 成果

「どの既習事項を活用すればよいのか。」「この図形の性質を用いるには、どのような補助線をひけばよいのか。」を考え、課題を解決することを通して、既習事項を活用することの大切さや既習事項を用いれば課題を解決できることが分かったようである。このような学習を繰り返すことで、新たな課題に向かうとき、「これまでの経験や体験を生かせないか。」「既習事項を使って課題を解決できないか。」という姿勢で望むことができるであろう。

自分の考えを発表する場面では、自分なりの言い方で説明することも大切であるが、数学の用語を用いることで、「より分かりやすく説明できる。」「より相手に自分の考えを理解してもらえる。」ということが実感できたようである。

等しい理由(根拠)を明らかにすることの大切さを、友だちに説明する活動を通して理解

できたようである。このことは、今後の論証指導において、大いに役に立つとともに、数学的な見方や考え方、表現力を養う上でも大切なことである。

授業全般を通しての感想として、次のようなことがあげられる。

- ① 生徒がとても意欲的に課題に取り組み、最後まで楽しく学習することができた。
- ② 学習プリント(ワークシート)に自分の考えや解き方を表現することができた。また、自分が考えていなかった友達の考え方なども、きちんと書き留めることができていた。
- ③ 生徒が、自分なりの言葉や表現の仕方で発表することができた。また、お互いの発表をきちんと聞くとともに認め合うことができた。
- ④ お互いの考え方や解き方を発表しあうことを通して、自分が気付かなかった解き方や考え方を知り、興味・関心を高めるとともに、別の学習場面にも生かそうとする態度を養うことができた。

## (2) 課題

本時の課題解決の方法はいろいろあるが、本課題を発展的に考えた場合、どのような場合でも使える解き方は限られてくる。どの解決方法が、より汎用性があるか、いろいろな場面で活用できるかなどを考えさせることも、よりよく考えたり、数学的な見方や考え方を養う上でも重要なことである。

本時では、考え方の根拠や他者に分かりやすく説明するためにはどのように表現すればよいかということに力点をおいたが、前述したことも大切なことであり、活用する力を育成するためにも欠かせないことである。

- ① 自分なりの言葉で説明することは大切なことであるが、根拠を説明する際は、できるだけ数学的な用語を使うようにさせる必要がある。
- ② 可能な限り、このような課題を多く授業に取り入れていく必要がある。

## <実践事例5>

第1学年「方程式」

### 操作活動、学び合い活動を取り入れた数学の学力向上を図る授業

#### 1 改善の方向

##### 数学的なプロセス

##### α1：日常的な事象を数学化すること

今回の「天秤」を用いた授業では、天秤の性質により天秤がつり合うのかなどの特徴を的確にとらえ、観察し、自らの操作活動をもとに事象を数学化することを目指した。

##### α2：情報を活用すること

与えられた1g、3g、9gの3つのおもりを用いて、その与えられた情報を適切に選択し、判断することができることを目指した。また、それらを用いた理由等を説明できるように、学び合い活動を展開し、より理解を深め、思考力・判断力・表現力をはぐくむことを目指した。

##### 生徒に身に付けさせたい「表現する力」

##### (b) 事柄を調べる方法や手順を説明すること

操作活動では、課題を解決する方法や手順を的確に説明できるように自分の考えをワークシートに記入させ、学び合い活動では、考えを説明したり聞いたりする活動を取り入れた。また、発表場面で、「○○を用いて、△△する。」の形式で説明することを目指した。

#### 2 研究および授業改善の視点

学力の定着・向上を図るためには、

- (1) 「学習意欲を高めること」
- (2) 「基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着」
- (3) 「思考力・判断力・表現力の育成」

が重要である。そこで、以下に授業改善の視点を示す。

##### (1) 「学習意欲を高めること」

学習意欲を高める手段の1つとして、操作活動を取り入れた。天秤のおもりをのせるなど数学的活動を楽しみ、数学を学習することの意義を実感するだけでなく、見通しをもって得た答えや成果を共有するなど数学的活動の指導を一層充実することで、学習意欲を高めようとした。

##### (2) 「基礎的・基本的な、知識・技能の確実な定着」

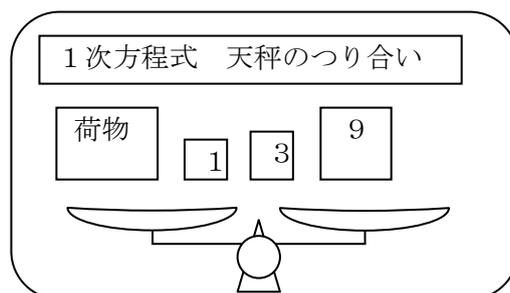
基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着として、反復(スパイラル)による授業を考えた。算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、等式の性質については、小学校でも用いる天秤を扱い、等式の性質を具体的なイメージをもって把握し、方程式の解法に活用できるようにすることを重視した。

##### (3) 「思考力・判断力・表現力の育成」

言語活動や体験活動を重視した指導を目指し、生徒同士の学び合い活動を取り入れた。学び合いでは、生徒同士のやりとりにおいて、質問と説明場面が発生する。ここで、学び合いにおける質問者と説明者の表現力育成のポイントを考える。

説明者は、ワークシートに自分の考えを記入することで、自分の考えを整理する。質問者から質問されることで、自分なりに解決したことを説明しなければならない立場におかれるが、自分では分かったつもりでも、人に伝えようとするともう一度自分の思考を振り返る必要が出てくる。また、質問者は、説明者の説明を理解しなければならない立場におかれる。質問者は、分からない点や間違っている点を指摘する等の活動を行うことも必要である。そうすることにより、説明者は、自分の説明のよさや改善点に気付くことになる。

このように、生徒同士の学び合いによるコミュニケーションを通して思考力・判断力・表現力が育成できると考えた。



### 3 実践のねらい

思考力・判断力・表現力等をはぐくむためには、

- ① 体験から感じ取ったことを表現する
- ② 事実を正確に理解し、伝達する。
- ③ 概念・法則・意図などを解釈し、説明したり活用したりする。
- ④ 情報を分析・評価し、論述する。
- ⑤ 課題について、構想を立て実践し、評価・改善する。
- ⑥ 互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる。

といった学習活動が大切である。(中央教育審議会答申 平成20年1月17日)

本事例では、天秤を用い、決まったおもりを考えて置く「操作活動」を通して、体験したことを表現し、概念を解釈したり、説明したりする活動を取り入れた。

また、グループ活動における「学び合い活動」により、互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えから課題を解決していく学習活動を通して、思考力・判断力・表現力の育成を図りたい。

### 4 実践概要

(1) 題材名 方程式

(2) 題材について

ア 生徒観

本学級は、授業にほとんどの生徒が熱心に取り組んでいる。しかしながら、発言に対しては消極的で自ら発表する生徒は少ない。家庭学習については、塾に通い、休日は塾の宿題に追われている生徒と、まったく学習しない生徒と極端である。そのために、自ら進んで学習できる生徒と、基礎となる部分が身に付いていない生徒に分かれている。数学の授業への取組も意欲的ではあるが、家庭学習が不足しがちであり、技能の習得はなかなか得られていない。また物事を説明するなど、「表現する」ことが苦手としている生徒も多い。

イ 教材観

方程式を利用することの利点は、文字を使うことにより、問題を機械的、形式的に解くことができる点である。しかしながら、機械的、形式的解法に早くから走りすぎて、根拠となる考えを怠ることが多々あり、数学的な思考・判断・表現する力を伸ばすことができない生徒もいる。

そこで、右図のような天秤という具体物を操作したり、考えたり説明したりする等の数学的活動を結び付けることを通して、「表現力」の育成を図りたい。

ウ 指導観

本時では、主に「表現力」を育成するために数学的活動として、操作活動・学び合い活動を重視している。その考えを以下に示す。

(ア) 学び合いなどの数学的活動の充実と表現力の育成

学び合いでは、生徒同士のやりとりにおいて、質問と説明場面が発生する。ここで、学び合いにおける質問者と説明者の表現力育成のポイントを考える。

説明者は、ワークシートに自分の考えを記入することで、自分の考えを整理する。質問者から質問されることで、自分なりに解決したことを説明しなければならない立場におかれるが、自分では分かったつもりでも、人に伝えようとするともう一度自分の思考を振り返る必要が出てくる。また、質問者は、説明者の説明を理解しなければならない立場におかれる。質問者は、分からない点や間違っている点を指摘する等の活動を行うことも必要である。そうすることにより、説明者は、自分の説明のよさや改善点に気付くことにもなる。

(イ) (ア)の根拠をもとに、表現力を育成するための視点

方程式の根本的な考え方である等式の性質について、天秤を用いた操作活動を取り入れ、具体的なイメージを持たせたい。また、その操作活動をグループで行うことで生徒同士の学び合い活動を行うことで説明する立場、質問する立場の生徒個々の「表現力」を育成したい。さらに、どのような操作活動を行ったか発表する場合には、「事柄を調べる方法や手順を説明すること」の記述のタイプである「○○を用いて、△△する。」の形式で説明できるようにさせたい。

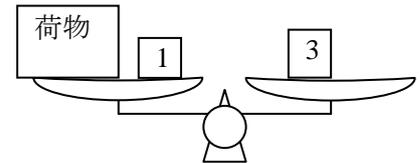


図1 天秤

(3) 題材の目標

- 方程式について理解し、それを用いることができるようにする。
- 方程式およびそのなかの文字や解の意味を調べることができるようにする。
- 等式の性質に基づいて方程式を変形して解くことができるようにする。
- 簡単な方程式を能率よく解くことができるようにする。
- 方程式を利用して、問題を解決することができるようにする。
- 比例式の意味とその性質を理解し、それを利用して問題を解決することができる。

(4) 研究とのかかわり

ア 本時は、単元名「方程式」で、方程式を解く基になる等式の性質を理解する実践場面である。ここでは、小学校でも教材として扱われる「上皿天秤」を用いて、操作的な活動を取り入れること学習意欲を高める。この操作活動を基に、等式の性質を具体的なイメージをもって把握し、方程式の解法に活用できるようにする。

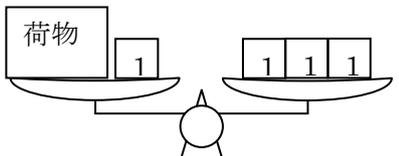
イ おもりののせ方を考え、それを操作して確かめることで知的充足を高めることにつなげていく。学び合い活動で、具体物を操作する活動と、考えたり説明したりする活動を結び付け、相互に考えを活性化させることで思考力、判断力、表現力の育成を図る。

(5) 実践事例の流れ

- ア 課題1のプリントの1g、3g、9gの3種類のおもりを切り取る。
- イ 個人で操作活動を行う。この3つだけのおもりと天秤を使って、1g～13gの荷物の重さの量り方を切り取った図を用い、ワークシートに記入する。
- ウ グループになり、学び合い活動を行う。終了していない生徒は、どの問題が分からないのかを伝え、終了した生徒から解決のためのヒントの説明を受ける。その結果をワークシートに書き入れ、理解の程度を確認し合う。
- エ 各班で分担して黒板の前で1～13gのおもりの量り方を説明する。
- オ 課題2で簡単な方程式をつくり、解を求める過程を通して「等式の性質（差の場合）」を見いだす。

**課題2** 荷物の重さを求めよう。

つり合っている天秤がある。荷物の重さを  $x$  g とするとき、つり合っている天秤の両方の重さは等しいことから方程式をつくり、荷物の重さを求めなさい。



荷物を  $x$  g とし、左右の皿の重さを式に表す。

$$\begin{aligned} \text{左の皿} &= \text{右の皿} \\ x+1 &= 3 \\ x+1-1 &= 3-1 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

等式の両辺から同じ数を引いても、等式が成り立つことを確認する。

⑥ 本時の目標である等式の性質をまとめる。

(6) 指導計画

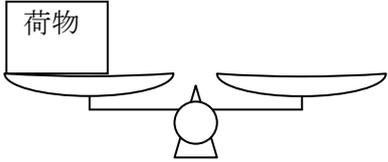
節	項	指導内容	指導 時数
1	1 方程式とその解	方程式の意味、方程式の解、方程式を解く意味	1
	2 等式の性質と方程式	等式の性質、等式の性質を利用して方程式を解くこと	2(1/2)
	3 方程式の解き方	移項、移項して方程式を解くこと、いろいろな方程式を解くこと	3
2	1 方程式の利用	方程式をつくる手順、方程式を利用して実際の問題を解くこと	4
	章末		2
	比と比例式	比と比の値、簡単な比例式を解くこと	3

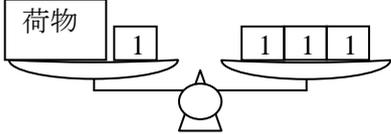
(7) 本時の目標

天秤を用いた、操作活動・学び合い活動や簡単な方程式を導く過程を通して、等式の性質を見いだすことができる。

- ・ 天秤の左右のつり合いに着目し課題を解決しようとする。 (関心・意欲・態度)
- ・ 天秤の性質から、荷物ののせ方を、説明することができる。 (数学的な見方や考え方)
- ・ 天秤の性質を使って、見通しをもちながら方程式を解くことができる。 (数学的な技能)
- ・ 等式の性質を理解している。 (知識・理解)

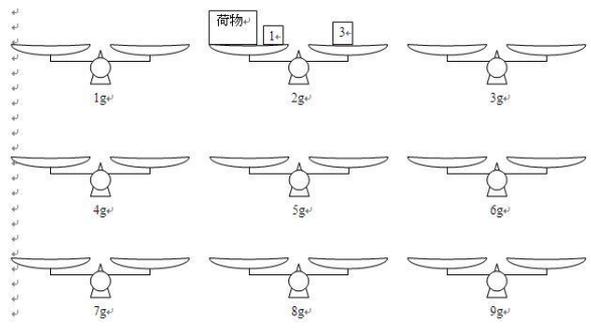
(8) 本時の展開

段階	学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて	
導入 5分	1 天秤の性質を確認する。	○小学校で用いた天秤を思い出させる程度にとどめ、簡易的な説明で終わらせる。			
展開 40分	<p>2 課題1について考える。</p> <p><b>課題1</b> 荷物の重さは何g?? 1g、3g、9gの3種類のおもりが1つずつある。この3つだけのおもりと天秤を使って、1g～13gの荷物の重さを量ることができるでしょうか?切り取った図を用い、下の天秤に図をかこう!!</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">荷物</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin: 0 5px;">1g</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin: 0 5px;">3g</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin: 0 5px;">9g</div> </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	<p>○例として図を切り取り、2gについて、説明する。</p> <p>○5gの場合の説明を言葉で書いてみよう!</p> <p><b>【操作活動】</b> ○個人で操作活動を行う。 3種類のおもりと天秤を使って、1g～13gの荷物の重さの量り方を、切り取った図を用い、ワークシートに記入する。</p> <p>3 グループになり、学び合い活動を行う。</p> <p><b>【学び合い活動】</b> ○終了していない生徒は、どの問題が分からないかを伝え、終了した生徒</p>	<p>○例において、天秤のつり合う性質を使って荷物の重さを量ることを示すことで、おもりののせ方を理解させる。このとき、「○○を用いて、△△する。」の形式で説明し、説明のしかたを明らかにする。</p> <p>○5gの場合は、ワークシートに2gの場合を参考におもりののせ方を言葉で書き表させる。</p> <p>○3種類のおもりを1つずつ用いて、13種類の重さの荷物を量ることができるのか操作活動により確認させる。</p> <p>○終了した生徒は、自分の図を見せずに、解決のためのヒント(おもりの個数、左右の皿等)を終了してい</p>	<p><b>説明例</b> 2gの荷物の場合について説明します。おもりは、1gと3gを使います。図のように1gのおもりを左の皿に荷物と一緒にのせます。3gのおもりは右の皿にのせます。こうすることによって左右の皿の重さがつり合い2gの荷物の重さを量ることが出来ます。</p> <p>○天秤の左右のつり合いに着目し課題を解決しようとしているか。 &lt;関・意・態&gt; (観察)</p> <p>○天秤の性質から、荷物ののせ方を、説</p>	<p>・左の皿と右の皿が同じ重さになることで天秤がつり合い、荷物の重さが分かることを理解させる。</p> <p>・班内で解決できそうにないときは他の班</p>

<p>徒から解決のためのヒントの説明を受ける。</p> <p>○終了していない生徒は、終了した生徒の説明を聞き、理解する。</p> <p>○発表する。 各班で分担して黒板の前で1～13g(2gを除く)のおもりののせ方を説明する。</p> <p>4 課題2について考える。</p>	<p>ない生徒に説明させる。</p> <p>○説明する生徒は、説明を受ける生徒のワークシートを見て、どのようなヒントを示せば、解決に至るかを考えて説明するように説明の要点を指示する。</p> <p>例</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・おもりを3つ使うよ。</li> <li>・右の皿におもりが2つのよ。</li> <li>・つり合うためには左の皿をどうすればいいかな？</li> </ul> <p>○説明を聞いた生徒は、ワークシートに理解した様子を書き入れ、説明した生徒に見てもらうように指示する。</p> <p>○発表の際には、「○○を用いて、△△する。」の形式で説明することを確認する。</p>	<p>明することができるか。 &lt;見・考&gt; (観察)</p>	<p>に聞きに行かせ、異なる説明で理解させる。</p>
<p><b>課題2</b> 荷物の重さを求めよう。</p> <p>つり合っている天秤がある。荷物の重さを <math>x</math> g とするとき、つり合っている天秤の両方の重さは等しいことから方程式をつくり、荷物の重さを求めなさい。</p> <div style="text-align: center;">  </div>			
<p>荷物を <math>x</math> g とし、左右の皿の重さを式に表す。</p> <p>左の皿=右の皿</p> $x+1=3$ $x+1-1=3-1$ $x=2$ <p>○等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つことから等式の性質(差の場合)を導く。</p>	<p>○両方の重さが等しいことから、同じ1gをとることを方程式で表すと方程式の両辺から1をひくことにすることに気付かせる。</p> <p>○課題2で考えた方程式を基に等式の性質(差の場合)を導き出す。</p>	<p>○天秤の性質を使って、見通しをもちながら方程式を解くことができるか。 &lt;技能&gt;(観察)</p>	<p>・左の皿の重さは、荷物とおもりの合計の重さで、<math>(x+1)</math> g と表せることを示す。</p>
<p>等式の性質(差の場合)</p> <p>② <math>A=B</math> ならば、<math>A-C=B-C</math></p>			

まとめ 5分	6 等式の性質をまとめる。	○等式の両辺に同じ数をたしたり、かけたり、同じ数でわったりする場合は、具体的な数を用いて例を示し、①③④の性質のまとめにつなげる。 ○まとめるときは、式だけでなく、言葉でどう言い表すか分かるように括弧書きで示す。	○等式の性質を理解しているか。 〈知・理〉 (観察)	・等式の性質を再確認させる。
<p>等式の性質</p> <p>① <math>A=B</math> ならば、<math>A+C=B+C</math> (等式の両辺に同じ数をたしても等式は成り立つ)</p> <p>② <math>A=B</math> ならば、<math>A-C=B-C</math> (等式の両辺から同じ数をひいても等式は成り立つ)</p> <p>③ <math>A=B</math> ならば、<math>A \times C=B \times C</math> (等式の両辺に同じ数をかけても等式は成り立つ)</p> <p>④ <math>A=B</math> ならば、<math>A \div C=B \div C</math> (等式の両辺を同じ数でわっても等式は成り立つ)</p>				

(9) 備考  
ア 板書計画

<p><b>課題1</b></p> <p>1g、3g、9gの3種類のおもりが1つつある。この3つだけのおもりと天秤を使って、1g~13gの荷物の重さを量ることができるとでしょうか？切り取った図を用い、下の天秤に図をかこう！！</p> 	<p><b>課題2</b> 荷物の重さを求めよう。</p> <p>つり合っている天秤がある。荷物の重さを <math>xg</math> とするとき、つり合っている天秤の両方の重さは等しいことから方程式をつくり、荷物の重さを求めなさい。</p> <p style="text-align: center;">左の皿 = 右の皿</p> $x+1=3$ $x+1-1=3-1$ $x=2$
<p>等式の性質</p> <p>① <math>A=B</math> ならば、<math>A+C=B+C</math> (等式の両辺に同じ数をたしても等式は成り立つ)</p> <p>② <math>A=B</math> ならば、<math>A-C=B-C</math> (等式の両辺から同じ数をひいても等式は成り立つ)</p> <p>③ <math>A=B</math> ならば、<math>A \times C=B \times C</math> (等式の両辺に同じ数をかけても等式は成り立つ)</p> <p>④ <math>A=B</math> ならば、<math>A \div C=B \div C</math> (等式の両辺を同じ数でわっても等式は成り立つ)</p>	

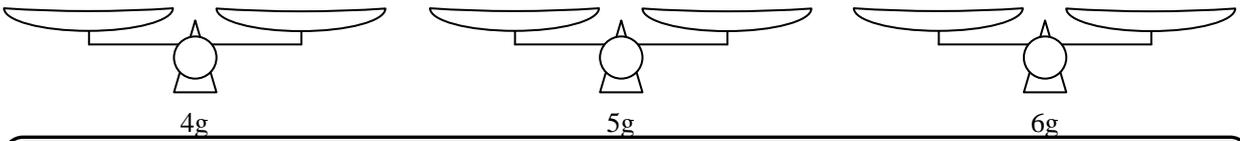
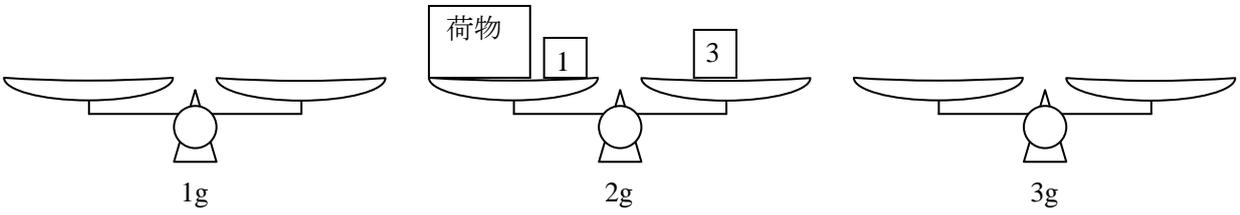
イ 資料 ワークシート

ワークシート

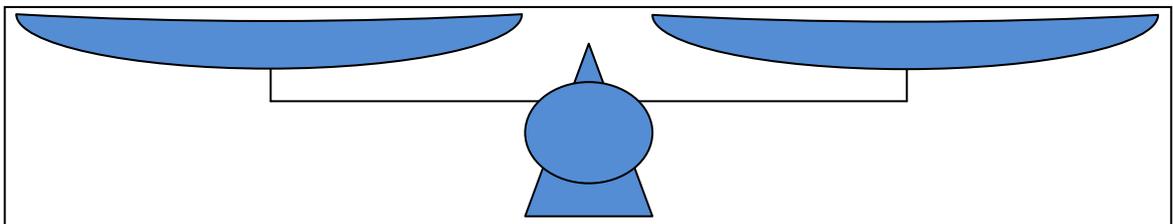
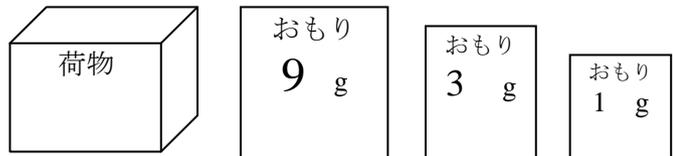
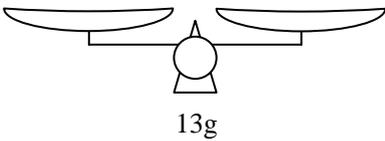
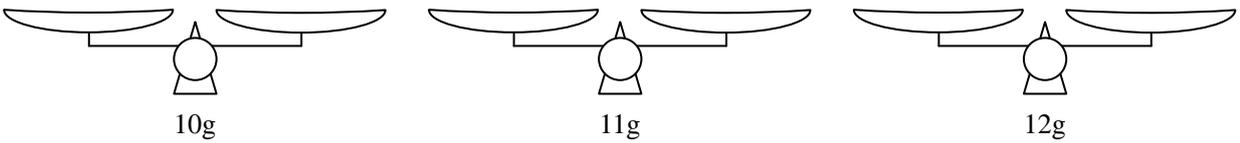
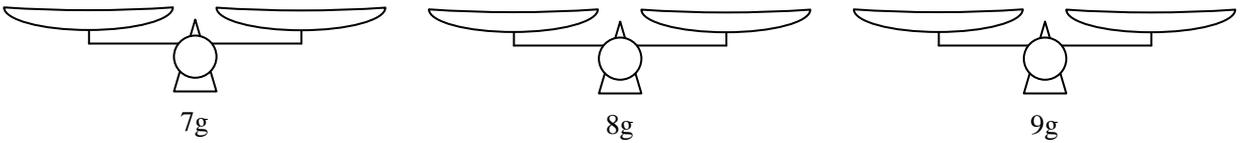
課題 天秤について考える

☆荷物の重さは何g??

(1) 1g、3g、9gの3種類のおもりが1つずつある。この3つだけのおもりと天秤を使って、1g~13gの荷物の重さを量ることができるでしょうか? 切り取った図を用い、下の天秤に図をかこう!!



5gの場合の説明を言葉で書いてみよう!



## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応

実践事例は、授業後の反省をもとに修正しているのので、写真にあるワークシートと内容が多少違ってきます。



① 自分で天秤、おもりを切り取る

【操作活動】



② 切り取った天秤、おもりで荷物の重さを考える。

【操作活動】



② 切り取った天秤、おもりで荷物の重さを考える。

【操作活動】



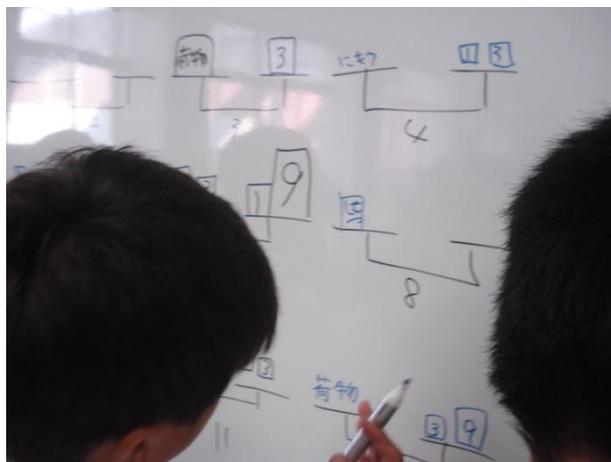
③ 各グループで、教え合う。

【学び合い活動】



④ 各グループでのおもりののせ方を発表する。

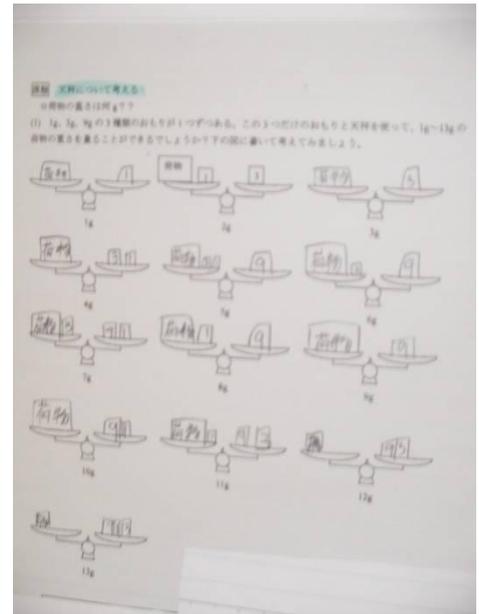
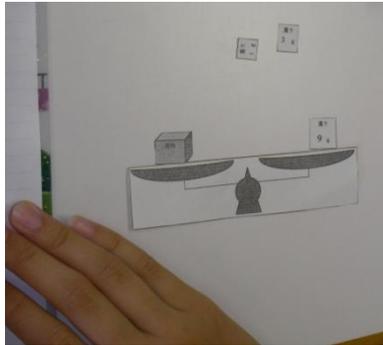
【学び合い活動】



(2) 授業の分析

- ① 学習課題は、与えられた 1g、3g、9g の 3 つのおもりを用いて、13 種類の荷物の重さを天秤を用いて求める課題である。

天秤のつり合う性質を考え、おもりを動かす操作活動をするにあたって、どの生徒も積極的に取り組んでいた。



- ② グループで学び合う活動により、説明者は、自分の図を見せてはいけないという条件により、どのような説明ができるのか言葉を選んでヒントを促していた。また、教えられる側は、クラスメイトのヒントを真剣に理解しようとしている生徒が多かった。

各グループで、ヒントを出し合い、学び合う場面

S1	7g ってどうおもりをのせればいいのか？
S2	ヒントは、おもりは 3 つとも使うよ。
S1	それでも分からないな…。
S2	おもりをたし算するだけでなく、ひき算でも考えてみれば？

## 6 成果と課題

### (1) 成果

- ① 日常的事象の数学化を図ることで、活用力を育成できた。

天秤の性質により天秤がどのようにつり合うのか等の特徴を的確にとらえ、自らの操作活動をもとに事象を数式化した。操作活動を通して、荷物の重さを求めることができ、事象と方程

式とのつながりを実感できた。数学を日常事象の問題へ活用することで、活用に関する学力向上に効果的であると考えられる。

② 情報を活用することで思考力・判断力・表現力を育成できた。

与えられた 1g、3g、9g の 3 つのおもりを用いて、課題解決に取り組んだ。その与えられた情報を適切に処理する過程において、操作活動での自分の考えを記述し、互いに説明し合う学び合い活動を展開することで、思考力・判断力・表現力をはぐくむことができた。事象を説明し、的確に表現することで生徒の学力向上の一端を担うことができた。

## (2) 課題

### ア 時間配分

学び合い活動による表現力の育成を図ることはできたが、等式の性質という学習事項の確実な定着を図る上で時間配分が課題となった。学力向上の視点では、表現力の育成は重要であるが、表現力を育成させる時間、学習事項の定着を図る時間などの時間配分が今後の課題である。

### イ 表現力のさらなる定着

今回の授業において、グループ内で理解の不十分な生徒に説明する場はあったが、それがどの程度理解できたのかを確認するための手立てが不十分であった。さらなる表現力の定着を図るためには、どのように理解したかを逆質問するなど、思考活動と表現活動の一体化を進める場を設ける必要性がある。

# 自分の考えを数学的な 言葉・用語を用いて表現する力を養う授業

## 1 改善の方向

### 数学的プロセス

3：数学的に解釈することや表現すること

3(2) 自分の考えを数学的に表現すること

自分の考えを分かりやすく説明する能力や表現する力を育てることは大切なことである。友達に説明する場合も、必要に応じて図や表に指し示しながら自分の考えを数学的な表現を用いて説明できるようにする。

2：結果を評価し改善すること

2(1) 結果を振り返って考えること

自分と友達の考えを比較・検討したり、結果を振り返ってよりよい解決方法を考えたりするためには、「自分の考えを書く（表現する）力」、「自分の考えを他者に説明する力」などの思考力・判断力・表現力を育てることが不可欠である。自分の考えを友だちに理解してもらうことで生徒相互の見方や考え方を比較・検討したり、よりよい解決方法を見いだしたりすることができる。このようなコミュニケーション能力を高めることで、数学的に表現する力を伸ばす。

生徒に身に付けさせたい「表現する力」

(c) 事柄が成り立つ理由を説明すること

説明すべき事柄についてその根拠を示して理由を説明するといった、論理的な思考力や表現力を高める。

## 2 研究及び授業改善の視点

自分の考えを発表したり、表現したりする力を養うことや、授業において、自分の考えと友達の考えを比較検討したりすることはとても大切なことである。しかし、全国学力・学習状況調査の結果をみると、既習事項を活用したり、根拠を明らかにしながら説明する力が弱い傾向にある。また、自分の考えを分かりやすく友だちに説明したり、数学的に表現することを苦手としている生徒も少なくない。

そこで、多様な見方や考え方ができる課題を適宜授業に取り入れること、生徒に数学を活用する力や数学的な表現力を育成すること、友だちに自分の考えを説明し互いの考えを比較検討するなどのコミュニケーション能力などを育成すること、これらが課題を克服するために必要なことである。

(1) 実践事例を通して育てたい表現力

伴って変わる2つの数量の間の関係を調べたり考察する際、対応表をつくって関係を調べたり、式やグラフに表して調べることが効果的である。表から関係を考察する場合も、表を横に見たり、縦に見たりすることで、いろいろな関係を見つけることができる。

例えば、表を横に見たときに、「 $x$ が2倍、3倍、4倍、…になると、 $y$ も2倍、3倍、4倍、…になるから $y$ は $x$ に比例している。」と、変化の様子から比例していることを確認したり、比例することの根拠を明らかにすることができる。また、比例はしていなくても、「 $x$ の値と $y$ の値の増減のしかたが同じである。」など、1次関数の変化の割合に関することまで考察することができる。

$y$ と $x$ の関係を式に表す場合でも、「 $y = ax$ という形になるから、 $y$ は $x$ に比例している。」というように、式から数量関係を把握するとともに、比例や反比例することや、していないことの根拠を明らかにすることができる。さらに、友達に説明する場合も、表をつくって説明したり、式に表すことで、根拠を明らかにしながら、数学的な表現で説明することができる。

本実践事例でも、ただ単に表や式にするだけでなく、表や式に表すことによさを実感できるようにするとともに、数学的に表現することを通してそのよさを実感させるとともに、数学的な表現力を身に付けさせたい。

(2) 表現力を育成するためのポイント

数量の間の関係を数理的に考察する力は、表現することによって深められる。表現する力を高めることで、数量関係を考察したり、根拠を明らかにしながら説明したり、自分の考えを伝えあい、それらを共有したりするなど、質的に高めることができる。

本実践事例では、数量関係を対応表や式に表したとき、その表や式をどのように活用するか、表や式をどのように見るかという点に力点を置くとともに、対応表や式を用いて、根拠を明らかにしながら友達に説明する力を身に付けさせたい。さらに、お互いの考えを説明したり、伝え会

ったりするためには、表や式に表現することが効果的であることやそのよさを実感させたい。

### 3 実践のねらい

多様な見方や考え方がある課題を用意し、生徒にいろいろな解決方法を考えさせる学習指導をすることで、「他の見方や考え方はないか。」「これ以外の数量関係はないか。」など、多様な見方や考え方ができる力や考察する方法や力などを養うことができる。

また、生徒相互の考えや解決方法等を交換し合ったり練り上げたりしていく中で、相手に自分の考えを伝える力などの数学的に表現する力を身に付けさせることがねらいである。

### 4 実践概要

(1) 題材名 第1学年「比例と反比例」

(2) 題材について

#### ア 学習事項との関連

小学校における「数量関係」の領域では、「関数の考え」、「式の表現と読み」及び「資料の整理と読み」が主な内容となっている。また、それらにおいて、数量やその関係を数、式、図、表、グラフなどに表したり調べたり、言葉を用いて表したり調べたり、判断したり、説明したりすることができるようにすることが大切である。

関数の考えとは、数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えである。特に、伴って変わる2つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすることが大切である。「式」は、事柄やその関係などを正確に分かりやすく表現したり、理解したりする際に重要な働きをするものである。また、式を読み取ったり、言葉や図と関連付けて用いたりすることも大切である。資料の整理と読みについては、目的に応じて資料を集めて分類整理したり、それを表やグラフなどに分かりやすく表現したり、特徴を調べたり、読み取ったりすることができるようにすることが大切である。また、目的に応じて表やグラフを選んだり、関連付けて用いたり、読み取ったり、活用したりすることも大切である。

各学年の主な内容を、「関数の考え」、「式の表現と読み」、「資料の整理と読み」に分けて整理してみると、次の表のようになる。(『小学校学習指導要領解説・算数編』より)

学年	関数の考え	式の表現と読み	資料の整理と読み
第1学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>ものともとの対応</li> <li>数の大小や順序</li> <li>一つの数をほかの数の和や差としてみる</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>加法及び減法の式の表現とその読み</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ものの個数を絵や図などを用いて表したり読み取ったりすること</li> </ul>
第2学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>数の大小や順序</li> <li>一つの数をほかの数の積としてみる</li> <li>乗数が1ずつ増えるときの積の増え方</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>加法と減法の相互関係</li> <li>乗法の式の表現とその読み</li> <li>( ) や      などを用いた式</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>身の回りにおける数量を分類整理し、簡単な表やグラフを用いて表したり読み取ったりすること</li> </ul>
第3学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>乗数又は被乗数が0の場合を含めての、乗数が1ずつ増減したときの積の変化</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>除法の式の表現とその読み</li> <li>数量の関係を式に表し式と図を関連付けること</li> <li>      などを用いた式</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>資料を分類整理し、表やグラフを用いて分かりやすく表したり読み取ったりすること</li> <li>棒グラフの読み方やかき方</li> </ul>
第4学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>二つの数量の関係と折れ線グラフ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>四則の混合した式や( )を用いた式</li> <li>公式についての考え方と公式の活用</li> <li>      などを用いた式</li> <li>四則に関して成り立つ性質のまとめ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>資料を二つの観点から分類整理して特徴を調べる</li> <li>折れ線グラフの読み方やかき方</li> </ul>
第5学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡単な場合についての比例の関係</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>数量の関係を表す式</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>百分率</li> <li>資料の分類整理と円グラフや帯グラフ</li> </ul>
第6学年	<ul style="list-style-type: none"> <li>比</li> <li>比例の関係を式、表、グラフ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>文字 a , x などを用いた式</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>資料の平均</li> <li>度数分布を表す表やグラフ</li> </ul>

6 学 年	ラフを用いて調べること ・比例の係数を用いて、問題を解決すること ・反比例の係数	フ ・起こり得る場合を調べる こと
-------------	--	-------------------------

### (7) 関数の考え

「関数の考え」とは、数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えである。「関数の考え」によって、数量や図形についての内容や方法をよりよく理解したり、それらを活用できるようにすること、また、伴って変わる2つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすることが大切なねらいである。

第1学年から第3学年では、ものともとの対応付けたり、1つの数をほかの数の和や差としてみたり、1つの数をほかの数の積としてみたり、乗数が1ずつ増えるときの積の増え方の様子に着目したりすることができるように指導する。これらは、「A数と計算」の領域の関連する内容であり、ここに関数の考えが見られる。

第4学年では、具体的な場面において、伴って変わる2つの数量があることに着目し、それらの関係を表やグラフを用いて表し、関係を明らかにする能力を伸ばしていくことをねらいとしている。身の回りの事象の中から伴って変わる2つの数量の関係を見だし、それらの数量の間の関係を表や折れ線グラフを用いて表したり、特徴を読み取ったりすることができるようにする。これらの指導を通して、関数の考えを伸ばしていくようにする。

また、折れ線グラフから変化の特徴を読み取るとは、一方の数量が増加するときの他方の数量の増減の様子を視覚的にとらえ、2つの変化する数量の間にある関係を明確にすることである。そのためには、各部分の折れ線の傾きから数量の増減の様子をとらえることが必要となる。

第5学年では、表を用いて、伴って変わる2つの数量の関係を考察できるようにする。ここでは、伴って変わる2つの数量の関係を考察する能力を高めるとともに、比例の関係について知り、関数の考えを伸ばしていくことをねらいとしている。表をかいたり読み取ったりする活動を十分に行い、表を活用できるようにすることが大切である。表を活用することにより、数量の対応や変わり方の特徴を読むことなど、数量の関係の見方を深めるようにすることが大切である。

また、比例については、「2つの量とがあって、が2倍、3倍、…になると、それにともなっても2倍、3倍、…になるとき、『はに比例する』といいます。」と定義している。具体的な場面としては、「直方体のたて、横の長さを変えないで、高さを1cm、2cm、…と変えます。体積がどのように変わるか調べましょう。」「底辺が5cmの平行四辺形があります。底辺はそのまま、高さが変わると、面積はどのように変わるか調べましょう。」というような数量関係から、比例の関係について学習する。ここでは、表に数量を当てはめながら調べていくことを指導する中で、2つの数量の対応や変化の仕方の特徴を見いだすことができるようにする。

第6学年では、比について理解できるようにしたり、伴って変わる2つの数量の関係としての比例の関係について、式、表、グラフを用いて特徴を調べたり、比例の係数を用いて問題を解決したりすることや、反比例の係数について指導する。

$a : b$ という比の表し方を指導するとともに、比について理解できるようにする。指導する際は、具体的な場面によって、比の相等とそれらの意味について理解させるようにする。例えば、ソースとケチャップを混ぜて同じ濃さのハンバーグソースをつくる場面がある。「1人分では、ソース2、ケチャップ3」、「2人分は、ソース4、ケチャップ6」、「3人分は、ソース6、ケチャップ9」など、ソースとケチャップの割合を等しくすることで同じ濃さのハンバーグソースをつくることのできる。このような指導を通して、 $2 : 3$ は、 $4 : 6$ 、 $6 : 9$ などと等しいことを理解させる。比は、日常生活のいろいろな場面で用いられるので、日常生活の中から比が用いられる事象を探したり、それを活用して物事を処理したりするような活動などを行うなど、指導の工夫をする必要がある。

また、これまでに学習してきた数量関係についての見方をまとめるために、伴って変わる2つの数量の中から特に比例の係数にあるものを中心に考察し、関数の考えを伸ばすことをねらいとしている。

比例の意味としては、「一方の量が2倍、3倍、4倍、…と変化すると、他方の量も2倍、3倍、4倍、…と変化する。」「 $y$ が $x$ に比例するとき、 $y = (\text{決まった数}) \times x$ という式が成り立つ。」などがあげられる。また、「比例のグラフは直線になり、0の点を通る。」というグラフの特徴についても学習する。さらに、反比例の係数について知り、比例についての理解を深めることもねらいとしている。反比例の意味としては、「一方の量が2倍、3倍、4倍、…と変化すると、他方の量は $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍、…と変化する。」「 $y$ が $x$ に反比例するとき、 $y = (\text{決まった数}) \div x$ という式が成り立つ。」などがあげられる。

## (1) 式の表現と読み

日常の事象の中に見られる数量やその関係などを表現する方法として、言葉、数、式、図、表、グラフがある。その中でも式は、事柄や関係を簡潔、明瞭、的確に、また、一般的に表すことができる優れた表現方法である。式の指導においては、具体的な場面に対応させながら、事柄や関係を式に表すことができるようにする。さらに、式を通して場面などの意味を読み取り言葉や図を用いて表したり、式で処理したり考えを進めたりすることが大切である。さらに、式を、言葉、図、表、グラフなどと関連付けて用いて自分の考えを説明したり、分かりやすく伝え合ったりできるようにすることが大切である。

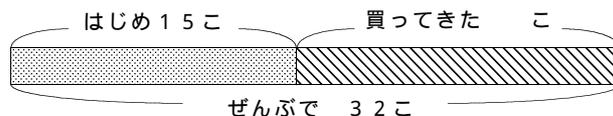
第1学年では、加法及び減法が用いられる場面を式に表したり式を読み取ったりすることを指導する。加法及び減法が用いられる具体的な場面を、 $+$ や $-$ の記号を用いた式に表したり、それらの式を具体的な場面に即して読み取ったり、式を読み取って図や具体物を用いて表したりすることを重視する。

例えば、「3人で遊んでいるところに4人来ました。」という場面を、 $3 + 4$ の式に表すなどの指導をしている。しかし、こうした式は計算をしてすぐに1つの数になってしまうことから、 $3 + 4$ という式が具体的な事柄を表しているという見方がしにくいことがある。結果を求めることだけに終わるのではなく、式の表す意味に注目できるような配慮が必要である。

また、 $2 + 4 = 6$ という式を基に、「あひるが2羽います。そこへ4羽来ました。全部で何羽になりましたか。」というようなお話づくりをする活動がある。さらに、「 $5 + 3$ の式になる問題をつくりましょう。」という場面では、「すずめが5羽います。そこへ3羽来ました。」というような問題をつくる活動がある。このように、式について言葉や図や具体物を用いて具体的な場面を作り出す活動をしている。

第2学年では、加法と減法の相互関係について式を用いて説明できるようにしたり、乗法が用いられる場面を式に表したり式を読み取ったりすることを指導する。また、数をかく場所を表すなどを指導する。

加法と減法の相互関係の場面について、いわゆる逆思考や逆算になるような問題を取り上げ、その解決の仕方を考え、図や式に表し、説明できるようにすることを通して、加法と減法の相互関係の理解を深める。例えば、「みかんが15個あります。何個かかってきたので全部で32個になりました。買って来たみかんは何個ですか。」という問題の場合に右にあるような図を用いたり、また、それらの表現を関連付けて用いたりして考える。



乗法を式で表す指導では、「1皿に2個ずつリンゴがのっているとき、5皿分で10個ですね」というような文章による表現、具体物を用いた表現などと関連付けながら、式の意味を深めるとともに、記号 $\times$ を用いた式の簡潔さや明瞭さを味わうことができるようにする。

第3学年では、除法が用いられる場面を式に表したり式を読み取ったりすることや、数量の関係を表す式と図を関連付けたり、文字としての役割をもつなどを用いて式に表したりすることを指導する。例えば除法の学習の際に、 $12 \div 3$ の答えを $3 \times \quad = 12$ の $\quad$ に当てはまる数としてとらえる場合に用いられる $\quad$ などのことである。

式に表す指導では、「クッキーが12個あります。」3人で同じ数ずつ分けると、1人分は何個になりますか。」というような言葉(文章)による表現や、具体物を用いた操作などと関連付けながら、式の意味の理解を深めるとともに、記号 $\div$ を用いた式の簡潔さや明瞭さを味わうことができるようにする。

を用いた式については、未知の数量を $\quad$ などの記号を用いて表現することにより、文脈通りに数量の関係を立式し、 $\quad$ に当てはまる数を調べることができるようにする。「学級文庫に本が38冊あります。新しい本を何冊か買ったので、本は全部で50冊になりました。」という文章を、 $38 + \quad = 50$ という式に表したり、「色紙を45枚持っていました。そのうち、何枚か配ったら、残りが26枚になりました。配った色紙は何枚ですか。」という文章から、 $45 - \quad = 26$ という式から、 $\quad$ を求めるために、線分図などを利用して、 $\quad = 45 - 26$ という式をつくり、 $\quad = 19$ という答えを求めることを学習する。式をつくる際は、線分図や数直線などの図を用いたり、言葉の式をつくって数量の間の関係を調べたりしている。

第4学年では、数量の関係を表す式について理解し用いたり、文字としての役割をもつ $\quad$ 、 $\quad$ などを用いて式に表したりすることを指導する。第3学年までに、加法・減法・乗法・除法について、式を用いて表したり、式を読み取ったりすることを学習している。それらを基に、四則の混合した式や $(\quad)$ を用いた式について理解すること、数量の関係を一般的にとらえ公式にまとめて用いること、 $\quad$ や $\quad$ などを用いて数量の関係を式に表すことが主な内容となる。数量の関係を式に表したり、式を読み取ったりする力を伸ばすとともに、計算の順序についての決まりなどを理解し、適切に式を用いることができるようにすること、さらに、既習の式と、具体的な場面での立式などを基に、公式についての考え方を身に付けさせることをねらいとしている。

四則の混合した式や( )を用いた式は、これまでも学習してきたが、1つの数量を表すのに( )を用いることや、乗法、除法を用いて表された式が1つの数量を表したりすることを確実に理解できるようにすることが主なねらいである。指導に際しては、乗法、除法を加法、減法より先に計算すること、( )の中を先に計算することなどの決まりがあることを理解できるようにし、習熟を図る。さらに、四則を混合させたり( )を用いたりして1つの式に表すことは、数量の関係を簡潔に表すことができるなどのよさがあることが分かるようにし、四則を混合させたり( )を用いたりして1つの式に表すことができるようにすることが大切である。

公式については、幾つもの数量の組を作って、数量と数量の間に共通する決まりや関係を見つけ出し、それを一般化させて言葉を用いて表し、公式を作り上げていく過程を大切にする。また、公式が一般的な数量関係を表していることを理解させるためには、具体的な場面で、式で表しているものにいろいろな数を当てはめていく活動を大切にする必要がある。第4学年では、(正方形の面積) = (1辺) × (1辺)、(長方形の面積) = (たて) × (横)などの面積についての公式が取り上げられている。公式は、どんな数値に対しても成り立つ一般的な関係であることを理解できるようにするとともに、(たて)と(横)から(面積)が求められるという見方に加えて、(面積)と(横)から(たて)を求めることができるというような、公式の見方ができるようにすることも大切である。

整数の計算に関しては、交換法則や結合法則、分配法則を活用して計算を簡単に行う工夫をしたり、乗法の筆算形式の中に分配法則を見つけたりするなど、四則に関して成り立つ性質についての理解を深め、必要に応じて活用できるようにする。また、整数において成り立つ性質が、小数の計算に関しても成り立つことを確かめられるようにする。

第5学年では、数量の関係を表す式についての理解を深め、簡単な式で表されている関係について、2つの数量の対応や変わり方に着目できるようにする。例えば、「底辺が5 cmの平行四辺形があります。底辺はそのままで、高さが変わると、面積はどのように変わるか調べましょう。」というような数量関係から、高さを cm、面積を  $\text{cm}^2$  として、平行四辺形の面積を求める式をつくる場面や、「長さの等しい棒を並べて正方形をつくり、横に並べていきます。正方形の数を 個、棒の数を 本とします。 と の関係を式に表しましょう。」というような数量関係から考察していく場面が考えられる。

第6学年では、数量の関係を表す式についての理解を深め、式を用いることができるようにする。また、数量を表す言葉や、 などの代わりに、 $a$ 、 $x$ などの文字を用いて式に表したり、文字に数を当てはめて調べたりする。

、 などの代わりに、 $a$ 、 $x$ などの文字を用いて式に表し、文字の使用に次第になれることができるようにする。文字が本格的に使用されるのは、中学校からであるが、中学校数学科とのなだらかな接続という観点からも、数量の間の関係等を簡潔に表すことができるなど、 $a$ 、 $x$ などの文字を用いて式に表すことのよさを味わうことのできる素地を養っておくことが大切である。

#### (ウ) 資料の整理と読み

目的に応じて資料を集めて分類整理したり、それを表やグラフなどを用いて分かりやすく表現したり、特徴を調べたり、読み取ったりできるようにすることがここでのねらいである。そうした活動を通して、的確な判断をしたり合理的な予測をしたりしようとする態度を育てることも大切である。

第1学年では、ものの個数を知り、比べるために、具体物を用いて、また、絵や図などを用いて表したり、読み取ったりすることを指導する。

ものの個数を数えたりするとき、動物や具体物の絵や図などを用いて表すことができるようにする。また、このように表したのから、数が最も多いところや少ないところなどの特徴を読み取ることができるようにする。

第2学年では、身の回りにある数量を分類整理し、簡単な表やグラフを用いて表したり、読み取ったりすることを指導する。

身の回りにある数量として、「クラスで係を決めることにしました。希望した係の人数を、分かりやすく表しましょう。」というようなことが考えられる。簡単なグラフとは、 などを並べて大きさを表したグラフのことである。このような表やグラフから、数が最も多いなどの特徴を読み取ったりすることができるようにする。その際、決まった形式の表やグラフをかくことの技能的な面を強調するよりも、特徴を読み取ったりすることを重視する。

第3学年では、資料を分類整理し、表や棒グラフを用いて分かりやすく表したり読み取ったりすることを指導する。第2学年では、分類整理したことを表を用いて表したり、絵や図などを用いた簡単なグラフに表したりすることを指導している。第3学年では、これらの指導を基にして、身の回りにある事象について、目的に応じて観点を決め、資料を分類整理して、これを表やグラフを用いて表したり、読み取ったりすることができるようにすることを主なねらいとしている。また、簡単な2次元の表を取り扱い、日時や場所などの2つの観点から表を見る

ことができるようにする。表については、分類の仕方や、表し方に様々な種類があるので、目的に応じて用いることができるようにすることが大切である。棒グラフについては、数量の大小や差などを読むことに加えて、最大値や最小値をとらえたり、項目間の関係、集団のもつ全体的な特徴などを読み取ったりすることができるようにすることをねらいとしている。

第4学年では、目的に応じて資料を集めて分類整理し、表やグラフを用いて分かりやすく表したり、特徴を調べたりすることができるようにする。つまり、目的に応じて資料を集め、その資料を分類整理し、特徴や傾向をとらえる能力を伸ばすことをねらいとしている。また、資料を2つの観点から分類整理して表を用いて表すことができるようにする。

第5学年では、百分率を基に全体の中での割合に注目して、円グラフや帯グラフを用いて表したり、特徴を調べたりすることを指導する。また、目的に応じて表、棒グラフ、折れ線グラフ、円グラフ、帯グラフを選んだり、関連付けて表したり、読み取ったり、判断したりするなど、活用することに取り組むことが大切である。

基準とする量を100として、それに対する割合で表す方法が、百分率（パーセント）である。したがって、割合を整数で表すと分かりやすいというよさに気付くようにすることが大切である。また、日常生活の中でも、「消費税が5%であること」や「天気予報での明日の降水確率が50%」など、百分率が用いられている。日常生活の中から百分率が用いられている事象を探すなどの活動を通して、算数が生活の様々な場面で用いられていることに気付くことができるように配慮することも大切である。

グラフについては、資料について、全体と部分、部分と部分の間の関係を調べると特徴をとらえやすい事象があることに気付かせ、資料を割合を示す円グラフや帯グラフに表したり、それを読み取ったりすることを主なねらいとしている。円グラフや帯グラフについては、百分率と関連させて、そのかき方とともに、それを読み取ることも取り扱う。その際、グラフという表現の特徴を生かして、統計的な見方を育成していくようにすることが大切である。

また、これまでに学習してきた表やグラフについての知識や技能を活用することができるように、資料の特徴を説明したり、主張したいことを伝えたりする場面を設定することが大切である。その際、「数量の大きさを示す」、「数量の変化を示す」、「数量の割合を示す」などの目的を明らかにし、それに合った表やグラフを選択させるようにする。

第6学年では、資料の平均や散らばりを調べたり、度数分布を表す表やグラフを用いて表現したり、統計的に考察したりすることを指導する。また、具体的な事柄について、起こり得る場合を順序よく整理して調べることについて指導する。

第5学年の「B量と測定」の領域では、測定値の平均について指導している。その指導の上に、第6学年では、資料の代表値としての平均について知り、平均についての理解を深めることをねらいとしている。また、資料の傾向を表すものとして、資料の散らばりについても指導する。平均が同じであっても、値が密集しているか、分散しているかによって、資料の特徴が異なることなどについて理解できるようにすることが必要である。そのためには、数直線上に値を点で示すなど、散らばりの様子を表す工夫を行う活動を取り入れる事が大切である。

表やグラフについては、資料全体の分布の様子や特徴を分かりやすくするために、度数分布表や柱状グラフ（ヒストグラム）に表すとよいことを知らせ、それらをかいたり読み取ったりできるようにする。

起こりうる場合については、第5学年までの分類整理して考える活動の上に、第6学年では、起こり得るすべての場合を適切な観点から分類整理して、順序よく列挙できるようにすることをねらいとしている。指導に当たっては、結果として何通りの場合があるかを明らかにすることよりも、整理して考える過程に重点をおき、具体的な事実に応じて、図、表などを用いて表すなどの工夫をしながら、落ちや重なりがないように、順序よく調べていこうとする態度を育てるように配慮する。

このように、小学校算数科においては、伴って変わる2つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにしている。比例については、表、式、グラフを用いて特徴を調べたり、問題解決に利用したりしている。なお、反比例については、比例についての理解を一層深めることをねらいとして、その関係について知ることとしている。

中学校第1学年では、小学校算数科における伴って変わる2つの数量の関係についての見方や考え方を深め、比例、反比例についての理解を深めることができるようにする。すなわち、具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培い、比例、反比例を関数としてとらえ直すことができるようにする。

小学校算数科では、比例の意味について、「一方の量が2倍、3倍、4倍、・・・と変化すると、他方の量も2倍、3倍、4倍、・・・と変化する。」「 $y$ が $x$ に比例するとき、 $y = (\text{決まった数}) \times x$  という式が成り立つ。」と学習している。また、「比例のグラフは直線になり、0の点を通る。」というグラフの特徴についても学習している。反比例の意味については、「一方の量が2倍、3倍、4倍、・・・と変化すると、他方の量は $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍、・・・と変化する。」「 $y$ が $x$ に反比例するとき、 $y = (\text{決まった数}) \div x$  という式が成り立つ。」と学

習している。

中学校第1学年では、これらの学習の上に立って、比例、反比例を変域を負の数にまで拡張し、文字を用いた式で表現する。比例については、一般的に、 $a$ を比例定数として、 $y = ax$ という式で表される関係であること、反比例については、一般的に、 $a$ を比例定数として、 $y = a/x$ という式で表される関係であることを学習する。また、比例のグラフについては、変域が負の数まで拡張された上で、原点を通る直線であることを理解し、比例定数 $a$ の値によってどのようにグラフが変わるかということも学習する。

このように比例、反比例を中心に指導することになるが、比例、反比例は関数の一例である。関数についての学習の初期段階においては、比例と反比例だけが関数であるような誤解に陥らないよう、関数の概念の広がりを実感することができるようにし、関数関係を見いだし表現し考察する能力を培うことが大切である。

また、「D資料の活用」の領域であるが、小学校算数科において、目的に応じて資料を集めて分類整理し、いろいろな表やグラフを用いたり、資料の平均や散らばりを調べたりするなどして、統計的に考察したりする基礎的な能力を培っている。中学校第1学年では、ヒストグラムや代表値の必要性和意味を理解し、それらを用いて資料の傾向をとらえ説明することで、その傾向を読み取ることができるようにする。

第2学年での内容は、「具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う」ことである。第1学年では比例、反比例について、表、式、グラフなどを用いて変化や対応などを調べることを通して、伴って変わる2つの数量の間に成り立つ一意対応の関係として関数関係を見いだし表現し考察する能力を培っている。第2学年では、これらを基に、具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解できるようにする。一次関数の学習は比例の学習の発展である。同時に、変化の割合に着目するなど、文字を用いた式によって関数をより深く学習する入り口ともなっている。また、一次関数の特徴を、表、式、グラフでとらえるとともに、それらを相互に関連付けることで、一次関数についての理解を深める。さらに、二元一次方程式を2つの変数の間の関数関係としてとらえたり、関係を見いだし表現したりして、方程式で表されたいろいろな事象を考察できるようにする。二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ は、 $b \neq 0$ のとき、変数 $x$ の値が1つ決まれば、 $y$ の値がただ1つ決まることから、2つの変数 $x$ と $y$ の関数関係を表す式とみることができる。このような見方を通して、方程式と関数が独立した内容ではなく、統合的に理解され、さらに、連立方程式や二次関数などの理解へと発展していく。

第3学年での内容は、「具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす」ことである。

第3学年では、具体的な事象における2つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ を考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして、これらの学習を通して、関数関係を見いだし表現し考察する能力を一層伸ばす。また、これまでの学習の上に立って、比例、反比例、一次関数、 $y = ax^2$ とは異なる関数関係について指導する。例えば、交通機関や郵便物の料金の仕組みを取り上げ、これまで学習してきた表やグラフを用いて変化や対応の様子を調べ、その特徴を明らかにしていく。こうした学習や経験を通して、伴って変わる2つの数量の一方の値を決めれば他方の値もただ1つ決まるという関数関係についての理解を一層深め、事象の考察に生かそうとする態度をはぐくみ、後の学習の素地となるようにする。

## イ 関数指導のねらい

関数の学習における各学年の目標は以下のようになっている。

### 【第1学年】

具体的な事象を調べることを通して、比例、反比例についての理解を深めるとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を培う。

### 【第2学年】

具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

### 【第3学年】

具体的な事象を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす。

### 【引用文献】

文部科学省『中学校学習指導要領』（平成20年3月）

また、関数の指導における各学年の内容は以下のようになっている。

【第1学年】

(1) 具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

ア 関数関係の意味を理解すること。

イ 比例、反比例の意味を理解すること。

ウ 座標の意味を理解すること。

エ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

オ 比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

関数 変数 変域

【第2学年】

(1) 具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

ア 事象の中には一次関数としてとらえられるものがあることを知ること。

イ 一次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。

ウ 二元一次方程式を関数を表す式とみること。

エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

〔用語・記号〕

変化の割合 傾き

【第3学年】

(1) 具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数  $y = ax^2$  について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

ア 事象の中には関数  $y = ax^2$  としてとらえられるものがあることを知ること。

イ 関数  $y = ax^2$  について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。

ウ 関数  $y = ax^2$  を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

エ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

【引用文献】

文部科学省『中学校学習指導要領』（平成20年3月）

関数指導の大きなねらいは、自然現象や日常の一般的な事象から関数関係を見だしたり、いろいろな事象を考察する能力を養うことである。そして、いろいろな事象の中にひそむ関係や法則を数理的にとらえ、数学的に考察し処理することが中心的なねらいである。また、事象について調べるとき、事象の中から伴って変わる2つの数量を取り出し、それらの間の変化や対応の関係に着目して考察を進めることがある。このときの調べ方として、数量の間の変化や関係を表、式、グラフで表すことが有効である。数量関係を式や表、グラフに表すことは、それによって、数量関係における変化や対応の特徴をとらえることがねらいである。また、式やグラフに表すことで、数量関係についての理解をより深められることになる。このように、関数関係についての理解を深めることで、1つの数量を調べるとき、それと関数関係にある別の数量を見つけ、それに置きかえて考察する能力を養うこともできる。

このように、いろいろな事象の中で、2つの数量の間に関数関係を見だし、それを用いる能力を伸ばす学習は、関数の単元だけで終わってしまってはならない。

図形など、関数以外の領域でも関数的な見方や考え方をすることで、図形の性質などについてより深く考察することができる。是非、他の領域でも関数的な見方や考え方ができる能力を養いたい。

ウ 生徒の実態

「4章 比例と反比例」の単元に入るにあたり、生徒が小学校で学んだ「比」や「比例」についてどの程度定着しているかを確認するために、次のようなテストを行い、生徒の実態を把握し本時の学習指導に生かす。

## 第4章 比例と反比例 ～準備テスト～

1. 次のア～エのうち、同じ比を表しているのはどれとどれですか。記号で答えなさい。

(ア) 6 : 3      (イ) 8 : 6      (ウ) 12 : 8      (エ) 9 : 6

2. 次の式で、 $\square$  にあてはまる数を求めなさい。

$$10 : 15 = 2 : \square \qquad 12 : 15 = \square : 5$$

$$9 : \square = 3 : 4 \qquad \square : 8 = 3 : 1$$

3. 次の各問いに答えなさい。

$x = -4$  のとき、 $3x$  の値を求めなさい。

$x = 6$  のとき、 $-\frac{2}{3}x$  の値を求めなさい。

4. 1年A組は全員で36人いて、男子の人数とクラス全員の人数の比は、5 : 9です。このとき、次の各問いに答えなさい。

男子の人数は何人ですか。

男子の人数と女子の人数の比を求めなさい。

5. 次の2つの数量で、 $\square$  が  $\triangle$  に比例しているのはどれですか。

1個80円のみかんを  $\square$  個買うと、代金は  $\triangle$  円になる。

200ページある本を  $\square$  ページ読むと、 $\triangle$  ページ残る。

60kmの道のりを時速  $\square$  kmで進むと、 $\triangle$  時間かかる。

底辺が4cm、高さが  $\square$  cmの平行四辺形の面積を  $\triangle$   $\text{cm}^2$  とする。

6. 下の表は、水そうに水を入れる時間と水の深さとの関係を調べたものです。このとき、次の各問いに答えなさい。

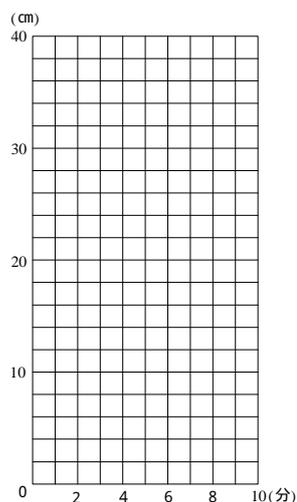
時間	(分)	1	2	3	4	5	6	
水の深さ	(cm)	4	8	12	16	20	24	...

水の深さは水を入れる時間に比例しますか。

水の深さを40cmにするには、水を何分入れればよいですか。

水を10分入れたときの水の深さは何cmですか。

水を入れる時間と水の深さとの関係を右のグラフにかきなさい。



7. 下の各表で、 は に比例しています。表の空欄にあてはまる数をかきなさい。

	1	2	3	4	5		.....
	3	6		12			

	2			10	20		.....
	24	60	96				

(3) 指導目標

- ア 比例の意味を理解し、比例する事象を式に表したり、比例の式を使って具体的な場面を考察したりすることができる。
- イ 関数の意味を理解することができる。
- ウ 関数の関係にある2つのことごとらについて、その対応のしかたを式や言葉で表すことができる。
- エ 変数、変域の意味を理解し、変域を不等号を使って表すことができる。
- オ 比例の関係にある1組のx、yの値の組から、yをxの式で表すことができる。
- カ 平面上の座標の意味を理解し、点を座標を用いて表すことができる。
- キ  $y = ax$  のグラフをかくことができ、グラフの特徴を調べることができる。
- ク 反比例の意味を理解し、反比例する事象を式に表したり、反比例の式を使って具体的な場面を考察したりすることができる。
- ケ 反比例の関係にある1組のx、yの値の組から、yをxの式で表すことができる。
- コ  $y = a/x$  のグラフをかくことができ、グラフの特徴を調べることができる。
- サ 比例や反比例の見方や考え方、グラフを利用して、具体的な場面の問題を解決することができる。

(4) 研究とのかかわり

- ア 自分の考えを数学的な言葉・用語を用いて表現する力を養う視点
  - 一応の課題解決はできるが、課題を解決するために用いた見方や考え方、既習事項などを数学的な言葉や用語を用いてきちんと説明できる生徒は少ない。自分の考えの根拠を説明したり、どの既習事項を活用したかを明らかにしながら課題を解決したり説明することは、数学的に表現する力を育成する上でとても重要なことである。また、数学的な表現を用いることで、自分の考えを説明したり、根拠を明らかにして筋道を立てて説明し、伝え合う力を育成することができる。
  - 説明し伝え合う活動を通して他者とかがわかることは、自分一人では気付かなかった新しい視点をもたらし、理由などを問われることは根拠を明らかにし、それに基づいて筋道立てて説明する必要性を生み出す。他者に分かりやすく説明したり、自分の考えを他者により理解してもらうためには、数学的な言葉や用語を用いること、数学的に表現する力が不可欠である。そして、数学的な知識及び技能、数学的な表現などのよさを実感する機会が生まれる。

イ 自分の考えと友だちの考え方を比較検討する力を養う視点

同じ課題であっても、生徒によって見方や考え方、他者に自分の考えを説明するとき用いる数学的な表現の仕方は異なることが多い。様々な解決方法がある課題や既習事項が活用できる課題は、個に応じる指導ができるとともに、数学的に表現することの大切さや既習事項を活用することの大切さ、根拠を明らかにすることの大切さなどを感得させることができる。また、自分の考えではなく、他の生徒と解決方法や考え方を伝え合うことは、生徒一人一人の見方や考え方が尊重されることであり、生徒の帰属意識が高揚し、数学に対する興味や関心を高め、学力向上にもつながると考える。

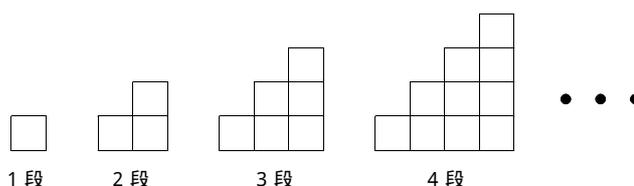
(5) 課題の工夫

ア 本時の課題

導入課題

右の図のように、1辺の長さが2cmの正方形の紙を、1段、2段と階段状に並べていきます。

このとき、段数が増えるのに伴って変わる数量にはどんなものがありますか？



比例と反比例について、これまでに学習したことのまとめの問題である。正方形の紙を順番に並べて階段をつくり、段数が変わるのに伴って変化する数量を見つけることで、生徒の興味・関心を高めるとともに、これまでに学習した関数（比例と反比例）についての既習事項を活用して課題を解決していく。

導入課題は、正方形の紙を階段状に並べていくとき、段数に伴って変わる数量を見つけさせるものである。具体的に正方形を並べ、課題提示を工夫することによって、正方形の個数、全体の面積、週の長さ、高さ、頂点の数等に気付き、意欲的に取り組めるものとする。

段数が増えるのに伴って変化する数量はいろいろあり、自分で何かを発見したりすることが苦手な生徒でも、いくつかの数量には気付くと思われる。そして、生徒自身が見つけた数量について考察することで、より一層興味・関心も高まるであろう。このような学習を繰り返し行うことで、自分の考えに自信を持ち、進んで課題に取り組む姿勢も養えると思う。

それに続く課題は、「段数と、それに伴って変わる数量の間には、どのような関係があるか調べる。」ものである。段数とそれに伴って変わる数量が比例しているかどうかを調べることが中心となるが、比例しているとは、例えば、段数を  $x$ 、段数に伴って変わる数量を  $y$  としたとき、 $y$  を  $x$  の式で表すと、『 $y = a x$ 』と表すことができるということである。その調べ方として、 $x$  と  $y$  との関係を対応表にまとめることが重要になってくる。また、なぜ、比例すると考えたのか、「 $y = a x$ 」であるから、比例する。」というように根拠を明らかにして説明できるようにさせたい。

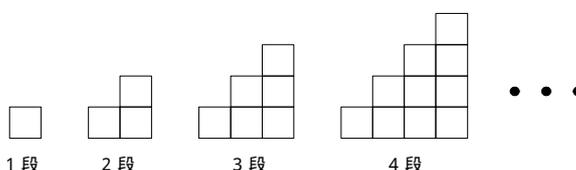
段数とそれに伴って変わる数量の間関係を式に表すためにはどのような方法があるのかをいろいろ考えることによって、関数的な見方や関数のよさも味わうことができる。さらに、正方形の紙を階段状に並べていくという1つの事象の中にも、いろいろな関数関係があることから、いろいろな見方や考え方を養うとともに、日常の事象の中にも関数関係があるということなど、数学に対する興味や関心を高め、数学的な見方や考え方のよさも味わわせたい。

イ 本時の課題と小学校算数科との関連

関数的な見方や考え方について、小学校第4学年から漸次指導してきている。「変わり方調べ」を通して、具体的な場面において、伴って変わる2つの数量があることに着目し、それらの関係を表やグラフを用いて表すことを学習している。以下に、いくつかの指導例を示す。

4年生での指導例

1辺が1cmの正方形の板を、右の図のように1段、2段…とならべたとき、段の数が15段のときのまわりの長さを求める。



段の数とまわりの長さを、表にまとめる。

段の数(個)	1	2	3	4	5	6	7		
まわりの長さ(cm)	4	8	12	16	20	24	28		

段の数が1ずつ増えると、まわりの長さはどのように変わるか。

まわりの長さを表す数は、段の数の何倍になっているか。

段の数が15のときの、まわりの長さを計算で求める。

$$15 \times \square = \square$$

段の数を 段、まわりの長さを cmとして、 と の関係を式に表す。

$$\boxed{\text{段の数}} \times 4 = \boxed{\text{まわりの長さ}} \quad \longrightarrow \quad \square \times 4 = \square$$

段の数が30のときの、まわりの長さを求めさせる。

まわりの長さが40cmのとき、段の数を求めさせる。

#### 5年生での指導例

直方体のたて、横の長さを変えないで、高さを1cm、2cm、…と変えたとき、体積がどのように変わるか調べる。

高さを cm、そのときの体積を  $\text{cm}^3$ として、体積を求める式を考える。

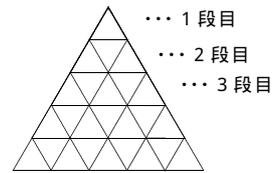
を1, 2, 3, …, 6と変えると、 はそれぞれいくつになるかを表に書き表す。

高さ (cm)	1	2	3	4	5	6		...
体積 ( $\text{cm}^3$ )	15	30	45	60	75	90		

高さを2倍、3倍、…にすると、体積はどのように変わるか。上の表をもとに考えさせる。

6年生での指導例

右の図のように、正三角形の板を並べたとき、15段目には、正三角形の板が何枚並ぶかを求める。



図をかいて板の数を数えたり、表にまとめたりして、考え、何かきまりはないか考えてみる。

段の数（段目）	1	2	3	4	5				
板の数（枚）	1	3	5						

段の数と板の数の関係を調べる。

15段目に並ぶ板の数を、くふうして求める。

Aさんと、Bさんの2人の考えを説明する。

【Aさん】

段の数（段目）	1	2	3	4	5	...	15
板の数（枚）	1	3	5	7	9		



$$1 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{2 \text{ が } (15 - 1) \text{ 個}} = 1 + 2 \times (15 - 1) = 29$$

2が(15-1)個

答え 29枚

【Bさん】

段の数（段目）	1	2	3	4	5	...	15
板の数（枚）	1	3	5	7	9		

$$1 + 0 \quad 2 + 1 \quad 3 + 2 \quad 4 + 3 \quad 5 + 4 \quad \dots$$

段の数に、段の数から1ひいた数をたすと、板の数になる。

段の数      板の数

$$15 + 14 = 29$$

答え 29枚

$$1 \text{ 段目 } \dots 1 + 0 = 1$$

$$2 \text{ 段目 } \dots 2 + 1 = 3$$

$$3 \text{ 段目 } \dots 3 + 2 = 5$$

$$4 \text{ 段目 } \dots 4 + 3 = 7$$

Aさんの考えたの式  $1 + 2 \times (15 - 1)$  の、1、2、 $(15 - 1)$  は、それぞれ何を表しているか。

Aさんの考えを使って、100段目に並ぶ板の数を求める。

式  $1 + 2 \times ( \quad - 1 ) = \quad$       答え  $\quad$  枚

段の数をx段目、板の数をy枚とする。

Aさんの考えを使って、xとyの関係を式に表す。

このように、小学校第4学年から、伴って変わる2つの数量の間の関係について、表にまとめて調べたり、式に表すなど、順を追って学習してきている。中学校での指導にあたっては、これらのことを踏まえ、小学校で学習した内容、既習事項等を確認しながら、また、反復的に指導していくことが大切である。そうすることで、より効果的に関数的な見方や考え方の育成やいろいろな事象の中にひそむ関係や法則を数理的にとらえ、数学的に考察し処理する能力を育成できると考える。

(6) 指導計画

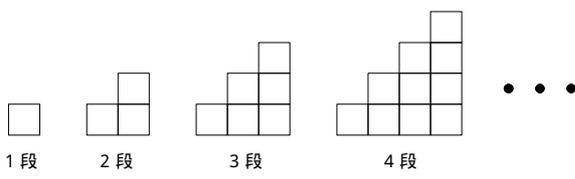
次	項	主 な 内 容	時間数	
1	比例する量	伴って変わる量の変化のしかたを調べること	5	20 時 間 扱 い
2	関 数	関数の意味 関数の関係を式や矢印とことばで表すこと	1	
3	座 標	平面上の点の表し方 平面上の点の座標をいうこと 与えられた座標をもつ点を平面上にとること	1	
4	比例のグラフ	$y = ax$ のグラフをかくこと $y = ax$ のグラフの特徴	2	
5	基本の問題		1	
6	反比例する量	反比例の意味 事象の中から反比例する2つの量を見だし、式で表すこと	2	
7	反比例のグラフ	$y = a/x$ のグラフをかくこと $y = a/x$ のグラフの特徴	1	
8	基本の問題		1	
9	比例と反比例の利用	比例や反比例の見方や考え方を利用して、具体的な場面の問題を解くこと 比例のグラフをよみとって、具体的な場面の問題を解くこと	3	
10	問題演習		3 本時 2/3	

(7) 本時の目標

具体的な事象のなかにある2つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし、表現し、考察することができるようにする。

- ・ 具体的な事象の中から伴って変わる2つの数量を見だし、調べようとする。  
(関心・意欲・態度)
- ・ 表や式、グラフなどを利用して、伴って変わる2つの数量の間の関係を調べることや自分の考えを数学的な表現を用いて説明することができる。  
(数学的な見方や考え方)
- ・ 伴って変わる2つの数量の間の関係を、表や式に表すことができる。  
(数学的な技能)
- ・ 具体的な事象の中には、比例でも反比例でもない関数関係があることが分かる。  
(知識・理解)

(8) 展開

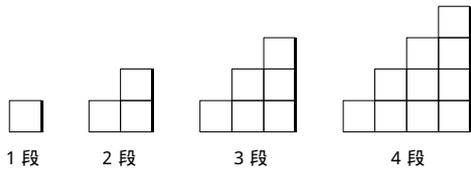
学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて																																			
<p>1.導入課題を提示する。</p> <p>導入課題</p> <p>図のように、1辺の長さが2cmの正方形の紙を、1段、2段と階段状に並べていきます。</p> <p>このとき、段数に伴って変わる数量にはどんなものがありますか？</p>  <p>1段      2段      3段      4段</p> <p>2.導入課題を解決し、発表する。</p> <p>正方形の数      全体の面積      まわりの長さ 高さ      頂点の数(凹部を含む)      頂点の数(凸部) 頂点の数(左上)      一番右の面積      凹部の長さ 対角線の長さ      など</p> <p>課題</p> <p>段数と、それに伴って変わる数量の間には、どのような関係があるか調べてみましょう。</p>	<p>導入課題に興味を持って取り組んでいるか。【関・意・態】(観察)</p> <p>伴って変わる数量を見つけ、説明することができるか。 【見・考】(観察・発表)</p>	<p>・黒板に正方形の紙で階段をつくり、具体的に提示する。</p> <p>・図をよく観察させ、変化するものを考えさせる。 ・実際に正方形の紙を数枚渡し、操作を通して考えさせる。</p>																																				
<p>3.課題を解決する。</p> <p>・段数を <math>x</math>、伴って変わる数量を <math>y</math> として、表をつくって考えさせる。 ・比例する場合は、式で表すとどんな形で表せるかを考えさせる。 ・比例する場合、表からどんなことが言えればよいかを考えさせる。 ・伴って変わる2つの数量の間には、比例や反比例以外にもあることを確認させる。</p> <p>正方形の数</p> <table border="1" data-bbox="215 1366 678 1444"> <tr> <td>段数(<math>x</math>)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>正方形の数(<math>y</math>)</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>10</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>・ <math>y = ax</math> の形にはならない。 ・正方形の数は段数に比例していない。 ・ <math>y = \frac{x(x+1)}{2}</math></p> <p>全体の面積</p> <table border="1" data-bbox="215 1646 678 1736"> <tr> <td>段数(<math>x</math>)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>全体の面積(<math>y</math>)</td> <td>4</td> <td>12</td> <td>24</td> <td>40</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>・ <math>y = ax</math> の形にはならない。 ・全体の面積は段数に比例していない。</p> <p>まわりの長さ</p> <table border="1" data-bbox="215 1904 678 1982"> <tr> <td>段数(<math>x</math>)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>まわりの長さ(<math>y</math>)</td> <td>8</td> <td>16</td> <td>24</td> <td>32</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>・式で表すと <math>y = 8x</math> で、<math>y = ax</math> の形になる。</p>	段数( $x$ )	1	2	3	4	...	正方形の数( $y$ )	1	3	6	10	...	段数( $x$ )	1	2	3	4	...	全体の面積( $y$ )	4	12	24	40	...	段数( $x$ )	1	2	3	4	...	まわりの長さ( $y$ )	8	16	24	32	...	<p>比例しているかどうか、その調べ方を理解しているか。 【知・理】(観察・発表)</p> <p>対応表に表すことができたか。 【技能】(観察・発表)</p> <p>・比例していない場合の式は比例しているかどうかを表から判定できればいいのでここではつくらなくてもよい。</p> <p>・伴って変わる数量には、比例、反比例以外にもあることを押さえる。</p>	<p>・比例する場合は、<math>y</math> を <math>x</math> の式で表すと、式がどんな形になるかを思い出させる。 ・実際に紙を並べて、表と対比させながら考えさせる。 ・段数を <math>x</math>、伴って変わる数量を <math>y</math> として対応表をつくらせる。 ・1段のときの値、2段のときの値...というように、順番に考えさせる。</p> <p>比例しているかどうかを判断できたか。【見・考】(観察・発表)</p> <p>・比例する場合、式に表すとどんな形になるかを確認させる。</p>
段数( $x$ )	1	2	3	4	...																																	
正方形の数( $y$ )	1	3	6	10	...																																	
段数( $x$ )	1	2	3	4	...																																	
全体の面積( $y$ )	4	12	24	40	...																																	
段数( $x$ )	1	2	3	4	...																																	
まわりの長さ( $y$ )	8	16	24	32	...																																	

- ・まわりの長さは段数に比例している。比例定数は8である。
- ・段数が2倍、3倍、・・・になると、まわりの長さも2倍、3倍、・・・になる。だから、比例している。
- ・表を縦に見ると、まわりの長さは、段数の8倍になっている。比例定数は、8である。

- ・比例する場合、表からどんなことが言えたかを確認する。
- ・「であるから、比例する。」というように根拠を明らかにして説明できるようにする。

- ・段数が2倍、3倍、・・・になると、伴って変わる数量も2倍、3倍、・・・になっているかどうか確認させる。

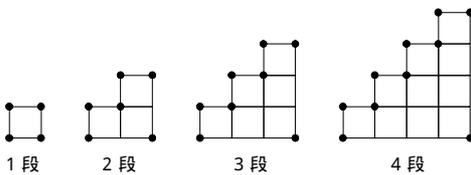
### 高さ



段数(x)	1	2	3	4	...
高さ(y)	2	4	6	8	...

- ・  $y = 2x$  となり、比例している。比例定数は2。
- ・ 高さは、段数に比例している。

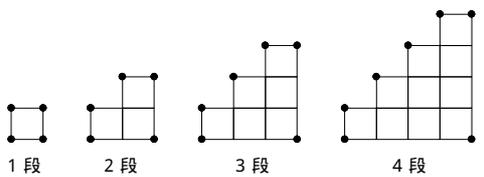
### 頂点の数(凹部を含む)



段数(x)	1	2	3	4	...
頂点の数(y)	4	6	8	10	...

- ・  $y = ax$  の形にならないから、比例していない。
- ・  $y$  を  $x$  の式で表すと、 $y = 2x + 2$  となる。
- ・ 段数が2倍になっても、高さは2倍になっていない。

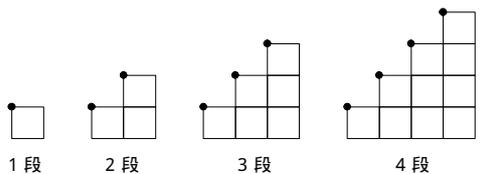
### 頂点の数(凸部)



段数(x)	1	2	3	4	...
頂点の数(y)	4	5	6	7	...

- ・  $y = ax$  の形にならないから、比例していない。
- ・  $y$  を  $x$  の式で表すと、 $y = x + 3$  となる。
- ・ 段数が2倍になっても、高さは2倍になっていない。

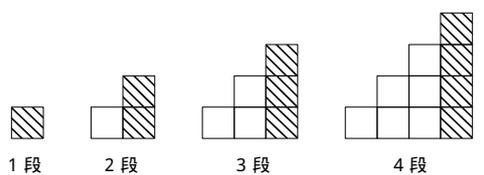
### 頂点の数(左上)



段数(x)	1	2	3	4	...
頂点の数(y)	1	2	3	4	...

- ・  $y = x$  となり、比例している。比例定数は1。
- ・ 頂点の数(左上)は、段数に比例している。

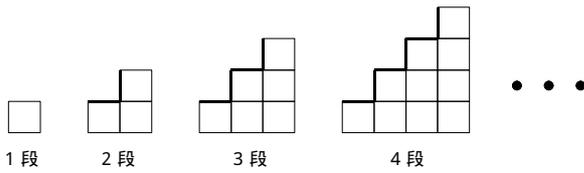
### 一番右の面積



段数(x)	1	2	3	4	...
一番右の面積(y)	4	8	12	16	...

- ・  $y = 4x$  となり、比例している。比例定数は4。
- ・ 一番右の部分の面積は、段数に比例している。

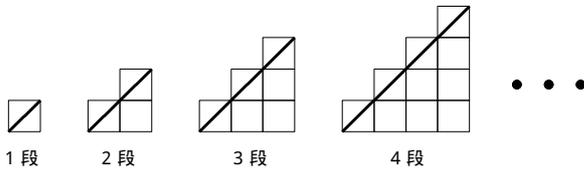
凹部の長さ



段数(x)	1	2	3	4	...
凹部の長さ(y)	0	4	8	12	...

- ・  $y = ax$  の形にならないから、比例していない。
- ・  $y$  を  $x$  の式で表すと、 $y = 4x - 4$  となる。
- ・ 段数が2倍になっても、高さは2倍になっていない。

対角線の長さ



対角線の長さが求められません。

1段目の対角線の長さは正方形1つ分。2段目の対角線の長さは、正方形2つ分。3段目の対角線の長さは、正方形3つ分。

したがって、段数が2倍、3倍、...になると、対角線の長さも2倍、3倍、...になるから、対角線の長さは段数に比例する。

- ・ 1段目の対角線の長さを  $n$  とすると、

段数(x)	1	2	3	4	...
対角線の長さ(y)	$n$	$2n$	$3n$	$4n$	...

- ・  $y = nx$  となり、比例している。比例定数は  $n$ 。  
1段目の対角線の長さが比例定数になっている。

4.本時のまとめ

- ・ 対角線の長さを求められないので、対角線の長さは、正方形何個分の長さかを考えさせる。
- ・ 1段目の対角線の長さを  $n$  とし、各段の対角線の長さを  $n$  を用いて表してみる。
- ・ 学習の進んでいる生徒には、それぞれの場合のグラフをかかせ、比例のグラフと比べさせ、その特徴などについて考察させる。
- ・ 表や式、グラフを用いることで、伴って変わる2つの数量の間の関係を考察することができる。
- ・ 伴って変わる2つの数量の間の関係には、比例でも反比例でもないものがある。

伴って変わる2つの数量を見だし、比例関係を調べようとしているか。【関・意・態】(観察)

表や式、グラフを用いることで、伴って変わる2つの数量の間の関係を調べることができるか。【見・考】(観察・発表)

同じ具体的な事象の中にも、比例する、しないなど、いろいろな関数関係があることが理解できたか。【知・理】(観察・発表)

- ・ 各段の対角線の長さが、1段目の対角線の長さの何個分かを考えさせる。
- ・ 対角線の長さを2.8cmとして考えさせる。

・ 比例する場合、対応表の特徴や、式の形を思い出させる。

・ 関数の中にも、比例しないものがあることを確認する。

## 比例と反比例 指導計画と評価規準

単元名		比例と反比例(20時間)									
単元目標	具体的な事象の中から2つの数量を取りだし、それらの変化や対応を調べることを通して、比例・反比例の関係についての理解を深める。 表、式、グラフを用いて、比例・反比例を表したり、その特徴を調べたりすることができるようにする。 具体的な事象の中から関数関係を見だし、比例・反比例の見方や考え方を活用できるようにする。 3つの達成目標1年 比例関係を式で表せる。										
時	小単元名	小単元のねらい	関	考	表	知	3つの達成目標との関連	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量図形などについての知識・理解
10	1.比例 (1)比例する量  (2)座標  (3)比例のグラフ	(1)身のまわりの事象の2つの数量関係に関心を持ち、その変化や対応に着目して調べ、比例の関係を見いだすことができる。 (2)関数の意味を理解するとともに関数の関係にある2つのことについて、その対応のしかたを式や言葉で表すことができる。 (3)比例の関係に関心をもち、比例について式や表を用いて、その特徴を考えることができる。 (4)yはxに比例することの意味や比例定数の意味を理解することができる。 (5)変数の意味を理解し、文字を変数として扱うことができる。 (6)変域の意味を理解し、それを不等号を用いて表すことができる。 (7)座標の意味を理解し、平面上の点の座標を求めたり、2つの数の組を平面上の点で表したりすることができる。 (8)比例のグラフの特徴を理解できる。					・比例の式を表すことができるようにする。	・いろいろな事象の中から伴って変わる2つの数量に関心を持ち、観察・実験・調査などを通して比例の関係を調べようとする。 ・2つの数量の関係に関心を持ち、それが関数の関係にあるかどうかを考えようとする。 ・比例の特徴を表や式から調べようとする。	・2つの数量について変化や対応の様子に着目して、比例、反比例の関係になるものに気付く。 ・2つの数量が関数の関係にあるかどうかを考え、その理由を説明することができる。 ・比例の特徴を、表や式を用いて考えることができる。	・関数の関係にある2つの数量について、「～は…の関数である」という言い方で表すことができる。 ・比例の関係を式で表すことができる。 ・1組のx, yの値の組から、比例の式を求めることができる。 ・文字を変数として扱うことができる。 ・変域を不等号を用いて表すことができる。 ・平面上の点の位置を座標を用いて表すことができる。 ・比例のグラフをかくことができる。	・関数の意味を理解している。 ・比例の意味とその関係を表す表や式の特徴を理解している。 ・比例、比例定数の意味を理解している。 ・変数の意味を理解している。 ・変域の意味を理解している。 ・座標の意味を理解している。 ・比例のグラフの特徴を理解している。
4	2.反比例 (1)反比例する量  (2)反比例のグラフ	(1)身のまわりの事象の2つの数量関係に関心を持ち、その変化や対応に着目して調べ、反比例の関係を見いだすことができる。 (2)反比例の関係に関心をもち、反比例について式や表で表し、その特徴を考えることができる。 (3)yはxに反比例することの意味や、比例定数の意味を理解することができる。 (4)反比例のグラフの特徴を理解しそのグラフをかくことができる。					・いろいろな事象の中から伴って変わる2つの数量に関心をもち、観察・実験・調査などを通して比例の関係を調べようとする。 ・反比例の特徴を、表や式から調べようとする。	・具体的な事象の中に、反比例の関係になる2つの数量があることに気付く。 ・反比例の特徴を、表や式を用いて考えることができる。	・反比例の関係を式で表すことができる。 ・1組のx, yの値の組から、反比例の式を求めることができる。 ・反比例のグラフをかくことができる。	・反比例の意味とその関係を表す表、式の特徴を理解している。 ・反比例、比例定数の意味を理解している。 ・反比例のグラフの特徴を理解している。	
3	3.比例と反比例の利用 (1)比例と反比例の利用	(1)比例、反比例する具体的な問題を、式やグラフを利用して解決することを通して、それらのよさを見いだすことができる。					・比例、反比例が実生活と深く関わっていることに気付き、比例、反比例の見方や考え方を活用できる。	・比例、反比例の見方や考え方を活用して、具体的な事象について調べることができる。	・比例、反比例の表、式、グラフなどを用いて具体的な事象をとらえ説明することができる。	・比例、反比例の見方や考え方をどのような場面で用いるかを理解している。	

		<p>(2) 具体的な事象の問題を比例や反比例の考えたや比例のグラフを利用して解くことができる。</p> <p>(3) 変化する量の関係には、比例でも反比例でもないものがあることを知る。</p>					<p>を利用し、問題を解決しようとする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象を比例、反比例の見方や考えかを利用して調べることができる。</li> <li>具体的な事象について表や式、グラフから、比例でも反比例でもない関係があることを調べることができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例、反比例のグラフを用いて、具体的な問題を解決することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な場面で、グラフを利用して問題解決できることを理解している。</li> <li>変化する量の関係には、比例でも反比例でもないものがあることを理解している。</li> </ul>
3	4.問題演習 (1)章の問題 (2)いろいろな問題	<p>(1) 練習問題を解くことにより、理解度を深める。また、理解不十分のことがらを認識し、理解へとつなげる。</p>								

## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応

( T : 教師の発問、指示 S : 生徒の反応)

#### ア 課題提示の場面

<p>T</p> <p>S 1</p> <p>T</p> <p>S 1</p> <p>T</p> <p>S 2</p> <p>T</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ (正方形の紙を黒板に貼りながら) 正方形の紙をこのように階段状に並べます。このとき、段数に伴って変わる数量にはどんなものがあるかを考えよう。</li> <li>・ 底辺の長さが変わります。</li> <li>・ 底辺とはどの部分ですか？</li> <li>・ (黒板で指で指しながら) この部分です。</li> <li>・ そうだね、長さが変わってるね。</li> <li>・ どのように変わっていますか？</li> <li>・ 1段目は2 cm、2段目は4 cm、3段目は6 cm、4段目は8 cmです。</li> <li>・ 課題の意味はこれで分かりましたか？</li> <li>・ では、段数に伴って変わる数量を図に示しながら考えてみよう。</li> </ul>	
--	---	--

〔考察〕 課題の意味をきちんと理解させるためには、実際に紙を貼るなど、視覚に訴えることが大切である。また、生徒に実態に応じて、具体例を示しながら説明するとよい。本時でも、『底辺の長さ』について、生徒に指で指し示しながら説明させることで、課題の意味をより確実に理解させることが出来た。

#### イ 導入課題を解決する場面

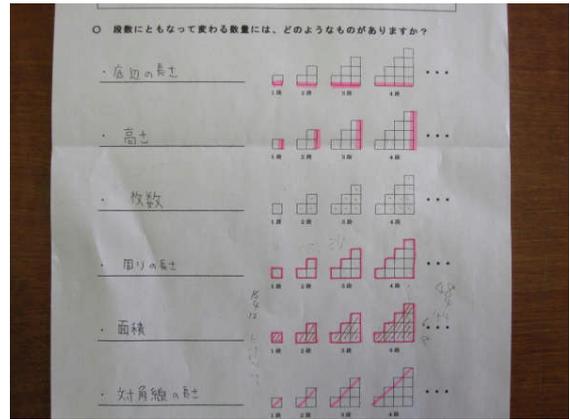
<p>T</p> <p>S 3</p> <p>S 4</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ それでは、段数にともなって変わる数量を図に示しながら考えよう。</li> </ul> <p>【 S 3 】</p> <p>【 S 4 】</p>	
--------------------------------	---	--

S 5

【S 5】

S 6

【S 6】



〔考察〕 生徒は、1つだけではなく、段数に伴って変わる数量をいろいろ考えていた。また、図に示しながら考えることで、具体的にどの部分を表しているのかをしっかりと考えていた。線の長さや面積、正方形の数に着目する生徒が多く、頂点などの点に着目する生徒はほとんどいなかった。いろいろな視点から図を見ることができるよう、日常の授業を通して指導していく必要がある。



ウ 課題を解決する場面

T

・段数と段数に伴って変わる数量の間には、どのような関係があるか調べてみよう。

S 7

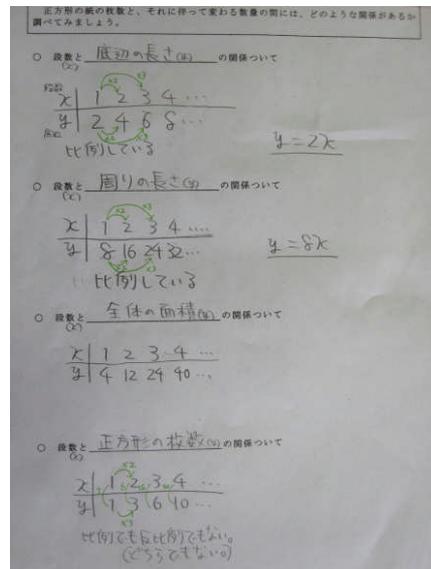
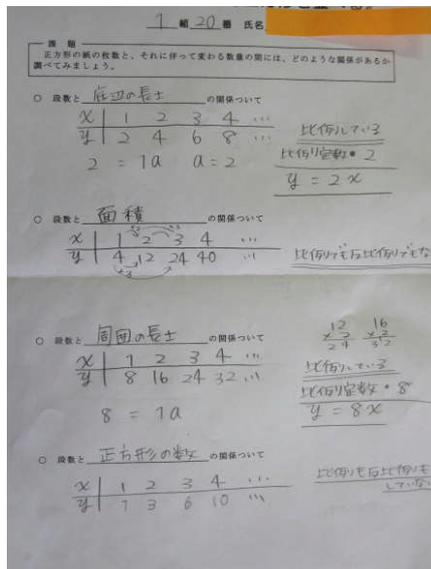
・『段数と底辺の長さ』については、『底辺の長さ』は『段数』に比例している。式で表すと、 $y = 2x$ となるからです。

S 8

・『段数』が2倍、3倍、・・・になると、『底辺の長さ』も2倍、3倍・・・になるから『段数と底辺の長さ』については、『底辺の長さ』は『段数』に比例しています。

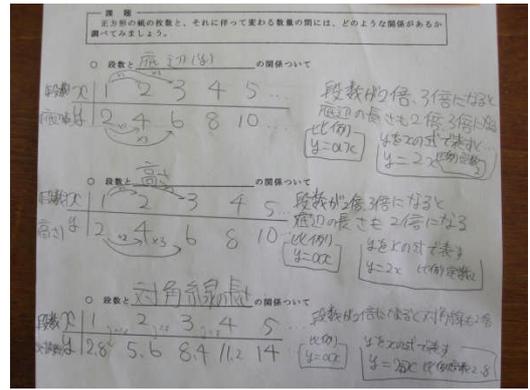
【S 7】

【S 8】



S 9

- 『段数』が2倍、3倍、・・・になると、
- 『高さ』も2倍、3倍・・・になるから
- 『高さ』も同じように、『段数』に比例しています。



S10

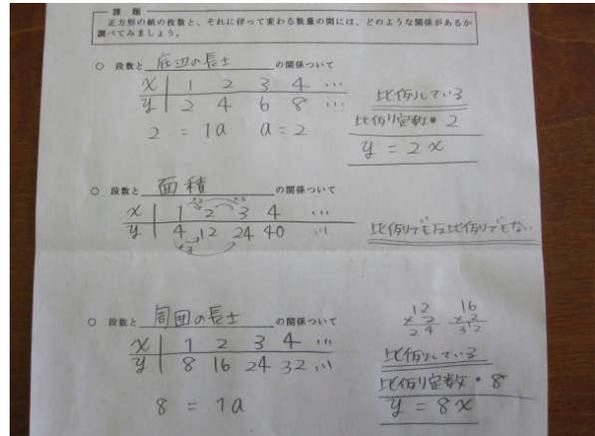
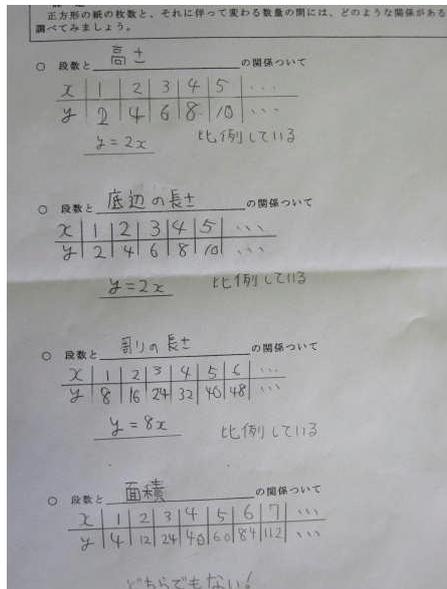
- 『周りの長さ』も『段数』に比例しています。
- 式で表すと、 $y = 8x$ になるからです。

S11

- 『段数』が2倍、3倍、・・・になっても、『面積』は2倍、3倍・・・にならないから『面積』は、『段数』に比例も反比例もしません。

【S10】

【S11】



〔考察〕 伴って変わる2つの数量の間を調べる方法として、『対応表をつくって考える』、『式に表してみる』、『グラフに表す』などがある。日々の授業や学習指導、学習活動を通して、伴って変わる2つの数量の間を調べるには『表・式・グラフ』を用いることの有用性を指導した成果の表れとして、ほとんどの生徒が『表』や『式』をつくって考えていた。

また、表をつくってからの考え方として、『表を横に見る』、『表をたてに見る』という見方を活用して関係を調べていた。

比例については、「段数が2倍、3倍、・・・になると、底辺の長さも2倍、3倍・・・になるから比例する。」「式に表すと $y = ax$ という形になるから比例する。」というように、比例するかどうかの判断や比例する根拠をしっかりと考えられる生徒が多かった。比例しない場合についても、表や式から考えており、表をつくること、式に表すこと、のよさを実感できるものであった。

このように、根拠を明らかにしながら数量関係を調べることや理由を明らかにすることは、図形の論証指導にもつながるとも大切なことであると同時に、数学を学習することの大切さや数学のよさを理解し活用する態度を育てることにもなる。

## エ 今日の学習をまとめる場面

T	・今日の学習で、どんなことが分かりましたか。
S12	・表をつくると関係を調べやすい。
S13	・式に表すと、比例するかどうかをすぐに判断することができる。
S14	・比例することを表をつくると簡単に分かりうれしかった。
S15	・比例も反比例もしないとき、関係を式に表すのが難しかった(表すことができなかった)。
S16	・紙を並べるだけで、いろいろなことがらがあることが分かった。
S17	・自分が考えていないことが分かったのでよかった。
S18	・自分もいろいろな考え方をするようにしたい。
S20	・紙を並べるという同じものの中にも、比例するものもあれば、比例でも反比例でもないものがある。

### (2) 授業の分析

生徒が、「段の数に伴って変わる数量」を考える際、図に示しながら考えることで、何が伴って変わるのかをより明確にすることができた。また、関係を調べるとき、表をつくったり、式に表すことから関係を調べ、根拠を明らかにしながら説明することができた。伴って変わる2つの数量の間の関係を表や式に表現することで、「・・・だから、比例します。」「・・・だから比例しません。」というように説明できることが分かり、表や式に表すなど、数学的な表現の大切さが実感できた。

また、表や式などの表現を用いようとすることは、数学へのより深い理解にもつながるとともに、学力向上にもつながる。

## 6 成果と課題

### (1) 成果

伴って変わる2つの数量の間の関係を調べるとき、表や式に表すことが有効であることが理解できたようである。さらに、表や式をもとにして、比例することやしないことなどを根拠を明らかにしながら説明できること、また、根拠を明らかにしながら説明することの大切さが分かったようである。

授業全般を通しての感想として、次のようなことがあげられる。

ア 生徒がとても意欲的に課題に取り組み、最後まで楽しく学習することができた。

イ 学習プリント(ワークシート)に自分の考えや解き方を表現することができた。また、自分が考えていなかった友達の考え方なども、きちんと書き留めることができていた。

ウ 生徒が、自分なりの言葉や表現の仕方では発表することができた。また、お互いの発表をきちんと聞くとともに認め合うことができた。

エ 数量の間の関係を調べるとき、表や式に表すことが有効であることが理解できた。

オ お互いの考え方や解き方を発表し合うことを通して、自分が気付かなかった解き方や考え方を知り、興味・関心を高めるとともに、別の学習場面にも生かそうとする態度を養うことができた。

### (2) 課題

本時の課題では、段の数に伴って変わる数量はいろいろあることや、長さや面積には着目できたが、頂点などを考える生徒はいなかった。いろいろなものに着目できるように、日々の学習活動を通して指導することが大切である。

本時では、表と式に重点を置いたが、グラフに表すことを通して、グラフとの関連も考えさせたい。表・式・グラフを効果的に活用しながら数量関係を考察することも、表現力の育成には欠かせないことである。

## 第2学年「式の計算」

### 根拠を明らかにして、筋道を立てて説明し、伝え合う授業

#### 1 改善の方向

##### 数学的なプロセス

##### 3：数学的に解釈することや表現すること

「中学校学習指導要領解説 数学編」には、中学校数学科の改善方針が述べられている。その中で、数学的な思考力・表現力は、合理的・論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力や表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりできるようにする。

##### 生徒に身に付けさせたい「表現する力」

##### (c) 事柄が成り立つ理由を説明すること

ある事柄が成り立つことを説明するには、その根拠を明らかにして説明できるようにすることが大切である。授業の中では、自分の考えの過程を明らかにさせ、説明すべき事柄についてその根拠を示して理由を説明するといった、論理的な思考力や表現力を高めるようにする。

#### 2 研究及び授業改善の視点

「文字式の利用」の指導に際し、まず文字式の表現方法、次に文字の必要性、最後に証明の必要性を授業改善の視点とした。この視点は「中学校学習指導要領解説 数学編」に以下のように記されている。

##### (1) 表現すること

表現することは、事象を数理的に考察する過程で、推測したり見いだしたりした数や図形の性質などを的確に表したり、その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道立てて説明したり、既習の数学を活用する手順を順序よく的確に説明したりする場面で必要になる。表現することにより、一層合理的、論理的に考えを進めることができるようになったり、より簡潔で、的確な表現に質的に高めることになったり、新たな事柄に気付いたりすることも可能になる。また、考えたり判断したりしたことを振り返って確かめることも容易になる。また、こうした経験を通して、表現のもつはたらきについて実感を伴って理解できるようにすることも大切である。

また、表現することにより互いに自分の思いや考えを伝え合うことが可能となり、それらを共有したり質的に高めたりすることができる。表現することは知的なコミュニケーションを支え、また、知的なコミュニケーションを通して表現の質が高められ、相互

にかかわり合いながら学習を充実させることにつながることに留意する必要がある。

## (2) 文字を用いることの必要性や意味

文字を用いた式は、数量の関係や法則などを簡潔、明瞭にしかも一般的に表現するために必要である。例えば、加法の交換法則を言葉で表すと「被加数と加数を交換しても、結果は等しい」となる。このことを具体的な数を用いた式で表すと、例えば「 $2 + 3 = 3 + 2$ 」のように簡潔に表せるが、加法の交換法則が一般的に成り立つことを表現することはできない。このような場合、文字  $a$ 、 $b$  を用いることで、加法の交換法則を「 $a + b = b + a$ 」と簡潔、明瞭、しかも一般的に表現することができる。

さらに、文字式を用いることにより、数量の関係を具体的なものの意味に束縛されることなく、抽象的な数の関係に還元して考察することもできる。また、文字を用いた式には、自分の思考の過程を表現し、他者に的確に伝達できるというよさもある。

## (3) 証明の必要性と意味及び方法

命題は「仮定」と「結論」からなる。そこで、推論を行う前に命題の「仮定」と「結論」をはっきりさせる。その上で、「仮定」から出発し、すでに正しいと認められている事柄を根拠にして、「結論」を導くこと、それが証明である。命題が正しくないことを証明するには、反例をあげればよい。証明の指導においては、正しいことばかりでなく、正しくないことを説明できるようにすることも必要である。また、命題の「仮定」と「結論」を入れかえると、もとの命題の逆ができる。もとの命題が正しくても、その逆の命題が正しいとは限らないことを確かめ、理解できるようにする。

ある命題から別の命題を導くのに、演繹、帰納、類推などの方法がある。演繹というのは、一般的な命題を特殊化して特殊な命題を導くことであるが、逆に多くの特殊な命題から1つの一般的な命題を導くのが帰納である。これらに対して、特殊な命題から別の特殊な命題を導くのが類推である。

証明の必要性を理解するためには、観察、操作や実験などの活動によって帰納的に導かれたものと演繹的に導かれたものの違いを理解することも大切である。いくつかの図形について帰納的に見いだした事柄が正しいかどうかを、同じ条件を満たす他の図形で調べることで、その事柄の信頼性をさらに高めることができる。しかし、同じ条件を満たすすべての図形についてその事柄が正しいかどうかを調べることはできない。そこで、演繹的に説明する証明が必要であることを理解できるようにする。

その際、次のことをはっきりさせる。

証明は、命題が例外なしに成り立つことを明らかにする方法であること。

証明をするためにかかれた図は、すべての代表として示されている図であること。

また、証明の過程においては、根拠となる事柄を明らかにすることが必要である。証明の根拠となる事柄には、前述したように、対頂角の性質、平行線についての性質と条件、合同な図形についての性質と三角形の合同条件などがある。第3学年になると、これらの事柄に相似な図形についての性質と三角形の相似条件などが加わる。

## 3 実践のねらい

「根拠を明らかにし、筋道を立てて、説明し伝え合う活動」を行うことによって、学習内容についての理解が深まることは勿論、生徒の主体的、自発的な学習が促され、意

欲的に学習に取り組むようになる。さらに、集団思考により、自分の考えをきちんと言えるようになると共に、他人の考えをよく聞き自分のものとするようになる。お互いに認め合い他の人と共に協力していこうとする態度が生じるものと考えた。

数学は長い年月を費やして築き上げてきた文化のひとつであるだけに、数学の概念や法則を生徒に理解させようとする、効率を考えて、一斉授業における講義型の指導になることが多い。

説明し伝え合う活動としてのコミュニケーション活動を取り入れることにより、活用する力としての思考力や表現力等を育成するための授業の工夫改善に有効であると考えた。数学の授業は、共通な課題に対して、いろいろな考えを説明したり、聞いたりするコミュニケーション活動を通して数学を創り上げていく活動に重点が置かれるべきであるとする。こうすることが、数学の授業を講義型から生徒たちが考えを出し合い、さらに深め合うといった能動的なものの変え、数学を学ぶ必要性の理解につなげることになる。また、考えを深めるには自分だけでなく、他者との関わりが重要な意味を持つことの認識を深めることにもなると考えるからである。

説明し伝え合う活動の難しさは、私たちが他者と話し合うためには、まず自分の意見をもたなければならない点にある。生徒たちが真剣に問題解決に向き合うほど、話し合い活動はある時点から無言の個別の思考活動に陥ることがある。話し合い活動というと、何かを話し合わなければよい知恵が浮かばないのではないかと思われるかもしれない。しかし、自分の考えをもたなければ他の生徒に自分の考えを伝えることはできないのである。

説明し伝え合う活動のはじめは、課題に対して、何を考え、どのように感じているのか、自分自身と向き合わなければならない。着想や思考を自分自身の言葉で表すことにより、自分の考えを再認識することができる。このように言語で表されたものは、自分の考えを見つめ直す内省的思考を生み出し、さらに研ぎ澄まされたものとなっていく。このような過程は、他者とのコミュニケーションによって一層促進され、考えを質的に高める可能性を広げてくれる。説明し伝え合う活動における他者とのかわり、一人では気付かなかった新しい視点をもたらす、他から理由などを問われることは根拠を明らかにし、それに基づいて筋道立てて説明する必要性を生み出すことも考えられる。

そこで、授業内で、生徒と指導者、生徒同士によるコミュニケーションを通して、自分の考えを説明し伝え合う力を身に付けさせることをねらいとする。

#### 4 実践概要

(1) 題材名 第2学年 式の計算「文字式の利用」

(2) 題材について

数学の学習全般にわたり、文字を用いた式を積極的に活用していくことは極めて重要である。第1学年では、数量の関係や法則などを文字を用いた式で表すことを学んでいるが、第2学年では、その学習をさらに深めて、文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解し、文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養う。

文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解できるようにす

るためには、文字を用いた式を使って、ある命題が成り立つことを説明する場面で、文字を用いて表現したり、文字を用いた式の意味を読み取ったり、計算したりする学習が総合的に行われることが重要である。

このような学習を通して、事象の中に数量の関係を見だし、文字を用いた式で表現したり、その意味を読み取ったりする能力を養うことはもちろん、数量の関係を帰納や類推によって発見的にとらえ、それを文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性と意味を理解し、文字を用いた式を活用する能力が養われていく。なお、これらのことは徐々に時間をかけて学習されると考えられるので、第3学年での文字を用いた式の活用の学習も見通して、漸次理解を深められるように指導する。

中学校数学科では、次のアからウを目標にして式の指導が行われる。

#### ア 文字のもつ意味、特に変数の意味を理解する

文字を用いた式で使われている文字が単なる記号ではなく、いろいろな値をとり得ること、また、文字がとり得る値の集合について理解し、変数の考えを深めることがねらいである。

文字に数を代入して式の値を求める場面などにおいて、文字がいろいろな値をとることを意識化したり、逆に、例えば、個々の奇数を右のような形で表現し、それらをまとめると奇数が1つの文字を用いた式

$2n + 1$  に表現できることなどを確認したりすることによって、変数の理解は深まっていく。

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \times 0 + 1 \\ 3 &= 2 \times 1 + 1 \\ 5 &= 2 \times 2 + 1 \\ &\vdots \\ (\text{奇数}) &= 2 \times n + 1 \end{aligned}$$

#### イ 文字を用いた式に表現したり、文字を用いた式の意味を読み取ったりする能力を育成する

数量やその関係を文字を用いた式に表したり、文字を用いた式の意味を読み取ったりすることができるようになることがねらいである。そのために、文字を用いた式の表現やその読み取りによって、日常生活や社会とのかかわりをとらえられるようにすることが必要である。実際の問題を解決する場合に、数量の関係をとらえて方程式をつくり、それを解いて解釈することによって問題が解決できるのは、この典型的な例である。

#### ウ 文字を用いた式の計算や処理に関する能力を育成する

文字を用いた式の計算、式の展開や因数分解など、式の計算ができるようになることをねらいとしている。これは、表された式をより解釈しやすい形に変形することができるようになることである。このことによって、文字を用いた式に表現できれば、その形式的な処理によって容易に結果が得られることを理解する。

このような学習を通して、文字は数を表すことを理解し、文字を用いた式については、数についての計算法則がそのまま適用され、数と同じように計算できることを理解することになる。

### (3) 指導目標

文字を用いた式で、数量や数量の間の関係を的確に表現し、それを目的に応じて計算したり変形したりできるようにするとともに、文字式についての理解を深め、それを活用する能力や態度を養う。

そのために、

- ・文字を用いた式に関するいろいろな用語の意味を理解し、それが正しく使えるようにする。
- ・簡単な単項式、多項式での加法、減法の計算ができるようにする。
- ・単項式どうしの乗法、除法の計算ができるようにする。
- ・式を用いて整数の性質を説明したり、目的に応じて簡単な等式を変形することができるようにする。

#### (4) 研究とのかかわり

本時の授業を考えると、理想の授業として、「課題に正対し、活発な話し合い活動が行われ、生徒同士がコミュニケーションを通して数学を学んでいく」と考える場合がある。しかし、現実には、考えていたような展開ができないことも多い。

ところで、数学の授業以外の学校の行事や学級活動における生徒の姿を見ると、

- ・学級の仲間と協同して創ることの難しさ・楽しさ・喜びを学びながら連帯することの重要性を知り、協力する力を発揮している。
- ・いろいろな仕事があっても、自分の個性に合ったものが選べてその力を高めることができる。また、自分に合わない仕事だと思っても、仲間と一緒にやることで自分の可能性を切り開いている。
- ・行事の成功によって、「わたしたちにはこれだけの力があったのか」と生徒集団の力を知ることができる。

このように、学校の行事や学級活動においては、生徒同士のコミュニケーションや課題解決に向けての協同的な取組が行われていることが多い。数学の授業の中でも、操作的な活動として、実験や実測などの体験を通しながら学んでいる部分がある。そこで、学級という学びの共同体の中で、生徒一人一人の主体的な活動を促し、生徒同士のコミュニケーション活動などの相互作用を大切にする数学の授業を展開することが大切であり、このような授業の展開が生徒の学習意欲・態度の向上にも効果的に働くものと考えられる。

そこで、本授業では、生徒の考えを引き出し、なぜそう考えたのか、その理由をノートに書いたり、言葉に表したりする表現する力の育成に主眼をあてた授業を展開する。

#### (5) 課題の工夫

文字の理解には、「いろいろな値をとる文字」として捉えられる「不特定性」と、文字が一貫して同じ値を保つという前提で計算の対象になる「特定性」の2つの側面を、文脈によって使い分けたり捉え分けたりすること必要である。広い意味での変数である。文字に「いろいろな数が代入できる」という暗黙の前提があり、説明の一般性が保障されるのである。文字使用により、説明が一般性を持つことを理解し、文字の有用性を実感させることが重要である。

命題「奇数と奇数の和は偶数となる」の文字式による論証の場面で、コミュニケーション活動を通して適切な証明を完成させていくという題材を扱うこととした。学んできた学習内容を子ども自身がほんとうに納得するためには、教師の一方的に詰め込む授業では不可能である。生徒の主体的な活動のある学びが不可欠である。

文字の論証の場面では、まず証明の前提となる式表現が必要となるが、理解の仕方が異なっており、互いに理解が十分でない子ども同士には「ずれ」が生じる。それをコミュニケーション活動を通し修正し理解が深まれば、そこでの情報の媒体となる式表現が変化し、適切な式表現での証明にたどり着くととらえた。

(6) 指導計画

次	項	主 な 内 容	時間数	
1	式の加法、減法	いろいろな数量を文字の式で表し、その式の構造上の特徴やちがいについて着目させること 文字の式に関連した用語の意味 同類項の意味と同類項をまとめること 式の加法、減法 (数×多項式)の加減 式の値	4	11 時 間 扱 い
2	単項式の乗法、除法	単項式の乗除 乗除のまじった単項式の計算	2	
3	文字式の利用	式の計算を利用して、数量の関係を一般的に明らかにすること 簡単な等式について、その目的に応じて変形すること	3 本時 1/3 2/3	
4	問題		2	

(7) 本時の目標

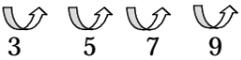
- ・命題が成り立つことを説明したり、文字を用いて表現したりしようとしている。  
(関心・意欲・態度)
- ・文字を用いて表現したり、その意味を読み取ったりして、命題が成り立つことなどを説明することができる。  
(数学的な見方や考え方)
- ・具体的な数を用いたり、目的に応じて式を変形したりすることができる。  
(数学的な技能)
- ・数や文字を用いた式を用いて説明することの必要性和意味を理解している。  
(知識・理解)

(8) 展開

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて
<p>1 命題の定義</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題 1</p> <p>次の ~ の文章を分類してください。</p> <p>信号機の赤は止まれである。</p> <p>車は左側通行である。</p> <p>男性は女性より背が高い。</p> <p>奇数 + 奇数は偶数である。</p> <p>早く起きなさい。</p> <p>3の倍数は。</p> </div> <p>(1)課題に取り組む</p> <p>T 何グループに分けられますか。</p> <p>S1 2グループです。</p> <p>~、~ の2つに分けました。</p> <p>S2 3グループです。</p> <p>、~、~ の3つに分けました。</p> <p>T 2グループに分けた人に質問します。</p> <p>「どんな理由で分けたのですか？」</p> <p>S 主語と述語のある文、ない文で分けました。</p> <p>T 3グループに分けた人に質問します。</p> <p>「どんな理由で分けたのですか？」</p> <p>S 2グループと同じなのですが、主語と述語のある文4つの文で正しい内容と間違っている内容に分けました。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>T その通りです。課題は3グループに分けられます。大きく分けて ~、~ の2通り、その中で ~、~ に分けます。</p> </div> <p>(2)命題の真偽を問う</p> <p>T ~ の文で正しい内容なのか、間違っている内容なのか説明してください。</p> <p>S1 は正しいと思います。世界中の信号機がそうなっていると思います。だからです。</p> <p>T その通りです。国内・国外の信号機が全てそうなっていることを調べればよいのですね。</p> <p>S2 は間違っていると思います。多分、アメリカ、フランス、ドイツなどの国において車は右側通行だからです。</p> <p>T を先生が「正しい」ことの説明をします。</p> <p>” A君(170cm)、Bさん(160cm)前に来て並んでください”</p> <p>A君の方が背が高いですね。だから「男性は女性より背が高い」ということが言えます。</p> <p>みなさん、先生の説明をどう思いますか？</p> <p>S A君、Bさんのときは、そうかもしれないけれど、他の女性で男性より大きい人がいるので、先生の説明は間違っていると思います。あと、先生が「正しい」と言った ~ の文も間違っていると思います。</p> <p>T そうだね。先生の説明では全員は納得はしなかったし、そして、この文は「正しい」とはじめに言ったことも間違っていましたね。</p> <p>(3)奇数の和の説明</p> <p>T の説明を考え、考えがまとまったら発表してください。</p> <p>S1 『1 + 1 = 2、3 + 3 = 6』</p> <p>S2 『1 + 3 = 4なので、奇数 + 奇数 = 偶数になります。』</p> <p>S3 『奇数と奇数をたせば偶数になるのは決まっています。』</p> <p>S4 『3 + 5 = 8でやると正しいことが分かります。だから、正しいのです。これではまだ不安なので、7 + 5 = 12で調べると正しいです。』</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題を教師から提示し、直ぐに活動に入る。</li> <li>・命題という言葉は出さずに、真偽の判断の付く文として、課題をとらえる。</li> <li>・つまづいている生徒に対し「文章の内容が正しい文、間違っている文」という観点で考えようとアドバイスする。</li> <li>・偽な命題の証明は間違っている例を1つ挙げればよいことを知らせる。</li> <li>・真な命題は間違っている例が1つもないことになる。つまり、一般性(普遍性)が必要であることを知らせる。</li> <li>・主部と述部のある文とない文になっていることに気付かせる。</li> <li>・主部と述部のある文も2つに分けられることに気付かせる。</li> <li>・ ~ は真偽の判定対象にならないことを知らせる。</li> <li>・真な命題と偽な命題に分けていることに気付かせる。</li> <li>・ ~ は間違いの例を挙げることが、証明になっていることに気付かせる。</li> <li>・一般性(普遍性)はすべてを網羅すること、世界中にあまねく存在する信号機を調べれば、きちんと説明できることを知らせる。</li> <li>・間違いの例が見つかれば証明になることを確認する。</li> <li>・特殊な命題から一般的(普遍的)な命題を導く帰納的な証明にはなっていないことに気付かせる。</li> <li>・この説明では多くの人は納得しないことを確認する。</li> <li>・生まれたばかりの男の赤ちゃんは、このクラスの女子より小さいという反例を示したことに触れる。</li> <li>・偽な命題の証明は反例を1例挙げればよいことを再確認させる。</li> <li>・同じ2つの奇数の和を計算して確かめている。これは、奇数 + 奇数の2つの「奇数」が、同じ数を表していると考えているので、命題の意味を正しく理解させる。</li> <li>・1つの場合しか述べていないことを教える。</li> <li>・この問題そのものを決まり切ったこととしてとらえている。説明する必要性を再度確認する。</li> <li>・具体例をあげて、そこから帰納して、命題が成り立つとしていることに気付かせる。</li> </ul>	<p>命題が成り立つことを説明し、課題を解決しようとしているか。</p> <p>関・意・態(観察)</p> <p>命題の意味を読み取り、分類した理由を言葉で表現しようとしているか。</p> <p>見・考(観察)</p> <p>具体的な数を用いた説明をすることができたか。</p> <p>(S1 ~ S5)</p> <p>技能(挙手)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・小グループなどで話し合い言葉での説明ができるように時間をかける。</li> <li>・なぜそう考えたのかその理由をノートに書かせる。</li> <li>・偶数と奇数は小学校5年で整数を類別する学習の中で行われ、その後も様々な場面で用いられているので、偶数と奇数を具体的な数で考えさせる。</li> </ul>

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて										
<p>S5 『1 + 3ばかりでなく、3 + 5でも、1 + 9でもすべて答えは偶数になっています。だから奇数 + 奇数 = 偶数になると思います。』</p> <p>S6 『奇数というのは、2で割ると1余る数です。だから2で割ると1余る数を2つたすので、余りが2になり、合計すると2で割り切れる数になります。』</p> <p>T S1 ~ S5を要約すると以下ようなことですね。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>奇数と奇数の和が偶数になる理由は</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">1 + 3 = 4</td><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">偶数</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">3 + 7 = 10</td><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">偶数</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">9 + 5 = 14</td><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">偶数</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">19 + 21 = 40</td><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">偶数</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px 2px 20px;">...</td><td></td></tr> </table> <p>だから、奇数と奇数の和は偶数になります。</p> </div> <p>T 誰か文字を使って説明した人はいませんか。</p> <p>T 先程、「正しい文」を説明するには、すべてのことについていえなければならないことを学びましたね。</p> <p>T 世界中に信号機は多くありますが、時間をかければ数えられないことはありませんね。</p> <p>T 『奇数 + 奇数は偶数である』の奇数は何個くらい調べればよいのですか。</p> <p>S 奇数全部だと思います。</p> <p>T 奇数全部は何個くらいの数でしょう？</p> <p>S 奇数は無限だと思います。</p> <p>T すべての奇数について確認をとるのは無理ですね。そこで昔の数学者は考えました。無限にある数のうち「自然数全体を n として説明を考えよう」としました。</p>	1 + 3 = 4	偶数	3 + 7 = 10	偶数	9 + 5 = 14	偶数	19 + 21 = 40	偶数	...		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 1つの場合だけでなく、いくつかの場合を考えなくてはならないことに気付いている。しかし、すべての場合を網羅することにまで至っていないことに気付かせる。</li> <li>・ どんな奇数でもあてはまる方法として考えていることを気付かせる。</li> <li>・ 小学校までは帰納的な方法で学習を積み重ねているので、左図のような方法を考えても不思議ではない。ここで大切なのは、「この考えは性質を発見するにはよい方法である。」ということ教師が理解しておくことが大切である。</li> <li>・ 予習等で証明の際、文字を利用することを知っている人を確認する。</li> <li>・ 文字を利用する必要性について説明を求めることはしない。必要性についての理解が正しいと判断できないからである。</li> <li>・ 課題1 - をどのように説明したかを確認する。</li> <li>・ 世界中に信号機は多くあるが有限であることを確認する。</li> <li>・ 具体的な2つの奇数を取り出してその和を求めたら偶数になったからといって、どんな2つの奇数の和も偶数であるとはいえないことを考えさせる。</li> <li>・ ある命題を証明しようとする際や、ある理論を体系的・演繹的に展開しようとする際には、あらかじめ証明することなしに認める命題を設定しておかなければならない。このような命題を公理ということ教師はとらえておく必要がある。</li> </ul>	<p>説明が理解できたか。</p> <p>知・理（挙手）</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 生徒各自、理解の仕方が異なっており、互いに理解が十分でない子ども同士には「ずれ」が生じる。それをコミュニケーションにより修正していく中で理解が深めさせる。</li> </ul>
1 + 3 = 4	偶数												
3 + 7 = 10	偶数												
9 + 5 = 14	偶数												
19 + 21 = 40	偶数												
...													
<p>まとめ</p> <p>T 話を戻します。「2つの奇数の和は偶数である」この文は正しそうですね。</p> <p>3 + 5 = 8である。だから2つの奇数の和は偶数である。と解答した人がいます。この人の間違いは</p> <p>「男性は女性より背が高い」の説明をAくんとBさんで説明 .....</p> <p>「奇数 + 奇数 = 偶数」の説明を3 + 5 = 8で説明 .....</p> <p>の説明の間違いの共通点は具体的な事象から、全体を推し量ろうとしている点である。しかし、男性と女性の人数は有限であるが、数は無限にある。全ての数を網羅することはできないので仮定が必要である。一般的に自然数全体を n と仮定し証明を進める。</p> <p>S 「2つの奇数の和は偶数である」というのは、どんな2つの奇数を考えても、いつでもその和が偶数になるという意味であることを理解する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 自分が知らなかったこと、あるいは自分が知っていることを知る機会は少ない。人と、比較することにより、違いがわかり、分類でき、関連付けがなされ学習のベースになっていることを知らせる。</li> </ul>	<p>まとめの意味を理解できたか。</p> <p>知・理（挙手）</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ある事柄が成り立つことを説明するにはどんな場合でもそれが成り立たないとならないことに気付かせる。</li> </ul>										

以上が2時間扱いの1時間目。以下からが2時間目となる。

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて																																	
<p>2 偶数や奇数等の数を文字を使って表す。  T nを自然数とする。つまり「1、2、3、4、5、... n ...」とすることを確認する</p> <p>(1)偶数をnを使って表す。  T 「2、4、6、8、10、...」を「n」を使って表しなさい。</p> <table border="1" data-bbox="205 433 997 507"> <tr> <td>自然数</td> <td>1、2、3、4、5、6...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>偶数</td> <td>2、4、6、8、10、...</td> <td></td> </tr> </table> <p>T 自然数が6のとき、下の段の偶数はいくつになりますか。  S 多くの生徒が「12」と考える。  T 上の段の数と下の段の数にはどんな関係がありますか。  S 上の段の数を全て2倍した数が下の段の数の数になっている。  T 自然数nの場合の偶数はどうなりますか。  S <math>2 \times n = 2n</math>と考える。  T まとめます。自然数「n」を使って偶数を表すと「<math>2n</math>」である。  S 偶数12とは自然数が6のときの偶数である。つまり「<math>2n</math>」に<math>n = 6</math>を代入したものである</p> <p>(2)奇数をnを使って表す。  T 「1、3、5、7、9、...」を「n」を使って表しなさい。  S 下の表を見ながら考える。</p> <table border="1" data-bbox="205 946 997 1059"> <tr> <td>自然数</td> <td>1、2、3、4、5、6、...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>偶数</td> <td>2、4、6、8、10、12、...</td> <td><math>2n</math></td> </tr> <tr> <td>奇数</td> <td>1、3、5、7、9、...</td> <td></td> </tr> </table> <p>T 自然数が6のとき、下の段の奇数はいくつになりますか。  S 多くの生徒が「11」と考える。  T 偶数の段と奇数の段の数にはどんな関係がありますか。  S 上の段の全ての偶数から1ずつ引けば下の段の奇数になっている。  T 自然数nの場合の奇数はどうなりますか。  S 「<math>2n - 1</math>」と考える。  T まとめます。自然数「n」を使って奇数を表すと「<math>2n - 1</math>」である。  S 偶数11とは自然数が6のときの偶数である。つまり「<math>2n - 1</math>」に<math>n = 6</math>を代入したものである。</p> <p>(3)3の倍数をnを使って表す。  T 「3、6、9、12、15、...」を「n」を使って表しなさい。  S 下の表を見ながら考える。</p> <table border="1" data-bbox="205 1498 997 1573"> <tr> <td>自然数</td> <td>1、2、3、4、5、6...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>3、6、9、12、15、...</td> <td>B</td> </tr> </table> <p>T 自然数がnのとき、下の段の「A」、「B」の欄を埋めてください。  S 「B」は上の段を全て3倍しているので「<math>3n</math>」となります。  S 「A」は「偶数」、「奇数」と特別な呼び方はなく「3の倍数」となります。  T 「<math>3n</math>」を奇数と勘違いする生徒がいることを知らせる。</p> <p>(4)9の倍数をnを使って表す。  T 「9、18、27、36、45、...」を「n」を使って表しなさい。  S 下の表を見ながら考える。</p> <table border="1" data-bbox="205 1863 997 1938"> <tr> <td>自然数</td> <td>1、2、3、4、5、6...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>9、18、27、36、45、...</td> <td>B</td> </tr> </table> <p>T 自然数がnのとき、下の段の「A」、「B」の欄を埋めてください。  S 「B」は上の段を全て9倍しているので「<math>9n</math>」となります。  S 「A」は「3の倍数」同様の呼び方になり、「9の倍数」となります。</p> <p>(5)平方数をnを使って表す。 《発展的な問題》  T 「1、4、9、16、25、...」を「n」を使って表しなさい。  S 下の表を見ながら考える。</p> <table border="1" data-bbox="205 2199 997 2273"> <tr> <td>自然数</td> <td>1、2、3、4、5、6...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>1、4、9、16、25、...</td> <td>B</td> </tr> </table> <p>T 1 4 9 16 25 ...  </p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;"> <math>1 = 1</math>  <math>1 + 3 = 4</math>  <math>1 + 3 + 5 = 9</math>  <math>1 + 3 + 5 + 7 = 16</math>  <math>1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25</math>  このようにきれいな形にもなりますね。 </p> </div>	自然数	1、2、3、4、5、6...	n	偶数	2、4、6、8、10、...		自然数	1、2、3、4、5、6、...	n	偶数	2、4、6、8、10、12、...	$2n$	奇数	1、3、5、7、9、...		自然数	1、2、3、4、5、6...	n	A	3、6、9、12、15、...	B	自然数	1、2、3、4、5、6...	n	A	9、18、27、36、45、...	B	自然数	1、2、3、4、5、6...	n	A	1、4、9、16、25、...	B		<p>文字を用いて式に表現したり、その意味を読み取ったりして命題の成り立つことを説明することができるか。  見・考 (観察)</p> <p>文字を用いた式の意味を読み取ることができるか。  技能 (観察)</p>	<p>・文字を用いた式に表すために大切なのは、天下り式に偶数は <math>2m</math>、奇数は <math>2m - 1</math> であると教え込まないことである。小学校で学んだことを手がかりにすることである。</p> <p>・何を文字に表したか確認させる。</p>
自然数	1、2、3、4、5、6...	n																																		
偶数	2、4、6、8、10、...																																			
自然数	1、2、3、4、5、6、...	n																																		
偶数	2、4、6、8、10、12、...	$2n$																																		
奇数	1、3、5、7、9、...																																			
自然数	1、2、3、4、5、6...	n																																		
A	3、6、9、12、15、...	B																																		
自然数	1、2、3、4、5、6...	n																																		
A	9、18、27、36、45、...	B																																		
自然数	1、2、3、4、5、6...	n																																		
A	1、4、9、16、25、...	B																																		

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて
<p>3 奇数の和が偶数であることの証明</p> <p>T 「奇数と奇数の和が偶数である」理由を文字を使って、5人の人が説明をしました。正しい説明になっているか考えてください。</p> <p>S1 『奇数を文字 <math>m</math>、<math>n</math> と表し、<math>m + n</math> は偶数になります。』</p> <p>S2 『偶数を <math>n</math> とすると、奇数は <math>n + 1</math> と表せる。  <math>(n + 1) + (n + 1) = n + 2</math>  偶数 <math>n</math> に 2 をたせば偶数である。』</p> <p>S3 『2つの偶数を <math>m</math>、<math>n</math> とすると、2つの奇数は <math>m + 1</math>、<math>n + 1</math> となる。  <math>(m + 1) + (n + 1) = m + n + 2</math>  <math>m + n</math> は偶数だから、<math>m + n + 2</math> も偶数である。』</p> <p>S4 『整数を <math>n</math> とすると、奇数は <math>2n + 1</math> と表せる。だから、  <math>(2n + 1) + (2n + 1) = 2(2n + 1)</math>  である。』</p> <p>S5 『整数を <math>n</math> とすると、奇数は <math>2n + 1</math>、<math>2n + 3</math> と表せる。だから、  <math>(2n + 1) + (2n + 3) = 2(2n + 2)</math>  である。』</p> <p>T S1の説明についてどう思いますか。  S 奇数を <math>m</math>、<math>n</math> としたことはおかしいと思います。  T S2をどう思いますか。  S S1と同じで偶数を <math>n</math> としているところです。そして、<math>(n + 1) + (n + 1)</math> ということは同じ数同士の和しか表せないと思います。  T S3をどう思いますか。  S S1、S2と同じ間違いをしています。違う数の奇数をたすということは、分かっていると思います。  T S4をどう思いますか。  S 奇数を文字 <math>n</math> をきちんと表していますが、S2と同じで、同じ奇数の和しか表せません。  T S5をどう思いますか。  S 例えば <math>3 \times 5</math>、<math>11 \times 13</math> のように隣の奇数しか表していないと思います。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>奇数を1つの文字 <math>m</math>、<math>n</math> で表すことがなぜいけないのかという疑問に陥ってしまう生徒には、なかなか別の表し方のよさの説明が伝わらない。あらためて偶数や奇数がどんな数か、自然数を整数を <math>m</math>、<math>n</math> とおき奇数の表し方を考させる。</li> <li>計算式の右辺を「<math>2n + 2</math>」としなければならないところを、単純に計算ミスをしただけかもしれない。しかし、次のように考えた子どもも少なくないであろう。それは  <math>(n + 1) + (n + 1) = n + n + 2</math>  までは計算したが、「<math>n + n</math>」の部分については、<math>n</math> を偶数に置き換えて、「偶数 + 偶数 = 偶数」だから、「<math>n + n = n</math>」と判断し  <math>(n + 1) + (n + 1)</math>  <math>= n + n + 2</math>  <math>= n + 2</math> と考えたのかもしれない。式の計算法則が適用されることを知らせる。</li> <li>「偶数 + 偶数の和は偶数である」ことを前提にすると、正しい説明である。しかし、前提とすることがらを、どのような場面で用いてよいかについて、必ずしも理解していないかもしれないので確認する。</li> <li>これは同数の和 (<math>1 + 1</math>、<math>5 + 5</math>) の誤りとも考えられるが、前後半の <math>n</math> に違う数を代入し別々の奇数を表しているとも考えられる。この場合は、同じ式の中の文字は同じ数を表すことを理解していないことの誤りであるので注意する。</li> <li>S4のように同じ「<math>2n + 1</math>」を使っただけでいけないと考え、一方を「<math>2n + 3</math>」としたのであろう。または、連続する2つの奇数の和と解釈したのかもしれないので確認する。</li> <li>数学の授業におけるコミュニケーションは、生徒たちの豊かな思考世界を可視化することになる。</li> <li>数学的な表現というのは、多くの情報が凝縮している表現である。それを伝えるだけではなく、いろいろな情報を伝える、それが「数学的な構造の伝達」ということであり、構造を見とれば、メッセージの意味が取れるということを知徹底する。</li> </ul>	<p>文字の使用の間違っている点が指摘できるか。  (S1 ~ S5)  見・考 (挙手)</p> <p>式の意味を理解し、表現しようとしているか。  関・意・態 (観察)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>文字の具体的な数をあてはめたりしておかしな点がないか考えさせる。</li> <li>式の意味を読み取り、式に表すことによさに気付かせる。</li> </ul>

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて
<p>T それでは、誰もが納得する説明を一緒に書きましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>2つの奇数は、<math>m</math>、<math>n</math>を自然数とすると、<math>2m - 1</math>、<math>2n - 1</math>と表されます。  2つの奇数の和は  <math>(2m - 1) + (2n - 1)</math>  <math>= 2m + 2n - 2</math>  <math>= 2(m + n - 1)</math>  ここで <math>m + n - 1</math> は整数だから、<math>2(m + n - 1)</math> は偶数です。  したがって、2つの奇数の和は偶数になることが説明できました。</p> </div> <p>T それでは今日の授業の確認をしましょう。  S プリントに取り組みます。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>m</math>、<math>n</math>を自然数とする理由は、独立した2数の奇数の和であることを理解しているか確認する。</li> <li>・ <math>2m + 2n - 2 = 2(m + n - 1)</math> という計算は共通因数2で括るといふ考えは3年生の因数分解で学ぶので、分配法則を思い出させ、その逆の作業をすることを伝える。</li> <li>・ <math>m + n - 1</math> が整数であることの指摘ができない生徒には、「自然数と自然数の和や差が自然数になること」を確認し、根拠とすることを知らせる。</li> <li>・ <math>m + n - 1</math> を自然数と認めたならば、<math>2(m + n - 1)</math> は偶数であることを確認する。</li> <li>・ 先に行った具体的な数値での計算は、説明で <math>m</math>、<math>n</math> がいくつの場合であるか確認する。<math>3 + 5 = (2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1)</math> だから <math>m = 1</math>、<math>n = 2</math> の場合である。</li> <li>・ 帰納や類推に基づいて見出した数の性質などを演繹的に説明するという数学のパワーが表舞台に姿を出す場面であることを強調する。</li> </ul>	<p>文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性和意味を理解しているか。知・理（観察）</p>	<p>・ 文字を用いることのよさは数量の関係や法則などを簡潔、明瞭にしかも一般的に表現するために必要である。</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>たけし君、しょう子さん、のぼる君は授業で「式の計算」の学習を終えたばかりです。次の3人の会話を読んで、(1)～(3)の各問いに答えなさい。</p> <p>たけし：文字の式って、計算するばかりじゃなくて、数や図形の性質を考えるとにも使うことができるんだね。</p> <p>しょう子：そうそう、きのう教科書を見たら、「2つの奇数の和は偶数になる」ことが、文字の式で説明できるって書いてあったわ。</p> <p>のぼる：<u>えっ、そんなの簡単だよ。だって、<math>1 + 3 = 4</math>、<math>9 + 5 = 14</math>、<math>17 + 31 = 48</math> というように、2つの奇数の和を求めてみると、みんな偶数になるよ。文字の式なんか使わなくて、説明できることじゃない？</u></p> <p>しょう子：私は、文字の式を使って次のように説明したの。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>整数を表す文字を <math>n</math> とすると奇数は <math>2n + 1</math> と表すことができる。  2つの奇数の和は  <math>(2n + 1) + (2n + 1)</math>  <math>= 2n + 2n + 1 + 1</math>  <math>= 4n + 2</math>  となるから、2つの奇数の和は偶数になる。</p> </div> <p>(1) のぼる君の考え（下線部_____）に対するあなたの考えを書きなさい。</p> <p>(2) <span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 50px; height: 15px; vertical-align: middle;"></span> 中の説明を読んで、しょう子さんへのアドバイスを書きなさい。</p> <p>(3) 「2つの奇数の和は偶数になる」ことについて、あなたの説明を書きなさい。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 文字式による説明は、特定の場合だけではなくどのような場合でも成り立つものである。すなわち一般性があることを理解しているかどうかについてもまた、生徒の実態を知ることは大切である。</li> <li>・ 「表現」「計算」「読式」のそれぞれの各能力、および、「変数」について理解する。</li> <li>・ 文字式による論証の持つ一般性について理解する。</li> </ul>		

## 5 授業分析

### (1) 生徒の反応

命題は真であるか、偽であるかどちらか一方に定まる平叙文である。課題の文章を分ける際、～、の2グループに分けることに生徒は理解をすぐに示した。しかし、との違いについては、正しい内容の文章(真な命題)、間違っている内容の文章(偽な命題)という観点を示さなければ分類できなかった。また、偽な命題の証明は一例を挙げれば証明となることは容易に理解した。反面、正しいことの証明はあまねく成り立つことを説明する必要がある、その説明方法の術はなく、数学が構成されていくときの見方や考え方を丁寧に教える必要があった。

文字の利用の必然性の理解度が浅いように感じた。中学生以降、命題の証明は演繹的な方法が一般的にとられる。証明する際、あらかじめ証明することなしに認める命題を設定しておかなければならない。このような命題を公理ということを教師はとらえておく必要がある、主体的に取り組む生徒には説明の必要があると思った。

### (2) 授業の分析

文字式は、「同じ文字には同じ数が入る」という約束のもとに行われるが、生徒によっては「同じ文字に違う数を入れてもよい」また、「違う文字には違う数が入る」と理解した。文字式は、「いろいろな値をとる文字」としてとらえる「不特定性」と、文字が一貫して同じ値を保つという「特定性」の2つの側面を、文脈によって使い分けているか、判断できなかった。

## 6 成果と課題

### (1) 成果

「男性は女性より背が高い」の説明をAさんとBさんで説明、「奇数+奇数=偶数」の説明を「 $3+5=8$ 」の説明において、この説明の間違いの共通点は具体的な事象から、全体を推し量ろうとしている点である。しかし、男性と女性の人数は有限であるが、数は無限にある。全ての数を網羅することはできないので仮定が必要である。一般的に自然数全体を $n$ と仮定し証明を進める。このことに関してはほとんどの生徒が理解した。平成17年2月に実施された国立教育政策研究所による特定の課題に関する調査では、奇数を文字で表すことができた生徒は、第2学年で41.0%、第3学年で58.5%であったと報告されている。しかし「命題の定義」「証明の方法」「数を文字を使い表す」ことに関して、国立教育政策研究所の示した値より理解できた生徒は多かった。

### (2) 課題

数学のコミュニケーション活動における、生徒の理解の過程・深まりを各單元ごとに正確にとらえ、その特徴を明らかにすることが、今後の数学のコミュニケーション活動の課題である。

### 【参考・引用文献】

- (1) 文部科学省 『中学校学習指導要領解説 数学編』 平成20年9月
- (2) 永田潤一郎 (2006) 『数学科の授業づくり』 明治図書
- (3) 正田實 (2006) 『中学校若手数学教師の指導テキスト』 明治図書

- (4) 松元新一郎 (2009) 『「数学的な表現」を育成する授業モデル』 明治図書
- (5) 江森英世 (2003) 「数学の授業におけるコミュニケーションの見方」
- (6) 早川英勝 (2007) 「数学のコミュニケーション活動における子どもの理解過程の特徴について」
- (7) 数学教育 2005年 5月 No.570 明治図書
- (8) 数学教育 2009年 12月 No.626 明治図書

## 自らの授業を振り返り授業改善を行い、

## 思考力・表現力を高める授業

### 1 改善の方向

#### 数学的プロセス

##### α 1 日常的な事象を数学化すること

##### α 1 (1) ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること

学習課題（図形）に着目して、既習事項である三角形の内角・外角の性質、三角形の内角と外角の関係、三角形の内角の和について、関係を見いだす能力を養う。

##### α 2 情報を活用すること

##### α 2 (2) 必要な情報を適切に選択し判断すること

学習課題（図形）に着目して課題解決を図るために既習事項の性質や関係について関係の式（文字の式）をつくり、どのような手順や方法で活用していくか判断する能力を養う。

##### β 1 課題解決のための構想を立てること

##### β 1 (3) 方針にもとづいて証明（説明）すること

既習事項の性質や関係をもとに、説明として示された文字の式を友達に分かりやすく伝える表現力を育成し、思考力を養う。また、友達の発表を聞き、同様な考え方であっても表現の方法に違いがあることを理解し、さらに思考力を高める。

#### 生徒に身に付けさせたい「表現する力」

##### (a) 見いだした事柄や事実を説明すること

外角の大きさを測定して三角形の外角の和が $360^\circ$ になる事実を説明するといった、数学的な表現力をみる。

##### (c) 事柄が成り立つ理由を説明すること

三角形の外角の和が $360^\circ$ になることを既習の知識・技能を活用して、説明すべき事柄の根拠を示して理由を説明するといった、論理的な思考力や表現力を高める。

### 2 研究および授業改善の視点

数学を活用するためには、これまで学習した既習事項を基に、場面や状況（図形の形や位置関係）が変化しても利用できるような思考力、表現力を高めることが重要である。しかし、前年度の研究から、自分の考えを発表することを通して、思考力や表現力を高めたり、文字の式化を通して活用する力を高めたりすることができたものの授業における相互交流、コミュニケーション能力を高めていくことが課題としてあげられた。

そこで、本実践は録画した授業のビデオ視聴により自らの授業を振り返り、課題を明らかにして授業改善する、「授業リフレクション」の手法を用いた。また、小学校教師との連携により、生徒の考える説明が小学生にも理解できるような授業づくりに心がけた。

### 3 実践のねらい

中学生が小学生に説明しても理解できることとは、正しい言葉づかいや明確で分かりやすい筋道の立てられた表現をすることである。そこで、小学校教師との連携を通して、基礎的、基本的な知識や技能を活用するための思考力、表現力を高める授業づくりを目指す。

本授業では、三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることを、平行線の性質や三角形の外角と内角の関係、三角形の内角、外角の性質などを根拠として使いながら説明して、論理的な思考力を育成する。そこで、これまでに学んできた既習事項の学び直しを行い、それを活用したり、文字の式や補助線を利用したりして課題解決を図る。複数の解決方法を見いだすため、色分けしたプリントを準備し、生徒が1つの説明に終わらず、複数の説明の仕方にチャレンジしているかが分かるようにした。自分の考えを説明することにより、自分のよい点や改善点に気付くことができるようにグループでの相互の説明を取り入れた。このような活動を通して、小学生に説明しても理解できるように自らの考えを友達に分かりやすく説明したり、友達の発表に耳を傾けたり、疑問に感じた点を質問するなどして、自分とは異なる表現方法のあることを知ることで、思考力、表現力を高めさせる。

### 4 実践概要

(1) 題材名 第2学年「図形の調べ方」

(2) 題材について

小学校低学年では観察や操作などを通して、直線や角、三角形や四角形など基本的な図形の内容や、直角三角形、二等辺三角形、正三角形、長方形、正方形をかくことを学習している。高学年では図形の観察や構成などを通して、直線の位置関係、台形、平行四辺形、ひし形などの理解や、図をかいたり、作ったりする活動や、三角形の3つの角の和が、 $180^\circ$  になることを帰納的に考え、説明したりする活動を行っている。また、三角形と四角形の求積、円周率の意味の理解、円の求積なども学習している。

中学校1年生では「平面図形」で線対称、点対称の意味を理解して、それを用いた図形の考察や多角形、正多角形、線分の垂直二等分線、角の二等分線、垂線のかき方など基本的な作図や円とおうぎ形の性質や計量について学習している。

このように、小学校においては、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形についての感覚を豊かにし、基本的な平面図形や立体図形について理解できるようにしている。中学校においては、図形に関する観察、操作や実験などの活動に基づく直観的な取扱いを中心に、平面や空間における図形の基本的な性質や構成について理解を深める。さらに、それらを通して、論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心と意欲を高めるようにする。すなわち、平面図形の基本的な作図や図形の移動、空間図形の展開などの幾何学的な操作を通して、図形の性質の根底にある本質的なものを見抜く直観力を養い、その性質を論理的に考察し表現する能力を培っているのである。

(3) 指導目標

図形の性質を調べる上で、基礎となる見方、考え方や基本的性質を明らかにし、論証の意義と推論の進め方について理解する。

- ・対頂角の性質、平行線と角の関係について調べる。
- ・三角形の内角の和について調べ、それらを基に多角形の角について調べる。
- ・合同な図形の性質、三角形の合同条件などを明らかにする。

- ・「証明」することの意義としくみについて理解する。
- ・平行線と角の関係や三角形の合同条件を根拠にした証明の進め方や図形の性質の調べ方について理解する。

#### (4) 研究とのかかわり

「授業リフレクション」は授業の様子をビデオ録画し、授業者の位置からでは見ることができない生徒の学習時の状況などを授業後に視聴して複数の教師で授業を振り返り授業の課題を明確にして授業改善に役立てるものである。

本授業を実施するにあたり、先行授業で「授業リフレクション」を行い以下の授業改善のポイントを明らかにした。

**改善ポイント1**・・・リフレクションをする前は、本時で必要と考えた既習事項を模造紙にまとめて、黒板に掲示して内容を確認した後は、すぐにはずしてしまった。しかし、リフレクションで「生徒が、課題解決のために、いつでも振り返りながら考えられるようにしたほうがよいではないか」ということから、教室の前面にあるスクリーンに授業が終わるまで掲示した。

**改善ポイント2**・・・まとめの要点部分を画用紙で隠して（マスキング）、生徒を指名しながら確認して、繰り返し指導を行った。

**改善ポイント3**・・・リフレクションをする前の授業では、課題が説明できない生徒にヒントカードを配布するなどの工夫を行ったが、1つの説明が書けたらそれで終わりという生徒が多くいた。そこで、更に、別の説明ができないか生徒の意欲や知的好奇心を引き出すために、学習課題2を色違いの用紙（青、オレンジ、緑）に印刷して用意し、はじめに青の用紙を配布し、説明が書けたら、新たな考えをオレンジの用紙に書くように指導した。用紙の色を確認することにより、生徒の取組状況を容易に確認でき、個別指導がしやすくなった。机間指導で生徒の取組状況を見て、チャレンジ問題を配布し、難易度の高い解き方に挑戦させた。

**改善ポイント4**・・・リフレクションをする前の授業では同じ説明の仕方ばかりが多く、生徒の口調も単調であったが、リフレクションをした後は、違った説明の仕方や同じ説明でも、本人の個性が出る説明が多数出てきたので、多くの生徒を指名して説明を行わせた。

**改善ポイント5**・・・平行線の同位角を、色違いの画用紙を2組用意して角を移動させる前と後で角の移動先が分かるように工夫して説明を行った。

小学校教師がこの題材での小学校での既習事項を示し、小学生でも理解できるような説明の指導を受けて授業改善のポイントに留意しながら改善授業を実施したところ、座席の近くの友達同士の教え合い活動をしながら学習活動に取り組むことができた。

#### (5) 課題の工夫

ア まとめ要点部分を画用紙で隠して（マスキング）、生徒を指名しながら確認して、繰り返し指導を行った。

イ 説明ができた生徒に対して、別の方法で説明ができないか考えさせるために学習課題を色違いの用紙（青、オレンジ、緑）にして用意し、生徒がいくつ目の説明を考えているかわかるようにした。また、机間指導して、2つ目の説明が終了している生徒には、難易度の高い解き方である、チャレンジカードに挑戦させた。

ウ 色違いの画用紙を2組用意して角を移動させる前と後で角の移動先が分かるように工夫して平行線の同位角の説明を行った。

(6) 指導計画

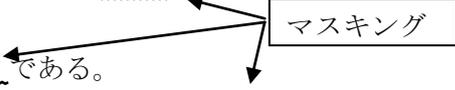
次	項	主 な 内 容	時間数	
1	角と平行線	○対角線の性質、平行線と同位角の関係、平行線と錯角の関係	3	16 時 間 扱 い
2	多角形の角	○三角形の内角の和、三角形の内角と外角の関係、角の分類と三角形の角による分類、多角形の内角の和・外角の和	5 本時 5 / 5	
3	三角形の合同	○2つの図形が合同であること、合同な図形の性質、三角形の合同条件	3	
4	証明とそのしくみ	○証明の意味と必要性、仮定と結論の意味、証明のしくみ、証明の根拠となることから	2	
5	合同条件と証明の進め方	○合同条件を使って図形の性質を証明すること	1	
6	基本のたしかめ 章末問題		2	

(7) 本時の目標

- ア 三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることについて予想しようとする。 (関心・意欲・態度)
- イ 三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることを既習の知識・技能を活用して、説明すべき事柄の根拠を示して理由を説明することができる。 (数学的な見方や考え方)
- ウ 平行線の性質や三角形の外角と内角の関係、三角形の内角・外角の性質などを利用して三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることの説明を書くことができる。 (数学的な技能)
- エ 三角形の外角の和について理解している。 (知識・理解)

(8) 展開

学習活動	指導上の留意点	観点別学習状況の評価	具体的な手だて
1 三角形をかき、この三角形の外角をつくる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・学習課題1の用紙を配布し、三角形は自由にかかせる。</li> <li>・内角と外角の位置関係を確認する。</li> </ul>		
三角形をかき、この三角形の外角をつくりましょう。 学習課題1 <ul style="list-style-type: none"> <li>・この三角形の外角の和は何度に予想しましょう。</li> <li>・なぜ、そのように予想したか、発表しましょう。</li> </ul>			
2 学習課題1に取り組む。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒を指名して、予想とその理由を述べさせる。</li> </ul>	○予想することができたか。〈関・意・態〉(観察)	<ul style="list-style-type: none"> <li>・分度器で、外角の大きさを測り、予想させる。</li> </ul>

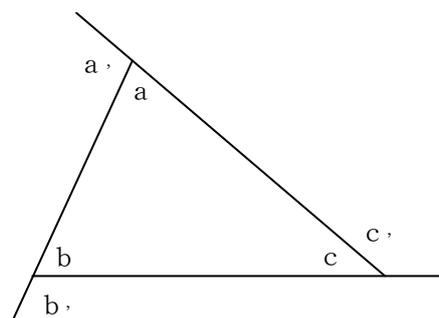
<p>生徒の反応</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 三角形の外角の和は <math>360^\circ</math> になる。</li> <li>・ 三角形の外角の和は <math>360^\circ</math> にならない。</li> </ul>			
<p><b>中学校教師と小学校教師のやりとり (T1: 中学校教師 T2: 小学校教師)</b></p> <p>T1・小学校の算数の授業では、どのようにして外角の和を求めますか。</p> <p>T2・小学校では、分度器で測ります。</p> <p>T1・その方法では、角の大きさを測った三角形については分かりますが、すべての三角形で成り立つとは言えませんね。三角形の内角の和は <math>180^\circ</math> になることを筋道立てて説明しましたね。ここでは、三角形の外角の和が <math>360^\circ</math> になることを筋道立てて分かりやすく説明することを学習しましょう。</p> <p>T2・そのためには、これまで学んできたことを利用して、中学生のみんなが小学生にも分かるような説明ができるといいですね。</p>			
<p>3 これまでに、学んできたことを確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ これまでに、学んできたことが理解されているかを確認する。</li> </ul>		
<p><b>改善のポイント1</b></p> <p>リフレクションをする前は、本時で必要と考えた既習事項を模造紙にまとめて、黒板に掲示して内容を確認した後は、すぐにはずしてしまった。しかし、リフレクションで「生徒が、課題解決のために、いつでも振り返りながら考えられるようにしたほうがよいではないか」ということから、教室の前面にあるスクリーンに授業が終わるまで掲示した。</p> <p><b>改善のポイント2</b></p> <p>まとめの要点部分を画用紙で隠して (マスキング)、生徒を指名しながら確認して、繰り返し指導を行った。</p>			
<p><b>これまでに学んできたこと</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 対頂角の性質 対頂角は等しい。</li> <li>・ 平行線の性質 2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立つ。 <ul style="list-style-type: none"> <li>① 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。</li> <li>② 2つの直線が平行ならば、錯角は等しい。</li> </ul> </li> <li>・ 三角形の内角と外角の関係 内角+外角=<u><math>180^\circ</math></u></li> <li>・ 三角形の内角、外角の性質 <ul style="list-style-type: none"> <li>① 三角形の3つの内角の和は <u><math>180^\circ</math></u> である。</li> <li>② 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの <u>内角の和</u> に等しい。</li> </ul> </li> </ul> 			

4 学習課題 2 に取り 組む。	・学習課題 2 を配布し、 机間指導して生徒の取 組を観察し、一つの方法 で説明ができた生徒に は、色違いの学習課題 2 を配布する。	○既習の知識・技能を活 用して、説明すべき事柄 の根拠を示して理由を 説明することができる か。〈見・考〉(観察)	・どの既習事項が使える か教科書やスクリーン を確認させる。
---------------------	--	---	--------------------------------------

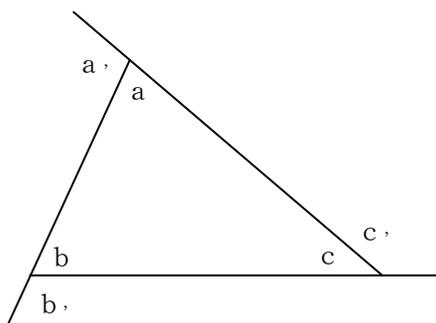
学習課題 2

三角形の外角の和は  $360^\circ$  であることを  
説明しましょう。  $a' + b' + c' = 360^\circ$

説明



説明 1 (生徒の説明の例 1)



三角形の内角・外角の性質より

$$a' = b + c \cdots \textcircled{1} \quad b' = a + c \cdots \textcircled{2}$$

$$c' = a + b \cdots \textcircled{3}$$

三角形の内角の和

$$a + b + c = 180^\circ \cdots \textcircled{4}$$

①+②+③と④より

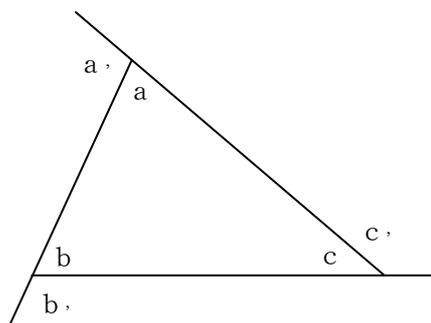
$$a' + b' + c' = (b + c) + (a + c) + (a + b)$$

$$a' + b' + c' = 2 \times (a + b + c)$$

$$a' + b' + c' = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$

三角形の外角の和は  $360^\circ$  である。

説明 2 (生徒の説明の例 2)



三角形の内角と外角の関係より

$$a + a' = 180^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$b + b' = 180^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$c + c' = 180^\circ \cdots \textcircled{3}$$

三角形の内角の和  $a + b + c = 180^\circ \cdots \textcircled{4}$

①+②+③と④より

$$a + a' + b + b' + c + c' = 180^\circ \times 3$$

$$(a + b + c) + (a' + b' + c') = 180^\circ \times 3$$

$$180^\circ + (a' + b' + c') = 180^\circ \times 3$$

$$180^\circ + (a' + b' + c') = 540^\circ$$

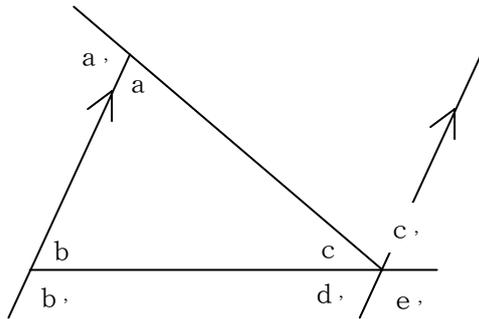
$$a' + b' + c' = 540^\circ - 180^\circ$$

$$a' + b' + c' = 360^\circ$$

三角形の外角の和は  $360^\circ$  である。

チャレンジ問題 **説明3** (生徒の説明の例3)

(平行線の性質を利用して説明しよう！)



**説明**

平行線の同位角は等しいから

$$a' = c + d' \cdots \text{① (同位角)}$$

$$b' = e' \cdots \text{② (同位角)}$$

このことより

$$\begin{aligned} a' + b' + c' \\ &= c + d' + e' + c' \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

三角形の外角の和は  $360^\circ$  である。

・難易度の高い、チャレンジ問題に取り組みさせる。

○平行線の性質や三角形の外角と内角の関係、三角形の内角、外角の性質などを利用して三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることの説明を書くことができたか。  
(技能) (観察)

・机間指導して、用紙の色を確認し、少なくとも1つの方法で三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることの説明を書けるようにさせる。

**改善のポイント3**

リフレクションをする前の授業では、課題が説明できない生徒にヒントカードを配布するなどの工夫を行ったが、1つの説明が書けたらそれで終わりという生徒が多くいた。そこで、更に、別の説明ができないか生徒の意欲や知的好奇心を引き出すために、学習課題2を色違いの用紙(青、オレンジ、緑)に印刷して用意し、はじめに青の用紙を配布し、説明が書けたら、新たな考えをオレンジの用紙に書くように指導した。用紙の色を確認することにより、生徒の取組状況を容易に確認でき、個別指導がしやすくなった。机間指導で生徒の取組状況を見て、チャレンジ問題を配布し、難易度の高い解き方に挑戦させた。

5 本時のまとめ

・生徒の発表をもとに三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることをまとめる。

○三角形の外角の和が  $360^\circ$  になることについて理解できたか。

・本時の授業で理解できたことに下線を引かせる。

まとめ 三角形の外角の和は  $360^\circ$  である。

〈知・理〉(挙手)

**改善のポイント4**

リフレクションをする前の授業では同じ説明の仕方ばかりが多く、生徒の口調も単調であったが、リフレクションをした後は、違った説明の仕方や同じ説明でも、本人の個性が出る説明が多数出てきたので、多くの生徒を指名して説明を行わせた。

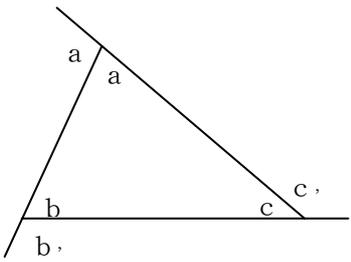
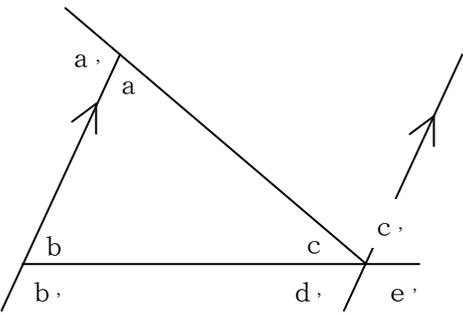
**改善のポイント5**

平行線の同位角を、色違いの画用紙を2組用意して角を移動させる前と後で角の移動先が分かるように工夫して説明を行った。

6 次時の予告		
次時の予告 四角形、五角形、六角形…n角形の外角の和は何度になるでしょうか。		

(9) 資料

ワークシート

<p><u>2年 組 番 氏名</u></p> <p>学習課題 1 三角形をかき、この三角形の外角をつくりましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px; width: fit-content; margin: 20px auto;">       ここに三角形をかく     </div>	<p><u>2年 組 番 氏名</u></p> <p>学習課題 2 三角形の外角の和は <math>360^\circ</math> であることを説明しましょう。</p> <p><math>a + b + c = 360^\circ</math></p>  <p>説明</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-top: 10px;">       学習課題 2 は色違いの用紙（青、オレンジ、緑）に印刷して用意し、はじめに青の用紙を配布し、説明が書けたら、新たな考えをオレンジの用紙に書くように指導する。     </div>
<p>学習課題 1</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;">       外角の和が何度になるか予想させる。     </div>	
<p>学習課題 2 説明 3</p> <p><u>2年 組 番 氏名</u></p> <p>(平行線の性質を利用して説明しよう！)</p> 	<p>説明</p>

## 5 授業分析

(1) 生徒の反応

(T : 教師の発問、指示 S : 生徒の反応)

① 学習課題1について、分度器を使い三角形の外角の和は何度になるか予想する場面

T 1	・ 適当な大きさの三角形をいくつかかき、その三角形の外角の和を分度器で測って三角形の外角の和が何度になるか予想してみよう。
S 1	・ 三角形によって外角の和は $360^\circ$ 近くで微妙に違います。
S 2	・ 三角形によって外角の和が違うのはおかしいと思います。三角形の外角の和はいつでも $360^\circ$ になると思います。
T 1	・ 小学校の算数の授業では、どのようにして外角の和を求めますか。
T 2	・ 小学校では、分度器で測ります。
T 1	・ その方法では、角の大きさを測った三角形については分かりますが、すべての三角形成り立つとは言えませんね。三角形の内角の和は $180^\circ$ になることを筋道立てて説明しましたね。ここでは、三角形の外角の和が $360^\circ$ になることを筋道立てて分かりやすく説明することを学習しましょう。
T 2	・ そのためには、これまで学んできたことを利用して、中学生のみんなが小学生にも分かるような説明ができるといいですね。

[考察]

生徒が分度器で三角形の外角を測ったところ、多少の誤差で、計算上  $360^\circ$  にならないこともあった。しかし、多数の生徒はどのような三角形であってもこれまでに学んできたことより予想して三角形の外角の和は  $360^\circ$  になることが予想できた。

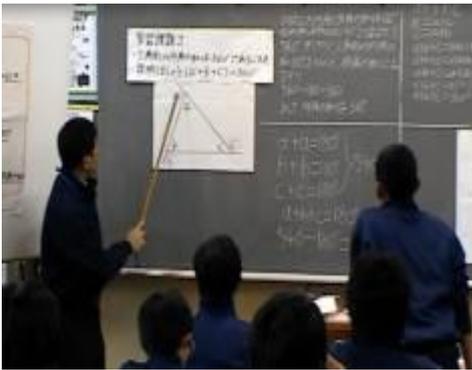


(2) 授業の分析

### 生徒の説明の例1, 2

既習事項である三角形の内角・外角の性質と三角形の内角の和が分かっただけでは単なる知識の習得にすぎないので、既習事項を活用して三角形の和が  $360^\circ$  になることを説明することが本時の目標である。そこで、三角形の内角・外角の性質と三角形の内角の和などの既習事項を活用して、筋道を立てながら説明（表現）していくことにより思考力を高めていく。

また、1年生の式の計算や方程式、2年生の連立方程式で身につけた知識・技能を活用して等式を変形したり、整理したりすることにより三角形の外角は  $360^\circ$  であることが説明できるようになる。このようにして、筋道を立てて自分の言葉で分かりやすく説明を進めていくことで思考力、表現力を豊かにしていく。



### 生徒の説明の例 3

説明の例 3 は、あらかじめ三角形の一辺に平行な補助線がひいてある。この補助線をもとに平行線の性質を用いて三角形の外角を一点に集め、その和は  $360^\circ$  であることを説明する。しかし、既習事項である平行線の性質で 2 つの直線が平行ならば、同位角は等しい、という知識だけでは、 $\angle a$  が  $\angle c$  と  $\angle d$  の和（平行線でこの 2 つが等しくなるのが見えにくくなっている）になっていることの説明は難しい。平行線の性質で『2 つの直線が平行ならば、同位角は等しい。』とは『①角を平行移動することができる。』『②その角を任意の一点に集めることができる。』という 2 つを理解していなければならない。

しかし、生徒はこのような見方や考え方をこれまでの学習であまり経験していない。したがって、このような筋道を立てながら説明（表現）していくことは高い思考力を求められる。

そして、「説明の例 3」による説明ができた生徒は、すでに「説明の例 1、2」の一方か両方ができている生徒なので、1 年生の式の計算や方程式、2 年生の連立方程式での知識や技能を活用して等式を変形したり、整理したりすることを通して、三角形の外角は  $360^\circ$  であることは理解できていると考えられる。



## 生徒の感想

- ・今までに勉強してきたことを使って三角形の外角の和は  $360^\circ$  になることが分かりました。
- ・一つの説明の仕方だけではなく、色の違う紙で色々な説明の仕方が考えられて楽しかった。
- ・友達と自分の説明の式は同じだけれど言い方の違いで分かりやすさが違うのだなあとと思いました。
- ・人の説明を聞くことで、自分で説明したことがより理解できるようになりました。
- ・同位角を使った説明は難しかったです。でも、先生が色画用紙を使いながら移動した説明がよく分かりました。
- ・式を書くことはできても、どのように説明してよいか分かりません。

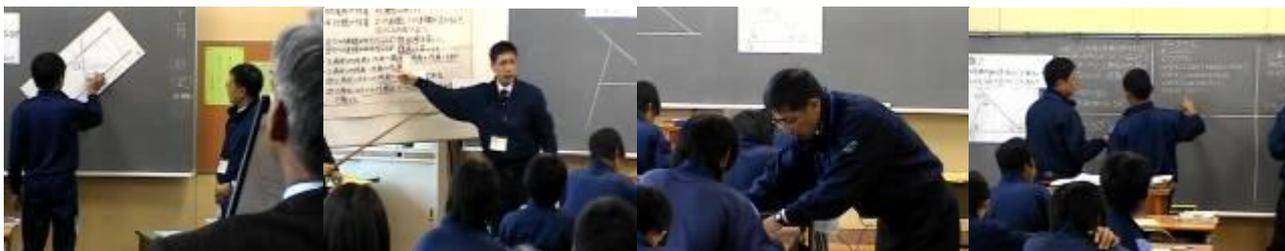
## 6 成果と課題

### (1) 成果

- ① リフレクションをする前は、本時で必要と考えた既習事項を模造紙にまとめて、黒板に掲示して内容を確認した後は、すぐにはずしてしまっただ。しかし、リフレクションで「生徒が、課題解決のために、いつでも振り返りながら考えられるようにしたほうがよいではないか」ということから、教室の前面にあるスクリーンに授業が終わるまで掲示したので、生徒は既習事項を確認しながら学習課題に取り組むことができた。
- ② リフレクションをする前の授業では同じ説明の仕方ばかりが多く、生徒の口調も単調であったが、リフレクションをした後は、違った説明の仕方や同じ説明でも自分の言葉で説明することができた。
- ③ 平行線の同位角を、色違いの画用紙を2組用意して1組の角を移動させる前と後で角の移動先が分かるように工夫して説明を行ったので、視覚的に理解することができた。

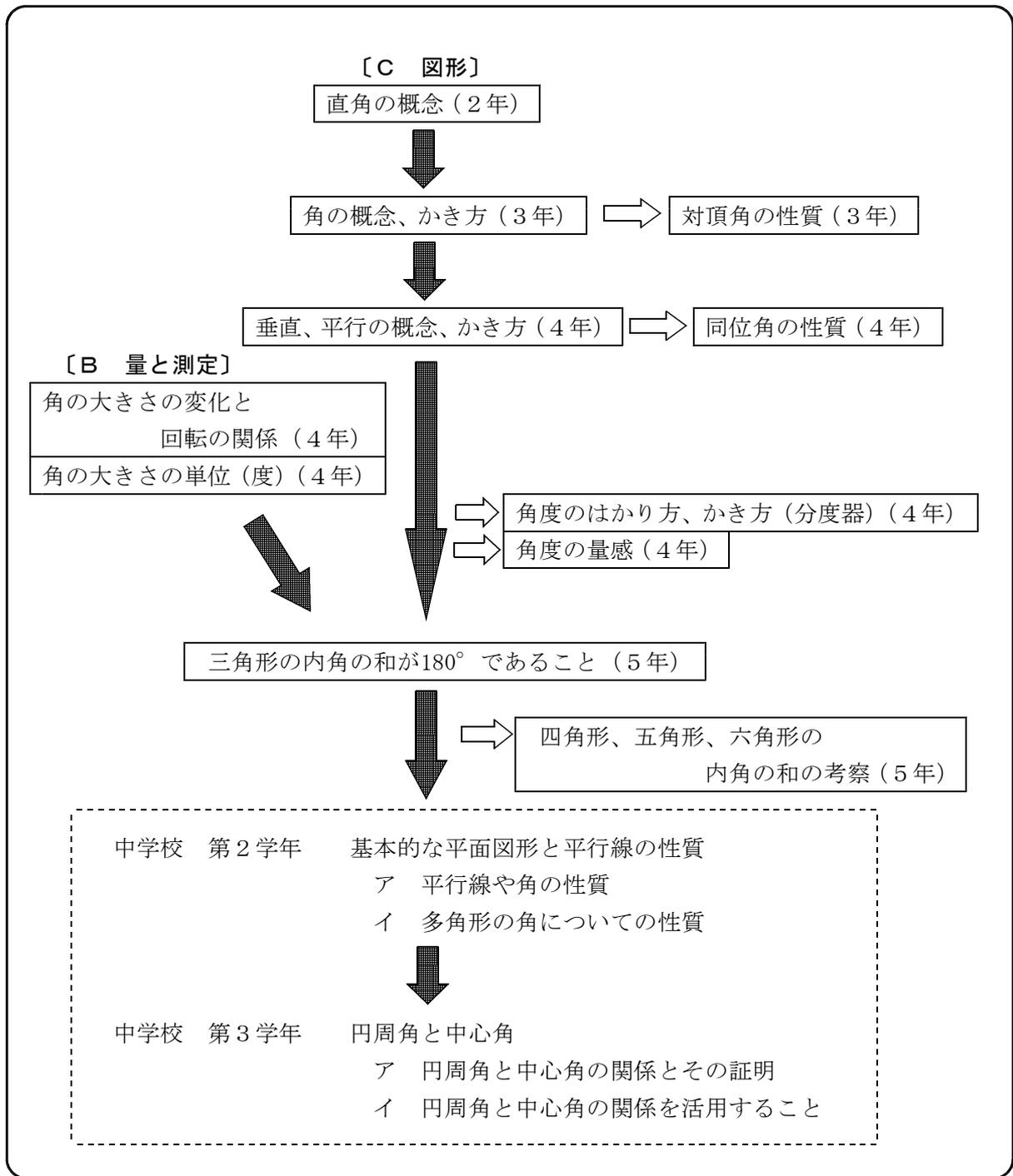
### (2) 課題

- ① 自分の考えを説明する際に『生徒に身に付けさせたい「表現する力」』としての「 $\bigcirc\bigcirc$ は $\triangle\triangle$ である。」の形式や「 $\bigcirc\bigcirc$ であるから、 $\triangle\triangle$ である。」の形式での説明の仕方がうまく使えず、筋道立てて論理的に説明することが充分ではなかった。
- ② 既習事項を1つ1つは理解できても図形の向きが変わると、図形の性質や関係に関連させて考えることが難しく、直感的な理解はできても説明文として筋道立ててかくことができない生徒がいた。
- ③ 思考力、表現力を高める手立てとして、自分の考えをノートに書かせたり、その考えを友達に説明したりするなど、発表の機会を多く与える必要がある。



# 角の指導に係る既習内容の系統性について

## 1 小学校算数科における角の指導の系統性について



角は小学校第2学年の「C図形」領域で平面図形や立体図形を構成する要素として頂点や辺などとともに学習する。また、角の大きさを回転の大きさとして、第4学年の「B量と測定」で角の大きさの単位（度（ $^\circ$ ））と測定を学習する。なお、形としての角については、第3学年の「C図形」領域で学習する。

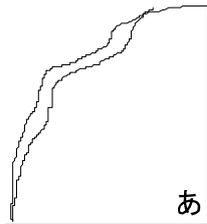
## 2 角の指導の具体例について

### 第2学年 [C 図形]

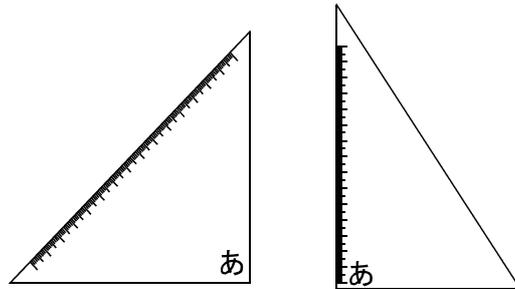
#### 1 学習内容

##### (1) 直角の導入

紙を折ってできるかどの形



三角定規のかどの形



あ のようなかどの形を直角という

#### 2 ねらい

- (1) ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする。

#### 3 つまづきやすい問題

- 「身の回りから、かどが直角になっているものをさがそう」  
→直角の概念がとらえられず、活動が進まない。

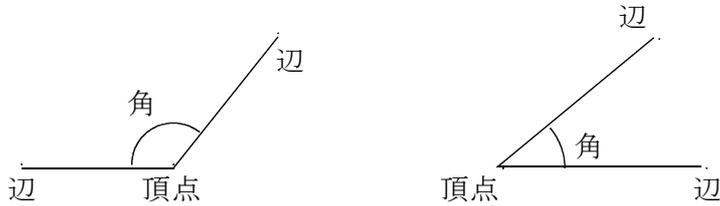
#### 4 指導のポイント

- (1) 紙を折ってできるかどの形や三角定規のかどの形を使い直角探しをすることで、直角の概念を体験を通してとらえることができるようにする。  
(例 黒板、ロッカー、ドア、教科書など)

第3学年 [C 図形]

1 学習内容

(1) 角の導入 (一つの頂点から出る2本の辺がつくる形)

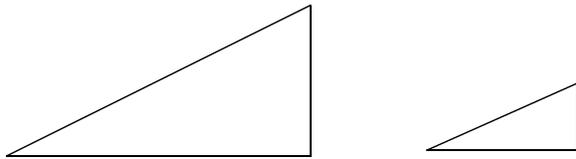


2 ねらい

(1) 図形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする。

3 つまづきやすい問題

「下の二つの三角形の角の大きさを比べましょう。」



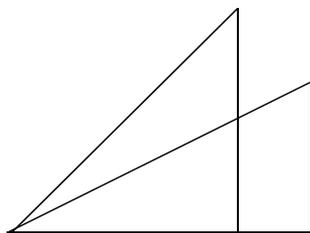
→角の大きさが辺の長さに関係していると考えてしまう。

4 指導のポイント

(1) 実際に角を紙に写し取ったり、重ねたりしながら角の大きさは辺の長さに関係のないことを体験を通してとらえることができるようにする。

角の大きさは辺の  
長さに無関係

二つの角を重ねる



角の大きさを比べる

二等辺三角形や正三角形を折る



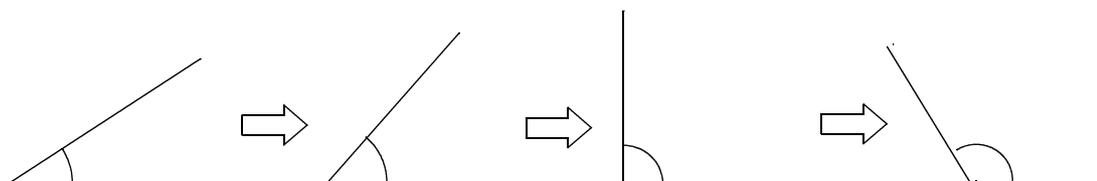
二つの角の大きさが同じ

## 第4学年 [B 量と測定]

### 1 学習内容

- (1) 角の大きさを回転の大きさとしてとらえること
- (2) 角の大きさの単位 (度 (°)) について

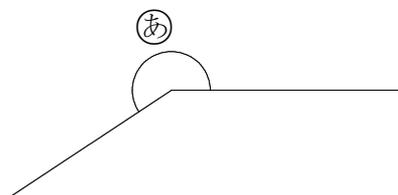
頂点を中心にして1本の辺を回転させたとき、その回転の大きさを、角の大きさという。(角の大きさは、辺の開き具合とみられる。)



### 2 ねらい

- (1) 角の大きさについて単位と測定の意味を理解し、角の大きさが測定できるようにする。

### 3 つまづきやすい問題



「あ」の角度は何度ですか」

→測る場所を間違える

→180° より大きいので測り方が分からない。

### 4 指導のポイント

- (1) 補助線をひいたり、分度器の向きを変えたりしながら角度を測ることができるようにする。
- (2) 直角を基にして、角の大きさが90° より大きいかどうかを判断するなど、角の大きさについての感覚を身に付け、測る前に何度ぐらいか予想させる。

第5学年 [C 図形]

1 学習内容

- (1) 三角形の三つの角の大きさの和
- (2) 四角形の四つの角の大きさの和

2 ねらい

- (1) 図形についての観察や構成などの活動を通して、平面図形についての理解を深める。

3 つまづきやすい問題

「三角形の3つの角の大きさの和は、何度になりますか。」

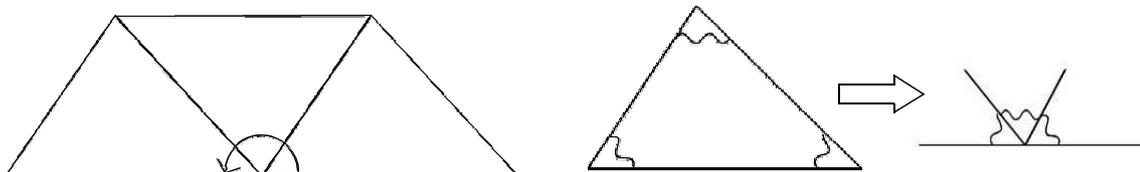
「四角形の4つの角の大きさの和は、何度になりますか。」

→どのように調べたらよいか分からない。

4 指導のポイント

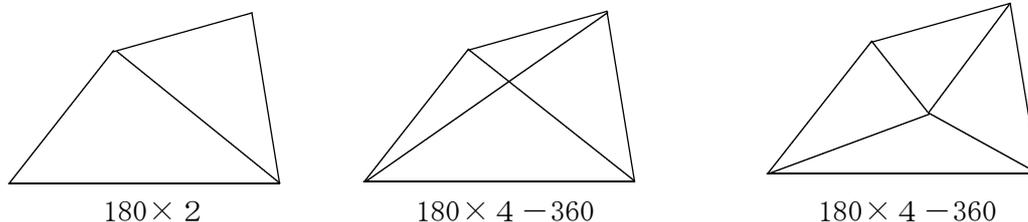
- (1) 三角形の三つの角の大きさの和を帰納的に考え、説明する。

- ① 分度器で測る。
- ② 合同な三角形を敷き詰める。
- ③ 三つの角の部分を寄せ集める。

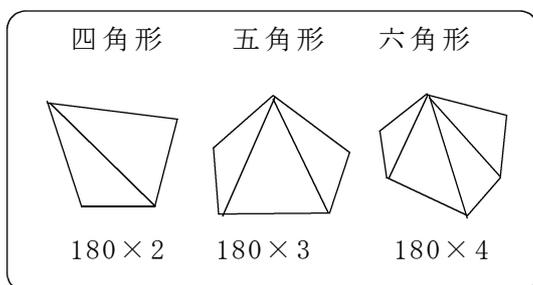


- (2) 四角形の4つの角の大きさの和を演繹的に考え、説明する。

(第5学年 算数科学習指導案参照)



- (3) 五角形、六角形についても三角形の内角の和を基に考えていき、図と表を関連させながら、きまりを見付ける。



形	三角形	四角形	五角形	六角形
角の大きさの和	180	360	540	720
三角形の数	1	2	3	4

- ① 内角の和が180° ずつ増えている。
- ② 角の数が1 増えると、分けられる三角形の数も1 ずつ増える。
- ③ (角の数-2) が分けられる三角形の数になっている。
- ④ 180×三角形の数 で内角の和が求められる。
- ⑤ 適用問題「百角形の角の大きさの和を求めましょう。」に取り組む。  
 $180 \times (100 - 2) = 17640$  答え 17640°

## 第5学年 算数科学習指導案

### 1 題材名 図形の角の大きさ

### 2 題材について

本題材は、三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを知り、それを基にして多角形の内角の和を求める活動を通し、基本的な平面図形についての理解を一層深めることをねらいとしている。

児童はこれまでに、図形を構成する要素に着目して、第3学年では、正方形、長方形、直角三角形を、第4学年では、二等辺三角形、正三角形をかいたり、作ったり、平面上で敷き詰めたりする活動を通して平面図形としての理解を深めてきた。

この題材での算数のよさは、①帰納的に考えることにより三角形の内角の和が $180^\circ$ であることが見いだせること、②三角形の内角の和を基にすることで多角形の内角の和を論理的に考えきまりを見いだせることである。

児童は第1・2時で、三角形の内角の和を考える際に、敷き詰めや三角定規の内角の和を求める活動を通して、「どんな三角形でも内角の和は $180^\circ$ になりそうだ。」という見通しをもつ。その後、いろいろな三角形について3つの角を切り取ったり、分度器で測ったりしながら内角の和を調べ、どの三角形でも内角の和は $180^\circ$ であると確認する。この考えを基にしながら第3時以降では、多角形の内角の和を、既習事項を基に児童が主体的に求めることができるような授業展開をしていきたい。

### 3 目標

#### (1) 算数への関心・意欲・態度

○三角形や四角形の内角の和を求める活動を通して、多角形の内角の和およびその性質を調べようとする。

#### (2) 数学的な考え方

○三角形や四角形の内角和が一定であることを帰納的に考えることができる。

#### (3) 数量や図形についての表現・処理

○三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを、いろいろな三角形をもとに調べることができる。

○三角形の内角の和を基にして、多角形の内角の和を求めることができる。

#### (4) 数量や図形についての知識・理解

○三角形の内角の和が $180^\circ$ であることや、多角形の内角の和は三角形に分割することによって求められることが分かる。

### 4 指導計画

(1) 三角形の内角の和・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

(2) 四角形の内角の和・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間（本時）

(3) 多角形の概念と多角形の内角の和・・・・・・・・・・ 1時間

## 5 算数のよさを感じさせる学習指導のポイント

### (1) いろいろな四角形の内角の和を調べることからきまりを発見していくことのよさ

本時における算数のよさは、いろいろな四角形の内角の和を調べることからどんな四角形でも内角の和は $360^\circ$ になることを見いだすことである。

児童は前時までに帰納的に考えながら三角形の内角の和が $180^\circ$ であるということを導き出した。その考えを基に本時では、四角形の内角の和を調べる活動を行う。

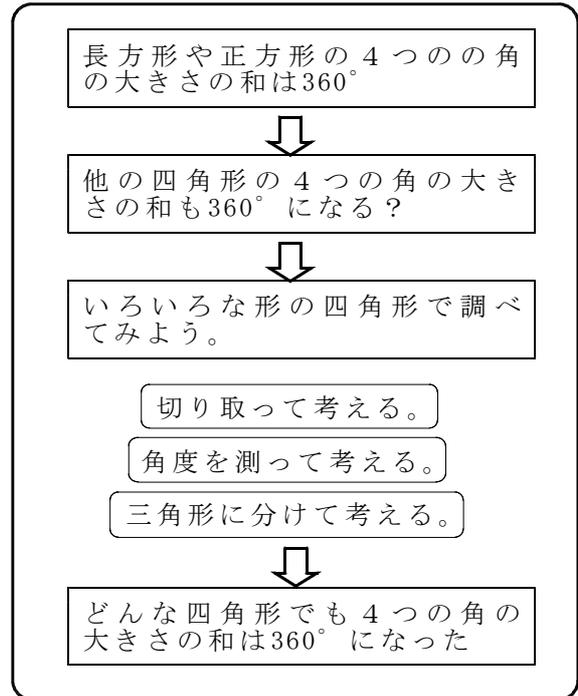
その際、

- ① 四角形の内角の和が $360^\circ$ になりそうだという見通しの基に調べること、
  - ② 既習を生かし多様な方法で調べること、
  - ③ いろいろな四角形について調べることの3点に気を付けて授業を展開していく。
- (2) いろいろな四角形の内角の和を調べる場面を設定する。

本時では、四角形の内角の和が $360^\circ$ に

なりそうだという予想の基に、いろいろな四角形についても実際に調べる場面を設定する。その際、前時で行った角を切り取り、一つの点のまわりに集める方法や、分度器で角の大きさを測ったりする方法だけでなく、既習の三角形の内角の和を利用し、三角形に分けて調べるなど、多様な方法でいろいろな四角形の内角の和を調べることができるようにする。

そのことで、四角形の内角の和がいつでも $360^\circ$ となり、一定であることを見いだすことができるようにする。そこで、本時では、個に応じてきめ細かな指導をするためにTTを効果的に活用し授業を展開する。



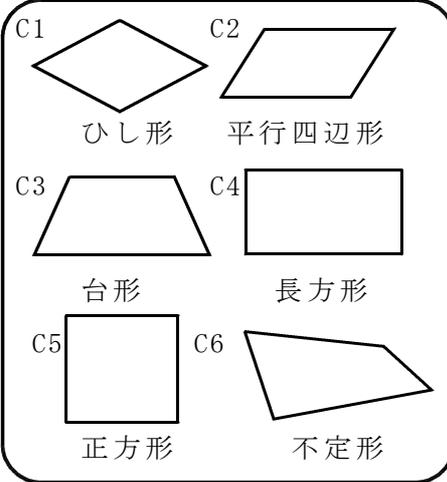
6 指導の実際

(1) 本時の目標

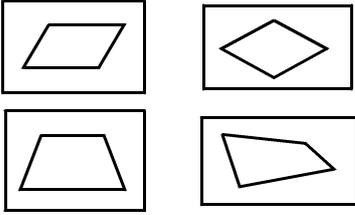
◎いろいろな四角形の内角の和を調べる活動を通して、四角形の内角の和が $360^\circ$ であることを見いだすことができる。

(2) 展開

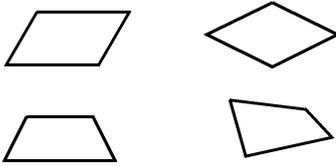
(T 1 が主に授業を進め、T 2 は学習が遅れがちな児童の支援を行う。)

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 学習問題について知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;">                     四角形の4つの角の大きさの和を調べましょう。                 </div> <p>〈予想される児童の反応〉</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;">  <p>C1 ひし形      C2 平行四辺形 C3 台形      C4 長方形 C5 正方形      C6 不定形</p> </div> <p>〈予想される児童の反応〉</p> <p>C1 正方形。 C2 長方形。 C3 どちらも<math>90 \times 4 = 360</math>だから<math>360^\circ</math>になる。</p> <p>2 本時の課題を確認し、自力解決をする。</p>	<p>発問「今までに学習した四角形にはどのようなものがありますか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○四角形にもいろいろな形があることを思い出させるために、今までに学習した四角形について振り返る。</li> <li>○特殊な形でだけでなく、不定形な形も意識できるように、四角形とは4本の直線で囲まれた形であることを確認する。</li> <li>○児童が四角形の名前を言ったら、T 2 は黒板にそれぞれの四角形の特徴を児童と一緒に確認しながら、四角形を提示する。</li> </ul> <p>発問「この四角形の中で、4つの角の大きさの和を切ったり測ったりしなくても求められるのはどれですか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○正方形や長方形は4つの直角があることから、<math>90 \times 4 = 360</math>となりすぐに求められることを確認する。</li> <li>○他の四角形は内角の大きさが分からないので、すぐには内角の和は求められないことに気付かせるようにする。</li> </ul>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;">                     いろいろな四角形について、4つの角の大きさの和を調べましょう。                 </div>	

A 図形を印刷



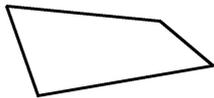
B 図形のみ



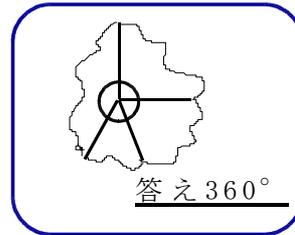
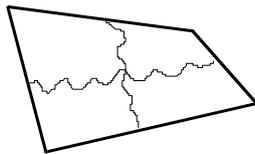
- 左図の2種類のプリントを用意し、児童が選択できるようにする。
- 教師は、配布しながら選択理由と選択した児童を把握する。
- プリントは、1枚ずつ持っていきようにし、図形によってプリントを変えてもよいということにする。
- T1は三角形を基に考えている児童を、T2は切ったり測ったりしている児童の支援を行う。
- ◎いろいろな四角形について、多様な方法で調べることができるようにする。

〈予想される児童の反応〉

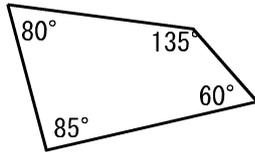
(左の四角形を例に、予想される反応を示す。)



C1 4つの角を切り取って1つの点に集める。



C2 4つの角度を測って和を求める。

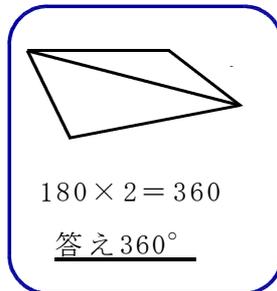


$$85 + 80 + 60 + 135 = 360$$

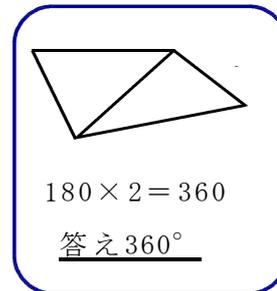
答え 360°

C3 対角線を1本ひき、三角形を基に考える。

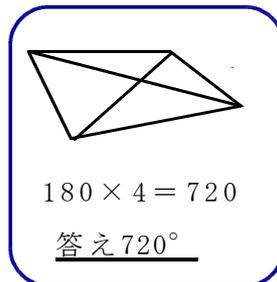
(1)



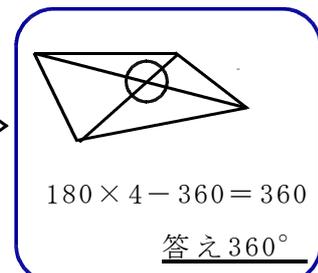
(2)



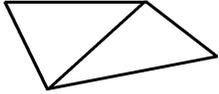
C4 誤答から考え方を修正する。対角線を2本ひいて考える。



考え方の修正



T 1	T 2
<p>○三角形を基に考えている児童に対しては、図と式を関連付けて説明できるようにする。</p> <p>○提示された以外の四角形も三角形に分割できるか考えさせるようにする。</p> <p>○C4の考えの児童は、対角線の交点のまわりの角は和に入れてよいかを考えさせ、交点のまわりの角<math>360^\circ</math>をひくと求められることに気付かせるようにする。</p>	<p>○角を切り取って一点に集めて考えている児童や分度器で角を測っている児童に対しては一応の解決が終わった後、切ったり測ったりしないで内角の和を求めることができないかを考えさせるようにする。</p> <p>○右図のように四角形の中に三角形を見つけることができるように、既習である三角形の内角の和<math>180^\circ</math>が使えないか考えさせるようにする。</p>



**評** いろいろな四角形の内角の和を、既習事項を生かし考えることができる。

3 解決方法を発表し、気付いたことを話し合う。

(1) 解決方法を発表する。

C1 4つの角を切り取って1つの点に集めて考えたら $360^\circ$ になった。

C2 4つの角の大きさを分度器で測ってたしたら、約 $360^\circ$ になった。

C3 対角線を1本ひいて2つの三角形に分けて考えて $360^\circ$ になった。

C4 対角線を2本ひき中心の $360^\circ$ をひいて $360^\circ$ になった。

(2) 三角形の内角の和との関連について話し合う。

〈予想される児童の反応〉

C1 どの四角形でも4つの角の大きさの和が $360^\circ$ になっている

C2 切ったり測ったりして求めても計算で求めても結果は $360^\circ$ になる。

C3 昨日と違い、切ったり測ったりしなくても4つの角の大きさの和が求められた。

C4 四角形の4つの角の大きさの和は、三角形の3つの角の大きさの和の2倍になっている。

○ひし形、平行四辺形、台形、不定形の四角形それぞれについて、C1～C4の考え方を取り上げ、内角の和の求め方を中心に発表させるようにする。

○C1、C2については、切ったり測ったりして内角の和を求めた方法は、前時の方法で解決したことを認める。三角形を基に内角の和を求めた方法は、前時の学習内容を生かしているよさを認める。

○2つの三角形に分けた考え方については、分けた図と内角の和を求める式を対応させながら発表できるようにする。

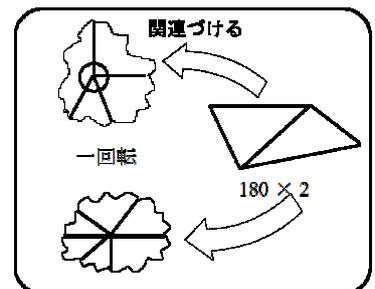
○分度器での測定は誤差がでることを、前時の経験とあわせて引き出すようにする。

指示「三角形の角の大きさの和の勉強と比べて、気付いたことを発表しましょう。」

◎いろいろな四角形を前時の学習を用いて調べた結果、四角形の内角の和はすべて $360^\circ$ になっていることを確認する。

○切って貼り付けると一回転になっていることから $360^\circ$ になっていることを確かめる。

○どの四角形でも対角線を1本ひけば、2つの三角形に分けられ、切ったり測ったりしないで求められることを確認する。



4 本時のまとめをする。

〈予想される児童の反応〉

C1 どの四角形でも角の大きさの和は $360^\circ$ になった。

C2 四角形は三角形2つ分だから $180 \times 2$ で角の大きさの和が求められる。

C3 角の数がもっと増えると角の大きさの和はどうなるの？

○三角形の内角の和( $180^\circ$ )と四角形の内角の和( $360^\circ$ )の関係を図と式から考え、四角形はいつも三角形に分割できることよさを明らかにする。

○どの四角形でも $180 \times 2$ で内角の和が求められることに気付かせようにする。

○児童に提示している以外の四角形もつくらせ1本の対角線で2つの三角形に分けられることを確認する。

評 様々な四角形の内角の和を調べる活動を通して四角形の内角の和が $360^\circ$ であることが分かる。

指示「まとめをノートに書きましょう。」

○まとめでは、次の3点をおさえる。

①いろいろな四角形を多様な方法で調べた。

②どの四角形でも内角の和は $360^\circ$ になる。

③四角形を三角形2つに分けて $180 \times 2$ で四角形の内角の和が求められる。

○多様な方法で調べたが、多角形については、切ったり測ったりせずに求められそうだという見通しをもたせる。

# 数量関係に係る既習内容の系統性について

## － 比例と反比例、一次関数に関する小学校の指導－

### 1 数量関係における小学校の指導

中学校「C 関数」の指導を進めるにあたっては、小学校の「D 数量関係」の学習内容が基本になっており、第 1 学年から 6 年間を通じて学習している。

「D 数量関係」の領域は「関数の考え」、「式の表現と読み」及び「資料の整理と読み」が主な内容である。中学校で学習する比例と反比例、一次関数と特に関係する内容は「関数の考え」である。

小学校学習指導要領解説算数編（平成 20 年 8 月）には、「関数の考えとは、数量や図形の変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えである。」と示されており、そのねらいとして次の 2 点をあげている。

- ① 数量や図形についての内容や方法をよりよく理解したり、それらを活用したりできるようにすること
- ② 伴って変わる二つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすること

そして、関数の考えを生かしていくために配慮することとして次の 3 点をあげている。

- ① ある場面での数量や図形についての事柄が、ほかのどんな事柄と関係するかに着目すること
- ② 二つの事柄の変化や対応の特徴を調べていくこと
- ③ 見いだした変化や対応の規則性を、様々な問題の解決に活用し、その思考過程や結果を表現したり、説明したりすること

小学校では、児童の経験を基に、第 4 学年から伴って変わる二つの数量の関係について学習している。比例については、第 5 学年と第 6 学年でスパイラルな教育課程に基づく学習が行われている。反比例については、第 6 学年で学習する。

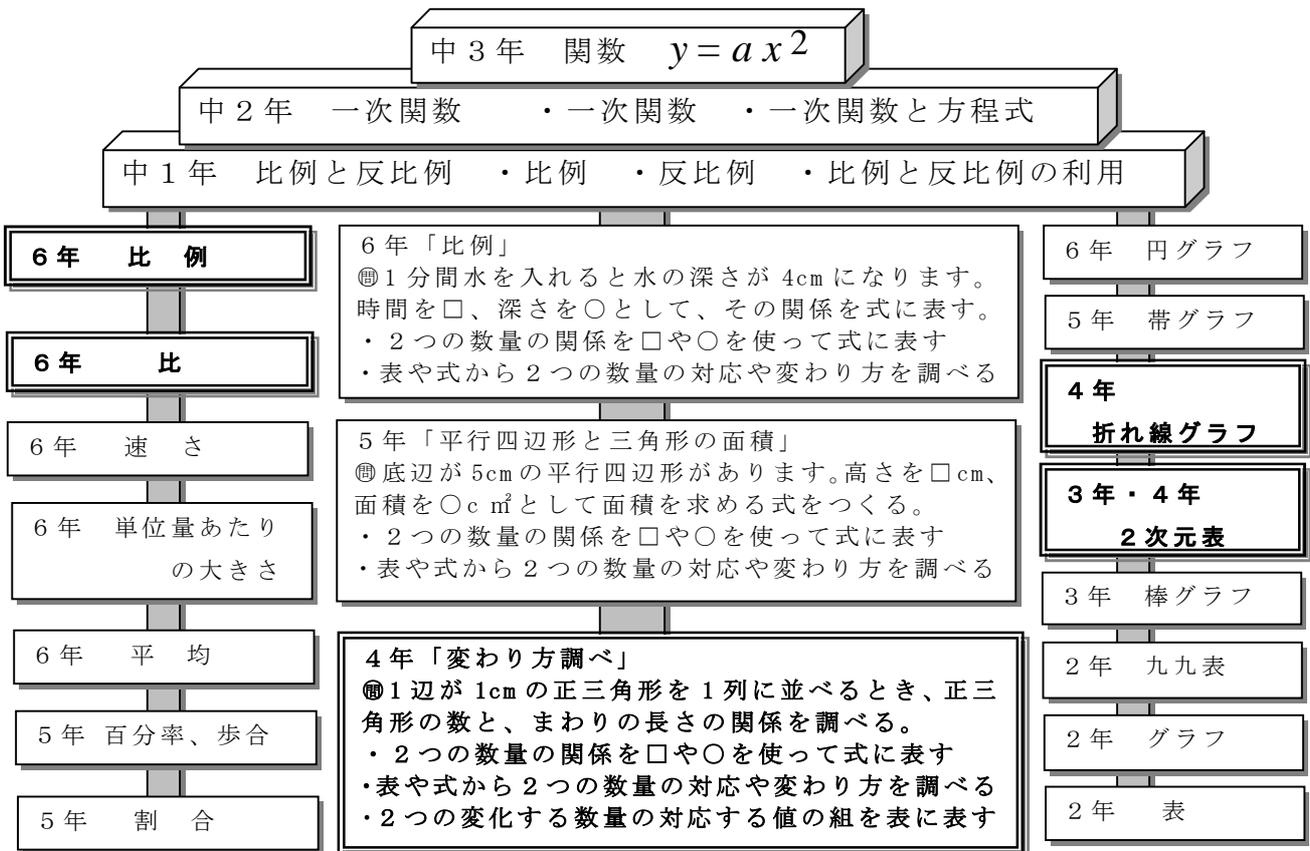
数量関係における「伴って変わる二つの数量の関係を見いだす力」「数量の関係を表や折れ線グラフを用いて表したり、読み取ったりする力」は、小学校でしっかりと保証すべき関数に係る重要な学力である。小学校 2 年生のかけ算の九九表の学習以降、数量を並べ規則性や変わり方をとらえる表、グラフ、図、式の学習は、どの学年でも指導が行われ、問題解法の手段として様々な場面で活用できるように小学校の学習を通じて指導している。

### 2 中学校第 1 学年の指導

小学校の学習の上に立って、関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の様子に着目し、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係の意味を理解できるようにする。

数の拡張や関数の概念を基にして、小学校算数科で学習した比例、反比例を関数としてとらえ直す。

### 3 数量関係の小中指導内容系統表



※関数の素地は4年生の学習にある。  
 つまづいたら4年生の学習に戻る必要がある。

#### 4 小学校における指導の実際

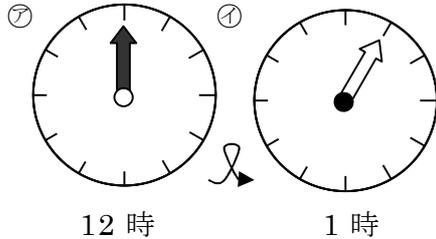
##### (1) 第4学年〔D 数量関係〕

東京書籍4下「どのように変わるかな」

<単元のねらい>

伴って変わる2つの数量について、それらの関係を表や式に表して、2つの数量の関係を調べたり明らかにしたりする能力を高める。

例題文



㊷の時計ばんをひっくり返すと㊹の時計ばんになります。㊷と㊹の両面にかかっているはりがさす時こくには、どんな関係があるか調べましょう。

(条件：12時→1時)

[問題1] 実際の時計ばんを使って下の時の時こくを調べましょう。

2時→□    3時→□    1時→□    5時→□

**支援**▶ 具体物を使った算数的活動により体感的理解を図る。  
教科書付録の実際の時計盤を使って調べる。

[問題2] ㊷と㊹の時計ばんの時こくを、表にまとめましょう。

**習得**▶ 2つの変化する数量の対応する値の組を表に表すこと

㊷の時計盤の時刻(時)	1	2	2	3	1	5
㊹の時計盤の時刻(時)	1					

[問題3] アの時こくとイの時こくの間には、どんな関係がありますか。

気づいたことを話し合ひましょう。

**解答傾向**▶ 横の数値の増減に注目する児童が多い。

**支援**▶ 表の縦の数の関係に着目させる。

「いつも変わらない数値は何だろう？」

[問題4] アの時計ばんの時こくの数と、イの時計ばんの時こくの数をたしてみましよう。

解答：たすと全部一緒に13になる。

(支援：規則の発見を強調)

[問題5] アの時計ばんの時こくを□時、イの時計ばんの時こくを○時として、□と○の関係を式に表しましよう。

**習得**▶ 2つの数量の関係を□、○を使って式に表すこと

解答：□+○=13

(記号が2つあることに違和感を覚える児童は多い。)

**支援**▶ 関係式から㊷の時刻がわかれば、㊹の時刻がわかることを確認し、数理的処理のよさを感じさせる。

スモールステップで段階的に指導していく。

[問題 6] アの時計ばんの時こくの数 $\text{\textcircled{7}}$ が1ずつふえていくと、イの時計ばんの時こくはどのように変わるか調べましょう。

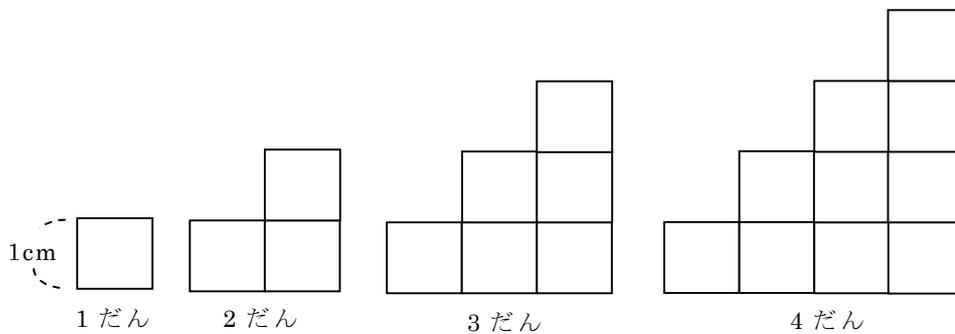
$\text{\textcircled{7}}$ の時計盤の時刻 (時)	1	2	3	4	5	6	7	8
$\text{\textcircled{4}}$ の時計盤の時刻 (時)								

**習得** 表や式から2つの数量の対応や変わり方を調べること  
 「 $\text{\textcircled{7}}$ が1増えたら、 $\text{\textcircled{4}}$ は1減る」

上記の解法を習得したのち、次の問題に取り組む。

<小学校頻出問題>

1辺が1 cmの正方形の厚紙を、下の図のように、1だん、2だん、……とならべて、階だんの形を作ります。  
 20だんのときの、まわりの長さを求めましょう。



だんの数 (だん)	1	2	3	4	5	6	7	
まわりの長さ (cm)								

習得したことを使って、表にまとめる。

だんの数を□だん、まわりの長さを○cmとして式を作り考える。

(2) 第6学年〔D 数量関係〕

東京書籍6下「割合の表し方を考えよう(比)」／「変わり方を調べよう(比例)」

<単元のねらい>

比…二つの数量の関係を表すのに、比を用いることを理解するとともに、比の表し方と比の相等などについて理解し、それらを用いる能力を伸ばす。  
 比例…二つの伴って変わる数量の関係を表やグラフに表し、変化の特徴を調べることを通して、比例の関係を理解する。

習得

2と3の割合を「:」の記号を使って、 $2:3$ と表すことがあります。 $2:3$ は、「二:三」と読みます。

$\square:\circ$ の、 $\square$ と $\circ$ に同じ数をかけたり、また、同じ数でわったりしてできる比を「等しい比」といい、次のように符号で表します。  $2:3=10:15$

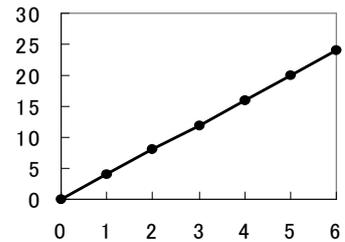
一方の量( $\square$ )の値が2倍、3倍、…になると、それに伴ってもう一方の量( $\circ$ )の値も2倍、3倍、…になるとき、「 $\circ$ は $\square$ に比例する」といいます。

$\circ$ が $\square$ に比例するとき、 $\square$ の値でそれに対応する $\circ$ の値をわった商は、いつも決まった数になります。  
 「 $\circ \div \square = \text{一定}$ 」

比例する2つの量の関係を表すグラフは、直線になり、0の点を通ります。

右辺と左辺の数量関係をとらえ、等しい比をつくることは、正答率も高く、定着度も高い。

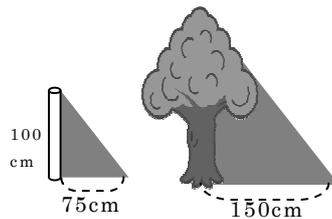
H19「3つの達成目標学力」  
 県達成率 90.8%



活用 「直接はかれないものの高さをはかる。」

【問題】

かげの長さはものの高さに比例します。このことを使って、木の高さの求め方を考えましょう。  
 また、校舎の高さを求めてみましょう。



【授業展開】

校庭での実測による算数的活動を行い、問題解決を図る。

<児童が苦手になっている問題> 「比例の判定」

【問題】

- 2つの量が比例するものに○をつけましょう。
- ア：1枚23円の紙を買うときの、買う枚数と代金
  - イ：誕生日が同じ父の年齢と子の年齢
  - ウ：正三角形の1辺の長さともわりの長さ
  - エ：半径の長さとの面積
  - オ：24枚撮りのフィルムの、とった枚数と残りの枚数

判定の根拠がもてず、自信のない解答が多い。2量の関係を立式できないことも原因と考えられる。機械的な計算でない問題は、全体的に苦手意識がある。

## 5 児童の実態と今後の課題

小学校の数量関係の学習では、計算領域のように機械的な処理では問題解決が図れない場面が多くある。全国学力・学習状況調査でも、数量関係の根拠を記述する問題で、正答率の低さや無解答率の高さが目立っている。(参照【資料】)

「考えて導く」という問題解決能力を身に付けるために、小学校ではスパイラルによる指導の工夫やグループ活動などで、考える習慣と考え方の定着を図ろうとしている。

十分な学力、特に考える力を身に付けるには、小・中学校を通じて指導過程の工夫改善や指導方法及び課題把握について連携を深めていくことが大切であると実感している。学習指導における積極的な小・中学校の交流が今後必要である。

### 【資料】平成20年度全国学力・学習状況調査

#### 小学校 算数B 5 (2)、(3) 資料の数学的な解釈と関連づけ

右の折れ線グラフは、洋平さんと同じ学級の京子さん、幸二さん、直美さん、健太さんの4人のうち、ある1人の身長を表しています。

下の棒グラフは、4人の学年ごとの身長の高さを表しています。

**1 京子さんの身長の高さ**

**2 幸二さんの身長の高さ**

**3 直美さんの身長の高さ**

**4 健太さんの身長の高さ**

左のページの折れ線グラフが、だれの身長を表したものを考えます。

(2) 洋平さんは、折れ線グラフの○の部分と、棒グラフ4の○の部分を見て、次のように言いました。

折れ線グラフの○の部分と、棒グラフ4の○の部分を見ると、折れ線グラフは、健太さんの身長を表したものではありません。

洋平さんが、「健太さんの身長を表したものではありません」とわかったのは、折れ線グラフの○の部分の変わり方と、棒グラフ4の○の部分の身長の高さを比べて、どのようなちがひがあるからですか。それぞれのグラフを見て、そのちがひを、言葉や数を使って書きましょう。

(3) 左のページの折れ線グラフは、健太さんの身長を表したものではありませんが、(2)でわかりました。

左のページの折れ線グラフは、京子さん、幸二さん、直美さんの3人のうち、だれの身長を表したものでしょうか。左のページの1から3までの中から、あてはまる人の身長の高さを表している棒グラフを1つ選んで、その番号を書きましょう。

### 1 設問(2)について

#### (1) 設問の趣旨

身長の変化を表す折れ線グラフと身長の高さを表す棒グラフを見て、グラフの特徴を基にそれらに対応していないことを読み取り、その違いを言葉や数を用いて記述できるかどうかをみる。

#### (2) 反応率

正答率	全国平均 19.4%	埼玉県平均 18.9%
無解答率	全国平均 21.5%	埼玉県平均 21.1%

## 図形指導に係る系統性について

	第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
ね ら い	図形についての理解の基礎となる経験を豊かにすることをねらいとして、ものの形を認めたり、形の特徴をとらえたりすることを指導する。	図形を構成する要素に着目して、三角形や四角形などの図形について理解できるようにする。	図形を構成する要素に着目して、二等辺三角形や正三角形などの図形について理解できるようにする。	図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目し、平行四辺形やひし形などの平面図形や直方体などの立体図形について理解できるようにする。	図形の性質を見だし、それを用いて図形を調べたり構成したりするなどして平面図形についての理解を深めるとともに、角柱などの立体図形について理解できるようにする。	縮図や拡大図、対称な図形について理解し、図形についての理解を深めるようにする。
内 容	身の回りにあるものの形 ・身の回りにあるものの形を観察や構成の対象とし、実際に手に取ったり、形作りしたりする。	三角形、四角形 ・図形を構成する要素である辺の数で三角形や四角形に分類する。 正方形、長方形、直角三角形 ・直角の意味をとらえる。 ・かどの形や辺の長さなどに着目し、図形を調べる。 箱の形 ・頂点、辺、面に着目し、その個数や形について調べる。	二等辺三角形、正三角形 ・二等辺三角形、正三角形について、辺や角に着目し調べ、特徴をとらえる。 角 ・一つの頂点から出る2本の辺が作る形が角であることをとらえ、二つの角を重ねることによって、角の大きさを比べることができるようにする。 円、球 ・観察、分類、構成、作図などの活動を通して円についてとらえる。 ・観察を通して球についてとらえる。	直線の平行や垂直の関係 ・図形を平行や垂直の観点で考察する。 平行四辺形、ひし形、台形 ・直線の位置関係や辺の長さなどに着目して、四角形の特徴をとらえ、分類整理する。 <b>指導案参照</b> 立方体、直方体 ・辺・面・頂点などの構成要素の個数、面の形、辺や面の平行、垂直の関係などに着目し、特徴をとらえる。 ものの位置の表し方 ・平面の上にあるものの位置や、空間の中にあるものの位置を縦・横の二つや縦・横・高さの三つの要素で表す。	多角形や正多角形 ・正多角形を円と組み合わせて作図したり、性質を調べたりする。 図形の合同 ・合同な図形を見付けたり、かいたり、作ったりする活動を通して図形の性質を見付けたり、確かめたりできるようにする。 図形の性質 ・帰納的に考えたり、演繹的に考えたりすることで、図形の性質を見いだす。  円周率 ・直径と円周との関係を考える。  角柱、円柱 ・頂点や辺や面の個数や面の形をとらえたり、辺と辺、辺と面、面と面の平行、垂直の関係をとらえる。	縮図や拡大図 ・大きさを問題にしないで、同じ形であるかどうかの観点から図形をとらえる。 対称な図形 ・図形を線対称・点対称の観点から考察する。
構 成 要 素 と 見 方 や 調 べ 方	・観察や構成などの活動 ・前後、左右、上下などの言葉	直線、直角、頂点、辺、面 ・観察や構成などの活動 ・構成要素に着目する ・辺の長さを調べる ・直角に着目する	角、中心、半径、直径 ・観察や構成などの活動 ・構成要素に着目する ・辺の長さを比べる ・角の形に着目する	対角線、平面 ・観察や構成などの活動 ・直線などの平行や垂直の関係 ・見取図や展開図をかく ・ものの位置を表す	底面、側面 ・観察や構成などの活動 ・図形の合同 ・図形の性質を見いだす ・直径と円周の関係(円周率) ・見取図や展開図をかく	・観察や構成などの活動 ・縮図や拡大図 ・対称な図形 (線対称、点対称)
算 数 的 活 動	身の回りから、いろいろな形を見付けたり、具体物を用いて形を作ったり分解したりする活動	正方形、長方形、直角三角形をかいたり、作ったり、それらで平面を敷き詰めたりする活動	二等辺三角形や正三角形を定規とコンパスを用いて作図する活動	平行四辺形、ひし形、台形で平面を敷き詰めて、図形の性質を調べる活動	合同な図形をかいたり、作ったりする活動 三角形の三つの角の大きさの和が180°になることを帰納的に考え、説明する活動。四角形の四つの角の大きさの和が360°になることを演繹的に考え、説明する活動	身の回りから、縮図や拡大図、対称な図形を見付ける活動

# 第4学年 算数科学習指導案

## 1 題材名 垂直・平行と四角形

## 2 題材について

本題材では、図形の観察や構成などの活動を通して、基本的な平面図形についての理解を深めるとともに、図形の構成要素の相等関係や位置関係に着目して図形を考察できるようにすることを主なねらいとしている。

児童はこれまでに第2学年では、直線の数やかどの数に着目することを通して、三角形や四角形について学習してきた。また、第3学年では、直角や辺の長さに着目することを通して、正方形や長方形や直角三角形を、さらに、辺の長さや角の大きさに着目することを通して二等辺三角形や正三角形について学習してきた。

本学級の児童は算数の授業において問題解決型の学習の仕方は身に付いてきている。自力解決の場面では、目的意識をしっかりともち、粘り強く課題を解決しようといった姿も多く見られ、算数の学習において意欲的に取り組むことができる。しかし、発表や練り上げの場面になると特定の児童のみが活躍するといった様子も見られる。

本題材である図形領域に関しては、ほとんどの児童が興味、関心をもっている。特に、色板を用いた活動や、身の回りの形探しなどにはどの児童も主体的に取り組むことができるといった実態がある。

本題材では、前半部分の直線の交わり方や直線の並び方において、図形をとらえる視点としてこれまでに学習した「辺や頂点の数」「辺の長さ」「角の大きさ」に加えて新しく「垂直」「平行」「対角線の交わり方や長さ」について学習する。その際、二本の直線のさまざまな交わり方や並び方を観察したり、棒などの具体物を用いて、平行または垂直な二直線を実際に作ってみる活動や2枚の三角定規を用いて、平行または垂直な二直線を作図する活動を通して、その位置関係としての「垂直」や「平行」の理解を深めるとともに、それらについての感覚を豊かにしていく。また、後半部分のいろいろな四角形では「垂直」「平行」の概念を加えた四角形の分類を考え、台形、平行四辺形、ひし形などの定義や性質、作図方法を扱う。その際、いろいろな四角形をさまざまな視点からとらえていく活動や四角形を順序立ててかく活動を丁寧に取り組むことで、図形についてのものの形を認める感覚や、形の特徴をとらえたり性質を見つけたりする感覚を豊かにすることができるようにしていきたい。

## 3 目標

- (1) 算数への関心・意欲・態度  
垂直、平行や台形、平行四辺形、ひし形の性質を、既習の図形の性質をもとにして調べようとする。
- (2) 数学的な考え方  
辺の並び方、辺の長さ、角の大きさに着目して、四角形の性質について考えることができる。
- (3) 数量や図形についての技能  
垂直、平行や台形、平行四辺形、ひし形を弁別したり、かいたりすることができる。
- (4) 数量や図形についての知識・理解  
垂直、平行や台形、平行四辺形、ひし形の概念とのかき方がわかる。

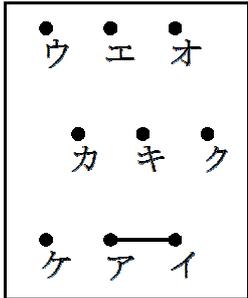
4 研究主題「算数科における思考力・表現力の育成に関する研究」とのかかわり

めざす児童像『豊かに創造し、表現する子』の育成にむけて

仮説 問題解決型の授業展開や指導方法を工夫することで、多様に考え、豊かに表現し、共に学び高め合える児童が育つであろう。

手立て1 <問題提示の工夫>

本時の導入は、ドットの点を結んで四角形を作る活動を行う。教科書の展開では方眼上に並んだドットを使っているが、今回は平行の関係に着目させたいので、中央の横の列を半分ずらした方眼を使う。そして、この方眼を活用し、さまざまな四角形を児童に作らせる。どのような四角形ができるか児童は試行錯誤しながら取り組むと予想される。この活動を通して児童に「考えてみたい」、「いろいろな四角形を作ってみたい」という意欲をもたせる。

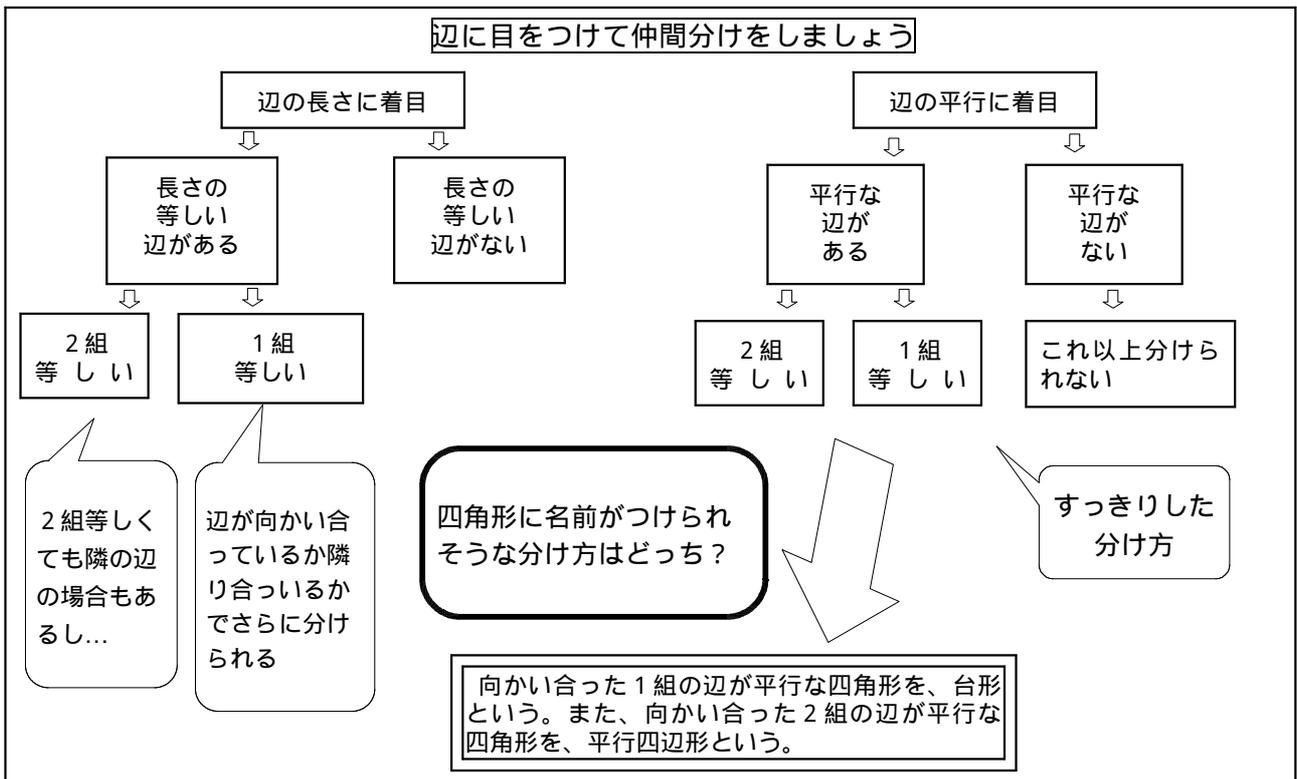


手立て2 <話し合いの場面の工夫>

(1) 話し合いのポイント

本時の話し合いでは、観点を明確にした仲間分けの活動を取り入れる。具体的には、児童が分類した四角形について、その観点は何かを学級全員で話し合う。その際、辺の長さの相等や平行の有無等を根拠として説明させる。そして、これらの活動を通して、児童の思考力、表現力を育てるとともに、図形についての豊かな感覚を身に付けることができるようにする。

(2) 話し合いの計画

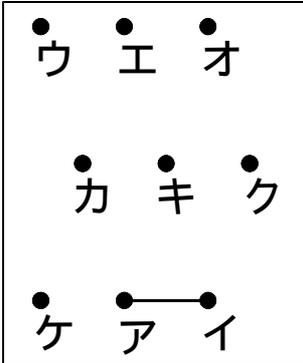
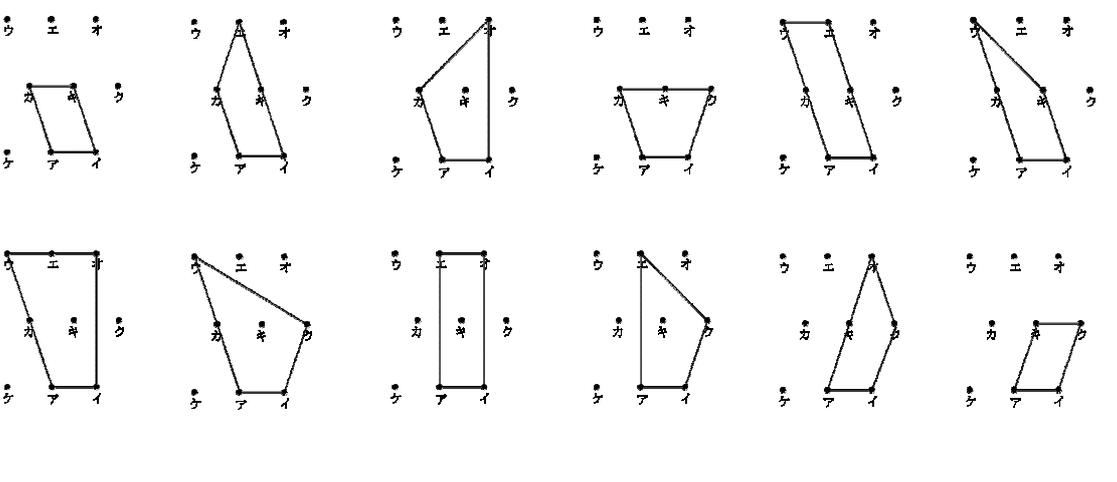


5 指導計画（15時間扱い）

時	学 習 内 容	指 導 上 の 留 意 点	主 な 評 価 規 準
1 2	垂直の概念の理解とその弁別。 算 垂直の関係を調べ、説明する活動	・垂直の弁別をさせるにあたっては、まず直感で弁別させてから、分度器や三角定規で一つ一つ確かめさせる。	考 角の大きさに着目して、直線の交わり方について考えている。 表 垂直を弁別することができる。 知 垂直の概念を理解している。
3	垂直な直線のひき方。 算 垂直な直線のひき方を考え、かく活動	・垂直な直線のひき方、確かめ方の学習で終わるのでなく、それらを発展させて、長方形や正方形を作図したり、かいた図形を確かめたりする活動を通して、垂直についての理解と作図力を一層深めるようにする。	表 垂直な直線をひくことができる。 知 垂直な直線をひくときの三角定規の使い方を理解している。
4	平行の概念の理解とその弁別。 算 平行な直線を弁別し、説明する活動	・「90°になっている」「直角になっている」という答え方ではなく、2直線の関係に着目して「垂直」という言葉を正しく使うことができるようにする。	表 平行を弁別することができる。 知 平行の概念を理解している。 関 学習内容を適切に活用して、活動に取り組もうとしている。
5	平行な直線の間隔が一定であること。平行な直線は、他の直線と等しい角度で交わること。 算 平行な直線の性質を調べる活動	・2直線間にひいた垂直な直線がどれも同じ長さになることから、2直線の幅がどれも等しいことを理解できるようにする。	知 平行な直線の間隔は一定であること、平行な直線は他の直線と等しい角度で交わることを理解している。
6	平行な直線のひき方。 算 平行な直線のひき方を考え、かく活動	・2枚の三角定規を使って平行な直線がかけられるようにする。 ・三角定規の直角部分を使わなくても平行な直線がひけることが理解できるようにする。	表 平行な直線をひくことができる。
7	方眼上の直線の垂直や平行の関係。 算 方眼を使って直線の垂直や平行を調べ、説明する活動	・方眼の1マスが正方形であることを利用したり、縦と横の方眼のマス数を数えて直線の傾きを考えることができるようにする。	知 方眼上の垂直な直線や平行な直線の間隔を理解している。
8 9 本 時	台形と平行四辺形の定義。 算 観点をもとに四角形を分類し、説明する活動	・平行であることをドット図や三角定規を使って確認できるようにする。 ・平行という観点で仲間分けができるようにする。	関 平行な関係に着目して、いろいろな四角形を弁別しようとしている。 知 台形、平行四辺形の定義を理解している。
10	平行四辺形の性質。 算 平行四辺形の性質を調べる活動	・辺の長さ、角の大きさを調べたり作図したりする活動を通して、図形のもつ特徴に気付くことができるようにする。	考 辺の並び方、辺の長さ、角の大きさに着目して、平行四辺形の性質について考えている。 知 平行四辺形の特徴、性質を理解している。
11	平行四辺形のかき方。 算 平行四辺形のかき方を考え、かく活動	・平行四辺形の定義や性質を想起させることで、かき方を考えることができるようにする。	表 平行四辺形をかくことができる。
12	ひし形の定義と性質。 ひし形のかき方。 算 ひし形のかき方を考え、かく活動	・ひし形をいろいろな向きで提示したり、平行四辺形と比較することにより、ひし形についての理解を深める。	考 辺の長さ、辺の並び方、角の大きさに着目して、ひし形の性質について考えている。 表 ひし形をかくことができる。 知 ひし形の性質を理解している。
13	対角線の意味。 いろいろな四角形の対角線に関する性質。 算 四角形の対角線の性質を調べる活動	・どの四角形でも対角線の数は2本であることを理解させる。 ・いろいろな四角形の対角線の特徴を表にまとめ、比較することができるようにする。	考 いろいろな四角形の相互関係について考えている。 知 いろいろな四角形の対角線の特徴を理解している。
14 15	学習内容の習熟。	・練習問題を解き、基礎的・基本的な内容が定着できるようにする。	表 学習内容を正しく用いて、問題を解決することができる。 知 基本的な学習内容について理解している。

6 本時の学習指導 ( 9 / 1 5 )

- (1) 目標  
辺に着目し四角形を分類することを通して、台形と平行四辺形の定義を理解する。
- (2) 展開

学 習 活 動	指導上の留意点 ( ) 手立てとの関わり ( )	備考				
<p>1 問題場面について知る。 (1) 四角形をかく。</p> 	<p>左のドット図の点ア、イ以外にあと2つ点を選び、線をつないで、いろいろな四角形を作りましょう。</p> <p>黒板上で児童と一緒に一つ四角形を作ること作図の方法が理解できるようにする。 いろいろな四角形をかくことができるように、ドット図がたくさんかいてあるワークシートを準備しておく。 まっすぐな直線にするために、必ず定規を使わせ、点と点を正確に結ぶようにさせる。 手順よく四角形を作らせ、できるだけ12個つくることできるようにする。 ドット図に線を結ばせ、12通りの全ての四角形を発表させる。</p> <p>T1とT2で児童を半分ずつ担当し、きめ細かく支援する。 [手立て1]</p> 	45				
<p>(2) できた四角形を発表する。 &lt;予想される児童の反応&gt; C1 長方形ができた。 C2 他にも四角形ができた。 C3 逆の四角形がある。 C4 全部で12個できた。</p>	<p>発問「この中で名前が分かる四角形はありますか。」 既習の内容で名前が分かる四角形は「の長方形だけであることを確認する。</p> <p>児童の「反対・逆」という言葉に着目し、裏返しの合同にも気付くことができるようにする。 長方形・裏返しの合同の図形を抜かした8つの四角形( )に焦点を当て、次時の活動につなげる。</p>					
<p>2 本時の課題を知り、自力解決する。</p>	<h2>ここから本時</h2>	15				
<p>&lt;予想される児童の反応&gt; C1 辺の長さ。 C2 辺の関係。 C3 平行かどうか。</p>	<p>辺に目をつけて、四角形を仲間分けしよう。</p> <p>発問「辺に目をつけるとは、辺の何を調べればよいですか。」 辺の長さや辺の平行に目をつけることができるようにする。</p> <p>指示「ドットの間隔、三角定規などを使ってそれぞれの四角形を調べ、仲間分けしましょう。」 必ず予想してから調べるようにさせる。 ドットの関係から考えたり、実際に長さを測らせたり、三角定規を使ったりしながら調べさせる。</p> <table border="1" data-bbox="531 2004 1380 2114"> <tr> <td style="text-align: center;">T1</td> <td style="text-align: center;">T2</td> </tr> <tr> <td>机間指導しながら、それぞれの状況や考え方に応じて支援</td> <td>主に考えが進まない児童に対して調べる観点を明確にさせ、</td> </tr> </table>	T1	T2	机間指導しながら、それぞれの状況や考え方に応じて支援	主に考えが進まない児童に対して調べる観点を明確にさせ、	
T1	T2					
机間指導しながら、それぞれの状況や考え方に応じて支援	主に考えが進まない児童に対して調べる観点を明確にさせ、					

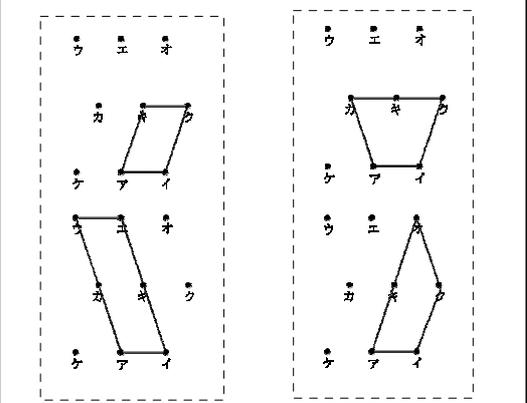
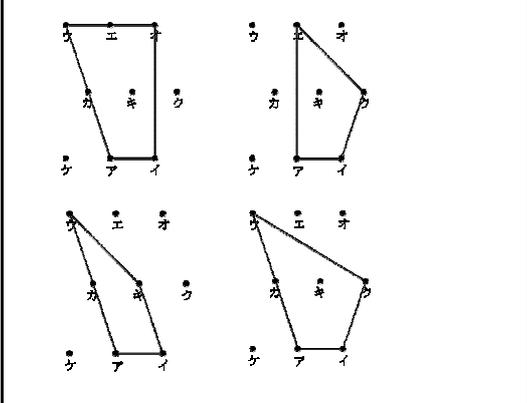
する。  
発表させる児童を決めておく。

自分の力で調べることができるようにさせる。  
考えが進まない児童が複数の場合は、前に集めて小集団指導をする。

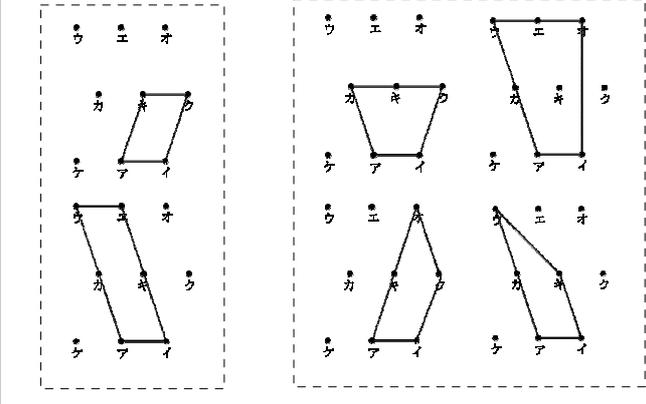
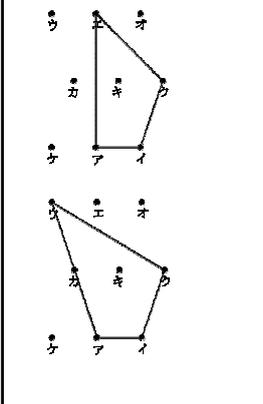
< 予想される児童の反応 >

分類する時には、必ず構成要素に基づいた説明ができるようにさせる。  
一方の考え方のみの児童には、その他の分類方法を考えさせる。

C1 辺の長さに着目。

 <p>辺の長さが2組同じ      辺の長さが1組同じ</p>	 <p>同じ長さの辺がない      同じ長さの辺がない</p>
<p>同じ長さの辺がある      同じ長さの辺がない</p>	

C2 辺の平行に着目。

 <p>平行な辺が2組ある      平行な辺が1組ある</p>	 <p>平行な辺がない</p>
<p>平行な辺がある      平行な辺がない</p>	

3 四角形の仲間分けについて発表し、話し合う。  
(1) 仲間分けを発表する。

< 予想される児童の反応 >  
C1 同じ長さの辺があるかないかで仲間分けしました。  
C2 平行な辺があるかないかで仲間分けしました。

(2) 仲間分けについて話し合う。

< 予想される児童の反応 >  
C1 長さの方は、等しい長さが1組か2組で分けられる。  
C2 1組の方の辺の位置は隣か

評 観点をもとに、四角形を仲間分けすることができる。  
(発表・ワークシート) 20  
指示「どのような仲間分けができたか、発表しましょう。」

同じ長さの辺があるか、平行な辺があるかどうかについて発表させる。  
どこの長さが等しいのか、どこの辺が平行なのかを一つ一つ丁寧に説明させながら発表させる。  
平行の関係には記号を、等しい長さの関係には色分けをする。

[手立て2](話し合いの計画参照)  
次のような手順で話し合う。  
辺の長さに着目した仲間分けについて  
・同じ長さの辺がある仲間をさらに分けることができるか。  
(同じ長さの辺の組数に着目)(同じ長さの位置関係に着目)  
・同じ長さの辺がない仲間をさらに分けることができるか。

<p>C3 向かい合う辺かで違う。同じ長さの辺がない仲間は分けられない。</p> <p>C4 平行がある方は、平行が1組か2組かで分けられる。</p> <p>C4 平行がない方はこれ以上分けられない。</p>	<p>(できない)</p> <p>辺の平行に着目した仲間分けについて</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>平行な辺がある仲間をさらに分けることができないか。(平行の組数に着目)</li> <li>平行な辺がない仲間をさらに分けることができないか。(これ以上できない)</li> </ul>	
<p>&lt; 予想される児童の反応 &gt;</p> <p>C1 平行で分けた分け方。</p> <p>C2 辺の長さだと等しい長さの辺が向かい合っているか隣かで複雑。</p> <p>C3 平行で分けた方がすっきりしているからつけやすい。</p> <p>4 まとめる。</p>	<p>発問「四角形に名前が付けられそうな分け方はどちらの分け方ですか。」</p> <p>辺の長さをもとにした分け方は同じ長さの辺が「向かい合う辺」と「隣の辺」の場合があり、名前をつけるのは大変だということに気付くことができるようにする。(もし、気付かないようだったら「たこ型」を例にだす。)</p> <p>平行で分けた分け方は、これ以上分けられないすっきりした分け方であることから、名前が付けられそうだという見通しをもたせる。</p> <p>平行の関係で仲間分けしたものをもとに、台形と平行四辺形について定義する。</p>	5
<p>(1) 新しい図形の名前を知る。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>向かい合った1組の辺が平行な四角形を、台形という。また、向かい合った2組の辺が平行な四角形を、平行四辺形という。</p> </div> <p>ワークシートに写させる。</p>	
<p>(2) 本時をふり返る。</p> <p>&lt; 予想される児童の反応 &gt;</p>	<p>次の点でまとめることができるようにする。</p> <p>平行という新たな観点で仲間分けできたこと。</p> <p>台形、平行四辺形という形について知ったこと。</p>	5
<p>C1 平行でも四角形を分けることができた。</p> <p>C2 平行四辺形や台形という名前を初めて知った。</p> <p>C3 まだ、名前が付いていない四角形は他にあるのかな。</p>	<p>評 台形、平行四辺形がどのような形なのかが分かる。(ワークシート)</p>	

## 7 板書計画

辺に目をつけて、四角形を仲間分けしよう。

・辺の長さ  
・平行

同じ辺の長さ

ない

ある

平行な辺

平行四辺形

台形

ない

四角形に名前がつけられそうな分け方は？

# 数量関係に係る既習内容の系統性について

「活用するための表現力等を育成する指導の工夫改善」

—文字式、方程式につながる小学校の指導—

## 1 表現力を中心とした活用する力の育成を図る小学校の指導

小学校においては、算数における活用する力の育成を図るために、課題解決型学習の指導過程を重視している。私が指導する際には、下図のような授業展開で指導することが多い。また、一般的に数学的な思考力と表現力は、一体となっている場面が多く、思考場面において自己のさまざまな表現方法の習得と使う訓練が必要になると考える。そこで、小学校の算数では思考の方策として「数直線図」を用いて思考したり、表現を整理したりして問題解決を図る場面が多く、低学年から発達段階に応じて指導している。



## 2 小学校の算数科における言語活動の充実

小学校では、基本的な言語力の育成を目指し、「書く活動」と「話す活動」の充実に力を入れている。知的活動の基盤となる言語の習得を図りながら、考える力をつけることが算数科での言語活動の目的となる。小学校でも全学年にわたり、算数科における言語活動を意識した指導を展開している。

- 活動の記録や結果などを、記述したり、説明したりする活動
- 式を基に問題やお話をつくる活動
- 計算の仕方を具体物や言葉、数、式、図を用いて考え、説明する活動
- 図形の面積や体積の求め方を、具体物や言葉、数、式、図を用いて考え、説明する活動
- 自分や友達の考えを、言葉や式、図を用いて説明したり、読み取ったりする活動

→複数の考えから共通点や相違点を話し合い、よりよい解決方法を探る。

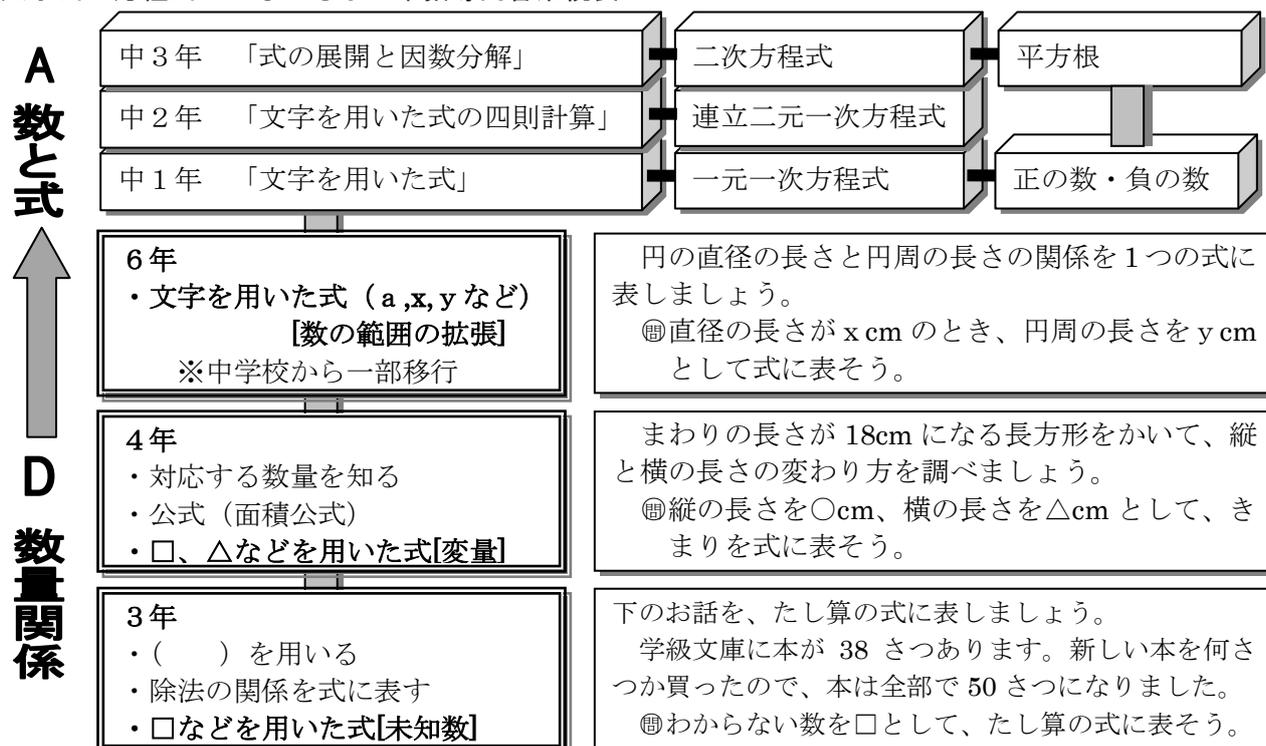
○学習記録として、自分や友達の考え、まとめ、感想などを言葉や式、図を用いてノートやレポート形式で記述する活動

### 3 文字式、方程式へとつながる小学校「文字と式」の指導

小学校学習指導要領解説では、算数科の内容〔D 数量関係〕において式の表現と読みの扱いの中で、文字や記号を使って等号を含む式の指導で扱われている。小学校では、第2学年ではじめて□や文字などを用いて式に表すことを指導できるように今回の改定で変更されている。文字としての役割をもつ□などを用いて式に表す指導は、第3学年から本格的に行われる。除法の学習場面から式に表したり、読み取ったりすることや数量の関係を表す式と図を関連させながら指導していく。ここでは、未知の数量を表す記号として扱うため、児童は数値をあてはめていく方法で指導されている。第4学年では、1つだった文字に△を加えた2つの数量の間にある関係を表す指導が入ってくる。ここでは、変数を表す記号として□、△などを用いた式を適切に用いることができるように指導している。また、四則に関して成り立つ性質の一般化された式のいろいろな数の代わりに□、△、○を用いて表す場面も出てくる。第6学年では、中学校への接続を考え、これまでの□、△などからa,xなどの文字を用いて式に表すことを指導する。また、整数値だけでなく小数や分数の値も同じようにあてはめることができる学習を通じて、数の範囲を拡張することに配慮して指導している。

中学校〔A 数と式〕の「文字式」や「方程式」の指導を進めるにあたっては、小学校の〔D 数量関係〕の学習が基本になっていることが分かる。しかし、児童の実態として、小学校段階で扱う文字は、未知数の数を表す記号であり整数が当てはまるだけにとらえていたり、変数としての理解ができず、数の範囲が極めて狭い理解にとどまっていたりする児童が多いということが多く見受けられる。このようなことから、小・中連携の指導を通じて、段階を踏んだ系統的な指導が重視される内容である。

＜文字式・方程式につながる小・中指導内容系統表＞



#### 4 指導の実際

##### (1) 文字（記号）が入った式の導入 【3年「□を使った式」】

問題 下のお話を、たし算の式に表しましょう。

学級文庫に本が38さつあります。新しい本を何さつか買ったので、本は全部で50さつになりました。

児童 → 買った本の数が分からないと式をつくれな。

指導 → 分からない数を□として、たし算の式に表そう。

方法① → 言葉の式で考える。

$$\boxed{\text{はじめにあった数}} + \boxed{\text{買った数}} = \boxed{\text{全部の数}}$$

方法② → 図で考える。



「文字と式」  
指導ポイント

3年生までは、文章の順序を追って式を立てているので、途中で分からない数があるだけでも、児童は混乱する。小学校の文字指導においては、分からないものを□として、問題文の筋道にそって立式ができることで、数理的処理のよさを感じさせていく。

まとめ → 分からない数があっても、□を使うと、お話のとおり式に表すことができる。

拡張 → その後、「ひき算」「かけ算」と範囲を広げ、最後に問題づくりを行う。

(言語活動の充実)

「言語活動」  
指導ポイント

文章問題の解決方法として、小学校では「言葉の式」と「図」による説明がもっとも基本的な方法である。個人での課題解決のあとペアや小グループになり比較、分類、関連付けといった話合いののち全体での発表が行われる。その際、話型を定め、順序立てて説明するのが小学校段階では一般的である。

<小学校で指導する話型例>

- ・「まず」→「つぎに」→「だから」→「最後に」
- ・「〇〇さんの考えと同じで…」
- ・「〇〇さんの考えと違って…」

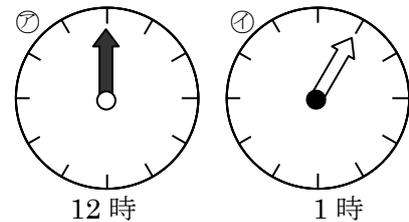
<留意点> 児童の論理的思考を支援する方策の一つとして評価する。ただし、この通り発表しなければならないという活動ではない。

##### (2) 2つの文字（記号）を使った関係式の指導 【4年「変わり方調べ」】

問題

㊦の時計ばんをひっくり返すと㊧の時計ばんになります。㊦と㊧の両面にかかっているはりがさす時こくには、どんな関係があるか調べましょう。

(条件：12時→1時、2時→11時)



指導 → 実際の時計盤を使って時刻を調べる。

(具体物を使った算数的活動で体感的理解を図る。)

児童 → 12→1 1→12 2→11 3→10 ……

指導 → ㊦と㊧の時計盤の時刻を、表にまとめる。

(表現活動で事象を整理し思考を深める。)

児童 → 規則や関係について話し合う。

(ペア・グループで思考を広げる。)

「文字と式」  
指導ポイント

未知数としての□には、ある特定の数があてはまるのに対し、変数としての□や○にはいろいろな数があてはまることが理解しにくい。指導場面では、表(関数表)や、( , )で表すなどしている。しかし、苦手な子が多いのが実態である。

指導 → アの時計盤の時刻を□時、イの時計盤の時刻を○時として□と○の関係を式に表す。

児童 →  $\square + \circ = 13$

確認 → アの時計盤の時刻の数が1ずつふえると、イの時計盤の時刻はどのようになるか。

(3) 一般的な公式で使われる文字(記号)の指導 【4年「計算のきまり」】

問題 2人の考えを説明しましょう。

Aさん	$(5+3) \times 12 = 96$	Bさん	$5 \times 12 + 3 \times 12 = 96$
	答え 96個		答え 96個

児童 → 同じ答えになることを筋道立てて説明する。

「算数活動」  
指導ポイント

小学校では算数科でも多くの場面で話し合いの時間を設け、考えを広げたり、深めたりしている。それぞれの考えを集約する場面が小学校では難しい。場面に応じて話し合いの観点を絞って活動を進めていく必要があり以下のようなポイントで話し合うことが多い。

- ・簡単にできるのはどれか。
- ・わかりやすいのはどれか。
- ・いつでもつかえるのはどれか。
- ・いい考えなのはどれか。
- ・前に学んだことと似ている考えはできないか。
- ・まとめて同じところはないか。 など

<留意点> 小学校では、一般化を図る場面が多く、意見を絞る活動では視点が必要になる。多様な考えや柔軟な発想で問題解決に迫る場面では適さないので注意を要する。

まとめ → 同じ大きさを表しているので、等号でつなぐことができる。

$$(5+3) \times 12 = 5 \times 12 + 3 \times 12$$

指導 → ( ) を使った式のきまりには、次のようなものがあります。

$$(\blacksquare + \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle + \bullet \times \blacktriangle$$

$$(\blacksquare - \bullet) \times \blacktriangle = \blacksquare \times \blacktriangle - \bullet \times \blacktriangle$$

一般化 → ÷についても同じになることを確認して分配・結合の法則を●■▲を使って一般化していく。

「文字と式」  
指導ポイント

同じ数値が入るという意味で記号だけが使われた式であるが、小学校段階でこの一般化を理解し、習得するのはなかなか難しいのが実状である。分配・結合だけでなく、交換法則も合わせて、小学校でも記号による指導を進めるが、中学校でも小学校での既習事項の確認テストをしたりする必要がある。

(4)  $x$  と  $y$  の指導 【6年「文字と式」】

問題

はばが5cmのテープを何cmかの長さで切り取って、長方形を作ります。このときにできる長方形の面積を求める式を書きましょう。

指導 → いつも一定で変わらない数といろいろと変わる数を確認する。

これまでは○や□で表していたものを $x$ を用いて表すことをここで指導する。