

教科に係る指導力向上をめざす 調査研究



埼玉県のマスコット コバトン&さいたまっち

埼玉県立総合教育センター
教育課程担当

平成27年度 調査研究

「教科に係る指導力向上をめざす調査研究」

1 はじめに

埼玉県教育委員会では、平成27年度埼玉県教育行政重点施策において、「確かな学力の育成」、「グローバル化に対応する人材の育成」、「社会的に自立する力の育成」を最重要課題にかかげ、これらに関連する取組を積極的に推進している。このように、学力向上は本県の最重要課題の一つであり、県民から大きな期待が寄せられている。

総合教育センターでは、平成23年度から平成26年度までの4年間にわたり、生徒の学力向上を担う教員の教科指導力の向上を目指して、「大学入試問題研修会」を実施してきた。この研修会は、難関大学を想定した質の高い問題の作成を通して、教科に関する幅広い知識の習得と理解の深化を促すことを目的に、5教科延べ87名の教員が参加し、生徒の学力向上に寄与してきた。

2 研究の目的

平成26年12月の中央教育審議会答申では、高大接続の実現に向けた大学入試改革を提言している。本調査研究は、大学入試改革の趣旨を踏まえて問題を作成し、その検証結果とこれまでの研修会で蓄積した問題作成に関する知見を合わせて整理することで、これから求められる学力を育成するための教科指導法を考察し、教員の教科指導力向上に資することを目的とする。

3 研究の内容

- (1) 大学入試の現状と課題、大学入試改革の内容理解
 - ・現在の学力試験の状況や高大接続・大学入学者選抜を巡る現状と課題についての把握
 - ・大学入試改革の内容や実施計画、今求められる教科指導力についての理解
(駿台予備学校進学情報センター センター長 石原 賢一氏 による講演)
- (2) 大学入試改革を踏まえた入試問題の作成と分析および教科指導法の考察
 - ・教科特性を踏まえた各教科による研究テーマ設定、難関大学を想定した問題作成
 - ・模擬試験の実施及び解答分析による問題の妥当性の検証
 - ・検証結果に基づく教科指導法についての考察

4 研究の方法

1か年の調査研究とした。進学指導に実績のある学校管理職と下記5教科の教員を研究協力委員に委嘱し、作成した問題の評価や解答の分析等を大学教授等に依頼するとともに、その分析結果をもとにさらに研究を進めた。

実施教科

高等学校：国語、地理歴史、数学、理科、外国語

5 研究実施計画

1か年とする。

平成27年6月上旬	基調講演、研究協力委員の委嘱、第1回研究協力委員会
6月下旬～10月	第2回～第4回研究協力委員会
11月下旬～12月	第5回研究協力委員会(まとめ)

6 指導者、研究協力委員

(1) 指導者

教科	所属校	職名	氏名
国語	所沢高等学校	教頭	佐々木 美智子
地理歴史 (日本史)	所沢西高等学校	教頭	松谷 卓
数学	浦和高等学校	教頭	山崎 正義
理科 (物理)	熊谷女子高等学校	教頭	金室 紀夫
外国語	宮代高等学校	教頭	松本 剛明

(2) 研究協力委員

教科	所属校	職名	氏名
国語	熊谷高等学校	教諭	戸田 眞栄
	朝霞西高等学校	教諭	吉田 真希
	久喜高等学校	教諭	長村 佳子
	大宮高等学校	教諭	新妻 英昭
	浦和東高等学校	教諭	舘 真麻美
地理歴史 (日本史)	川越初雁高等学校	教諭	渡邊 大地
	松山女子高等学校	教諭	笹川 悠希
	杉戸高等学校	教諭	田島 慎介
	吹上秋桜高等学校	教諭	中村 祥吾
数学	浦和高等学校	教諭	木戸 俊吾
	川口市立県陽高等学校	教諭	平原 雄太
	蕨高等学校	教諭	細木 翔太
	上尾橘高等学校	教諭	原 拓生
	川越高等学校	教諭	本福 陽一
理科 (物理)	秩父高等学校	教諭	澤田 行弘
	春日部女子高等学校	教諭	久保井 彬仁
	越谷北高等学校	教諭	中山 裕司
	川口工業高等学校	教諭	大館 祐介
英語	熊谷高等学校	教諭	野澤 澄子
	草加西高等学校	教諭	菅原 大基
	久喜北陽高等学校	教諭	前田 和
	蕨高等学校	教諭	赤池 千春
	越ヶ谷高等学校	教諭	郷司 雅子

7 各教科の取組

(1) 各教科の研究テーマと内容

ア 国語

研究テーマ	問題作成を通じて、国語科指導法の改善を探る
内容	昨年度作成した問題を高等学校で実施し、解答者の躓きやすい箇所を分析し、問題のねらいの伝わり方について考察した。 生徒アンケートを実施し、生徒の視点に立った解説には何が必要かを考察した。 考察した結果をもとに新たに問題を作成し、問題や解答・解説の作成手順を整理しまとめた。

イ 地理歴史

研究テーマ	授業力向上を目指して～難関大学入試問題の作成を通じて～
内容	単なる用語的な理解のみではなく、東京大学で出題されるような歴史上の事象や流れを深く理解して、表現する力を評価する問題を作成した。 作成した問題を模擬試験として実施し、設問や資料文の妥当性を検証した。 検証結果から生徒に主体性をもたせるための授業方法について考察した。

ウ 数学

研究テーマ	数学の問題における多面的な視点の重要性とその実践
内容	数学の本質的な面白さ・美しさを伝えるために、多面的な視点を持った問題を作成した。 難関大学で出題された問題や今までに作成した問題、また生徒の解答を分析し、数学の問題作成におけるポイントを整理した。

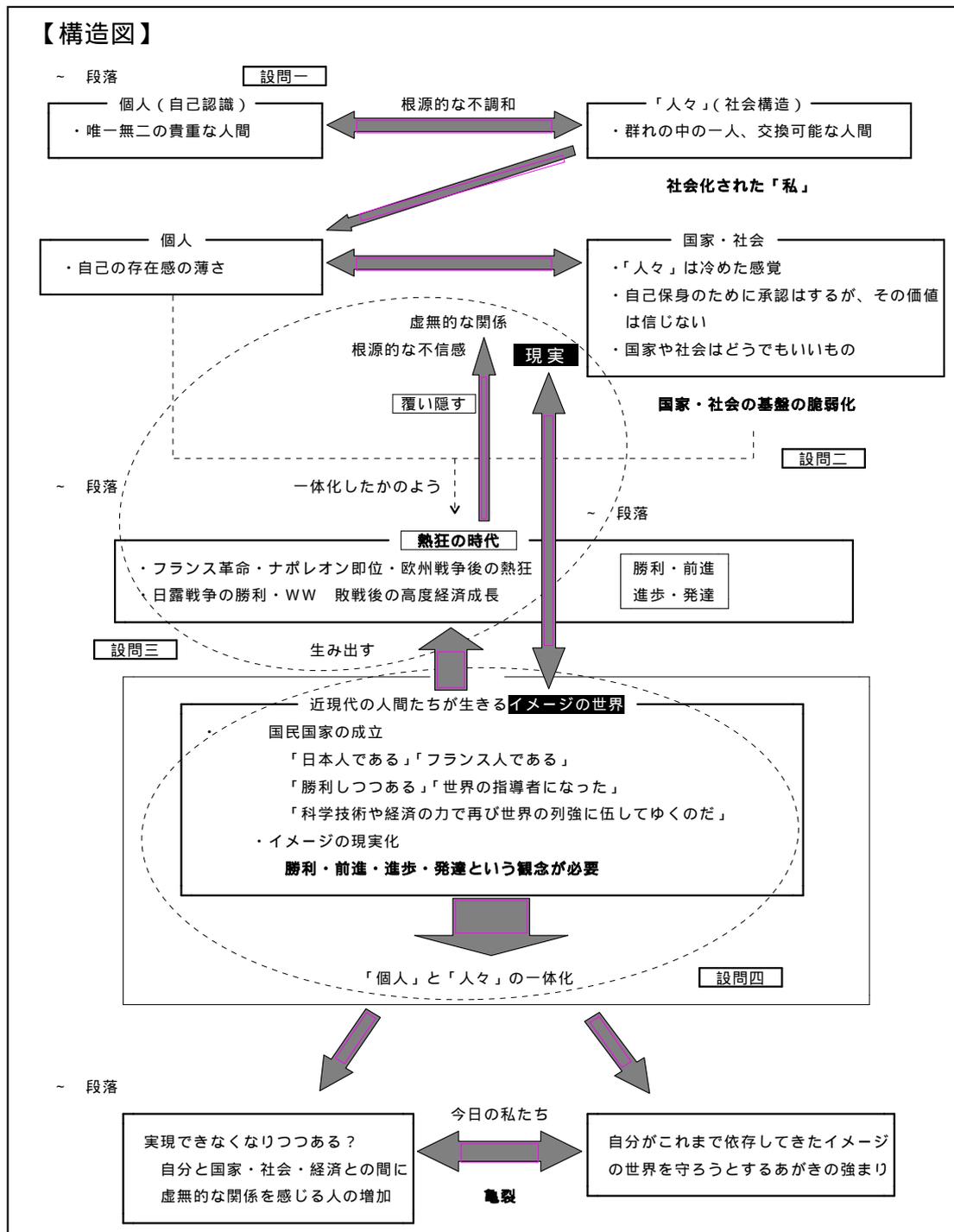
エ 理科

研究テーマ	思考力を問う問題作成、作成した問題の分析を通して授業力向上を図る
内容	知識を活用する力を養うために、解答者にとって初見の問題を既知の原理・法則を組み合わせさせて解答するような問題を作成した。 作成した問題を模擬試験として実施し、採点基準と評価に関して検証することで、問題作成のノウハウをまとめた。

オ 外国語

研究テーマ	難関大学入試問題の作成および課題の検証
内容	東京大学の形式を踏襲したオリジナル問題を作成することで、素材文の抜き出し方、設問の作り方、自由作文の条件設定について分析した。 作成した問題を模擬試験として実施し、問題資料や設問の妥当性・信頼性を検証することで、外国語における「読む・書く・聞く・話す」の4技能を伸ばすような指導方法について考察した。

(2) 教材研究・指導方法の考察例
 ア 国語（国語報告書7ページ）



【解説】

平成26年度に作成した第1問（国語資料1～6ページ）の資料文を、対称軸や展開を可視化し全体を一目で把握できるような構造図（上図）を作成した。

資料文の構造を可視化することで、問が資料文のどこを引用して出題されているかということを確認し、問の重複や妥当性を検証することができる。

構造図の作成は、文字だけで表された情報を順接・逆説・並列・因果・分岐といった観点で分類・整理することであり、筆者の主張している内容が、論理性や客観性の視点から矛盾がないか判断するためにも有効である。

イ 地理歴史(日本史)(地理歴史資料2ページ)

第1問 次の(1)~(4)の文章を読んで、設問に答えなさい。

- (1) 『本朝世紀』には長徳元(995)年、疱瘡が都で大流行し、病人収容が間に合わず、死者の多さに道が塞がれ、烏犬が食い飽きたと記されている。また長保2(1000)年藤原行成は日記に「今、世間の人皆言う。世の中、像末に及ぶ。災これ必然なり」とも記している。
- (2) 『後拾遺往生伝』には平等院について「極楽知りたければ宇治の御堂をみなさい」とあり、堂内には阿弥陀如来坐像の他、阿弥陀如来が楽を奏でる聖衆を引き連れ来臨し臨終の者を迎えにくる絵が周囲の壁や扉に描かれている。
- (3) 『吾妻鏡』には長治2(1105)年に藤原秀衡が造営に着手した奥州の無量光院は平等院を模したことが記述されている。また九州の富貴寺大堂内には阿弥陀如来坐像が置かれ、阿弥陀浄土变相図が壁に描かれている。
- (4) 『日本往生極楽記』は皇族から庶民にいたるまで45人の往生者の伝記集がまとめられ、その中には「市中に住みして仏事をなし、市聖と号した」と評された人物もいる。

設問 摂関期から院政期にかけての浄土教の発展について150字以内で説明しなさい。

【解答例】

疫病や治安悪化など社会不安の増大により、極楽往生を願う浄土教が広まった。この教えは空也をはじめ聖の布教で庶民や貴族の信仰を集め、源信が往生要集で念仏の方法を説いた。その中で来迎図や往生伝は極楽世界を描写するために用いられ、貴族は阿弥陀堂を建立した。末法思想で浄土信仰が高まると、地方にも流行した。(148字)

第2問 次の(1)~(5)の文章を読んで、設問に答えなさい

- (1) 建治3年(1277)12月、時宗の私邸での会合にて北条時村が六波羅探題に就くことが決定した。
- (2) 弘安4年(1281)閏7月9日、幕府は寺社や権門の所領、本所一円地の武士たちは、皆武家の命に従って戦場に馳せむかうべき旨の宣旨を京都側に申請し、同月20日にその勅許がおりた。
- (3) 元寇を契機に御恩奉行の地位に就いていた安達泰盛は弘安5年(1282)、従来北条・足利両氏が独占してきた陸奥守に任じられた。
- (4) 永仁元年(1293)、博多に鎮西探題が設置され、幕府滅亡まで北条一門がその職を歴任した。
- (5) 永仁3年(1295)、一旦は廃止された引付が復活したが、その後も裁判の最終決定は北条貞時の直裁により行われた。

設問 13世紀末における幕府の権力の変化について、元寇が幕府の支配体制に与えた影響に触れながら200字以内で述べよ。

【解答例】

幕府は元寇という緊急事態を通じて非御家人を動員する権限を朝廷から獲得し、北条一門を鎮西探題に任じて西国への支配を拡大させた。幕府内部では評定衆による合議に代わり、得宗の私邸における寄合に重きが置かれ、得宗勢力の拡大は御内人の台頭に繋がり、御家人との対立を招いた。霜月騒動で安達泰盛が滅ぼされた後、有力御家人が幕政に関与する機会は減少し、北条貞時の代に得宗専制政治が確立した。(198字)

【解説】については地理歴史資料14ページを参考していただきたい。

ウ 数学 (数学資料 1 3 ページ)

【問題】

t が実数全体を動くとき ,

$$\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = t + t^2 \end{cases}$$

で表される曲線を C とする。

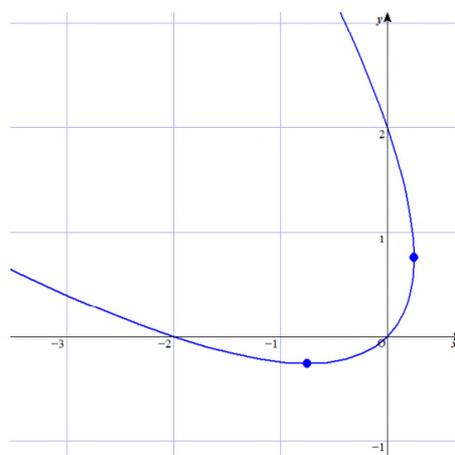
- (1) 曲線 C の概形を図示せよ。
 (2) 曲線 C の名称を答えよ。またそれを示せ。

【解答】

(1) $\frac{dx}{dt} = 1 - 2t$, $\frac{dy}{dt} = 1 + 2t$

増減表をもとに C の概形を図示すると右図のようになる。

t	...	$-\frac{1}{2}$...	$\frac{1}{2}$...
$\frac{dx}{dt}$	+	+	+	0	-
$\frac{dy}{dt}$	-	0	+	+	+
(x, y)	\searrow	$(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$	\nearrow	$(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	\nwarrow



(2) $P(x, y)$ とする。

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t - t^2 \\ t + t^2 \end{pmatrix} \\ &= t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで、 $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とすれば、 $\overrightarrow{OP} = t\vec{a}_1 + t^2\vec{a}_2$ となるので、

\vec{a}_1 , \vec{a}_2 を基本ベクトルとして考えたときの、 \overrightarrow{OP} の成分は (t, t^2) である。

$x' = t$, $y' = t^2$ として t を消去すると、 $y' = x'^2$ となる。ゆえに C は放物線を表す。

【解説】

媒介変数を用いた曲線の問題である。通常、増減表をかくことによって、グラフは作成できるが、この問題は増減表からだけだと、2次関数になっていることに気付くことが大変難しく、なめらかな曲線を描くことはできない。そこで、ベクトルを用いて座標軸を取り換えることで、正確なグラフが描けるようになる。微分積分とベクトルの視点を合わせもつ問題である。生徒の解答を分析すると、正確なグラフを描けた生徒はいなく、多面的な視点を持たずに解答する生徒が多いことが分かった。

【問題】

図 1 のように、質量 5 m の物体 A と質量 m の物体 B を軽い糸でつなぎ、質量の無視できる動滑車にかけた。質量 6 m の物体 C を軽い糸でつなぎ、天井からつるされた 2 つの滑らかに動く定滑車にかけ、糸の他端を動滑車につないだ。

図 1 の状態から、物体 A ~ C を静かに放すと、物体 C は下がり始めた。動滑車と定滑車が衝突したり、物体が床と衝突したりすることはないものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 物体 C が下がり始めた後の物体 A、物体 B、物体 C の加速度の鉛直成分を、 a_A 、 a_B 、 a_C とする。ただし、 a_A と a_B は鉛直上向きを正、 a_C は鉛直下向きを正とする。動滑車に対する物体 A と物体 B の相対加速度の大きさが等しいことから、 a_A 、 a_B 、 a_C の関係を式で表せ。

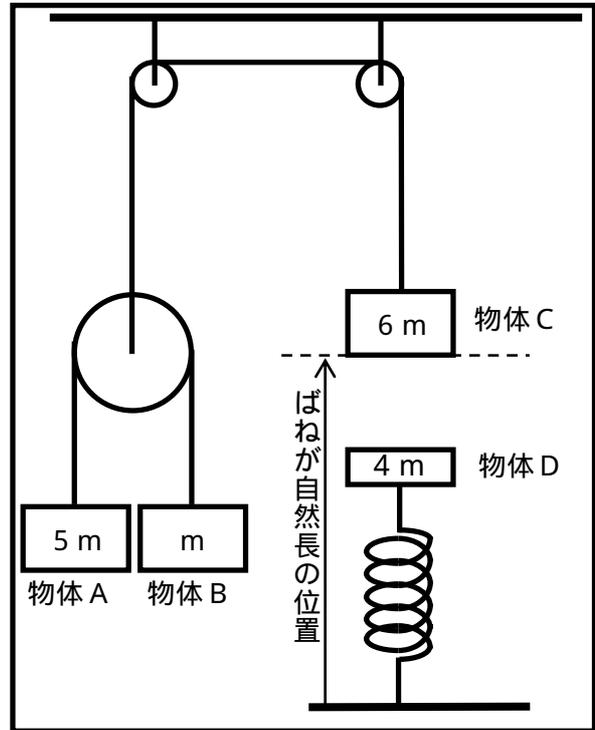


図 1

【解答】

糸の全長が一定であるから、動滑車に対する物体 A と物体 B の相対加速度の大きさが等しいので、

$$-a_A = -a_B \quad (1)$$

$$+a_C = 2a_B \quad (2)$$

となる。

【解説】

基本的な運動を組み合わせたときに物体がどのような運動をするのかを考えさせる問題である。物体 C が下がることと動滑車に対する物体 A と物体 B の相対加速度の大きさが等しいことが本文中に示されているので、加速度 a_A 、 a_B 、 a_C を用いて運動方程式を立てることで物体 A、B、C の運動を理解できたかどうかを評価する問題である。生徒の解答を分析すると、無答率は低いが、完全解答も少なかった。このことから、相対的な運動についての理解不足や物体の運動について一部分のみ理解できている生徒が多いことが分かった。

オ 外国語（外国語資料 5 ページ）

(B) 下記のことわざについて、賛成か反対かを明示し、思うところを 50～70 語の英語で記せ。

Speech is silver, silence is golden.

【解答例】

I agree with this idea. It's often important to say things or your opinions that you need others to know, but you should know when to be quiet or listen to others. For example, when someone is upset at you, you should listen to them instead of telling them excuses. It would be more effective to be quiet than to speak up, to let them know that you are sorry. (70 words)

（別解）

I disagree with this idea. You need to be careful about how you tell others what you want to say, but it's usually better to be honest and straightforward. You may sometimes hesitate to say your opinion because you are afraid that it might hurt somebody, but even if what you say hurts them, it will be helpful in the long run. (62 words)

【全訳】

雄弁は銀、沈黙は金

【解答例の全訳】

私はこの考えに賛成だ。他人に知ってほしい事や自分の意見を言うことが大事なことは多いが、沈黙を守るべきときや他人の言うことを聞くべきときを知るべきである。例えば、人があなたに対して気分を害しているときに、あなたは彼らに言い訳を述べるのではなく、彼らの言うことを聞くべきである。自分が申し訳ないと思っていることを知ってもらうには、発言をするより、黙っていたほうが効果的である。

（別解）

私はこの考えに反対だ。自分が言いたいことを、どのように相手に伝えるのかについては、注意をする必要があるが、大抵は正直で、率直であった方が良い。そうすることで他人を傷つけるかもしれないと恐れ、自分の意見を述べることをためらうことがあるかもしれないが、あなたが言ったことが相手を傷つけても、長い目で見ればそれは有益なものになるだろう。

【解説】

ことわざに対し自らの立場を明らかにし意見を述べる問題であり、与えられた条件をもとに知識を活用する力を評価しようとした。

ことわざそのものの意味を知らずに答えられなかった生徒が目立ったので、生徒が普通の授業においても様々な視点で物事を考え意見を述べられるよう、教員が教科書をきっかけとして多様な資料や意見に触れる機会を作り出し、思考力や判断力を養いつつ幅広い教養を身に付けさせたい。

8 成果と課題

各教科の成果と課題をまとめると、以下の通りである。
詳細については、各教科の報告書を参考していただきたい。

(1) 成果

ア 国語

資料文の選定や問題作成手順、解説づくり等について構造図などを用いて整理することができた。

イ 地理歴史

教科書記述は多くの研究成果をもって構成されたものであり、一つの歴史的事象を扱うためには、教員が原史料を意識し多面的・多角的に理解することが必要であることが分かった。

ウ 数学

数学の理解を深めるためには、解析と幾何のように一つの問に二つの視点を合わせ持つような問題を作成することが重要であることが分かった。

エ 理科

模擬試験実施前の誤答の予想と実際の解答を比較分析することで、問のねらいの伝わり方や解答する際の思考過程を細部まで検証することができた。

オ 外国語

問題作成や受験生の解答の検証をとおして、出題の意図を明確に受験生に伝える設問づくりや難易度の調整の仕方など問題作成上のポイントを整理することができた。

(2) 課題

ア 国語

正答を導けない生徒に対して、解答例に至るまでの思考過程の解説の仕方などについては、今後さらに研究していく必要がある。

イ 地理歴史

学習内容をより深く理解させるために、習得した知識を表現する機会を与えるなど主体的に学習する態度を育成するための指導方法については、今後研究していく必要がある。

ウ 数学

数学の実用性や汎用性など、数学の良さを伝えることができる教材の研究をする必要がある。

エ 理科

基本的な原理・法則を活用する力や、知識を統合する力を養うための指導方法については今後研究していく必要がある。

オ 外国語

日頃の授業において短時間でまとまった英文を要約する力や、幅広い教養を身に付けさせる工夫については、今後研究していく必要がある。

9 おわりに

本調査研究を通じて、大学入試改革の趣旨を踏まえた問題作成上の要点を整理しまとめることができた。

今回、整理しまとめたことは、思考力・判断力・表現力を問う「確かな学力」を育むために生かすことができると考えられる。

2020(平成32)年から導入予定の新共通テスト「大学入学希望者学力評価テスト(仮称)」では思考力や判断力、表現力等がより求められることが予想される。また、教科・科目の枠を越えた「合教科・科目型」、「総合型」の問題が出題され、生徒一人一人の学力を総合的に評価することが目指されているが、本調査研究がこれからの学力育成の一助になれば幸いである。

【各教科報告書】

【国語】

1 調査研究の視点

問題作成や解説づくりについては、埼玉県立総合教育センターで実施されている教科研修でも講義演習を行っている。学校現場でも、定期テストや実力テストを通して、問題作成には日常的に関わっている。しかし、上記のテストは教科書にあらかじめ掲載された文章や、過去の大学入試問題であることも多い。素材となる資料文を探し、一から問題作成をする機会は少ないと思われる。そのような中、総合教育センターでは「大学入試問題研修会」において、東京大学型の入試問題を研究し、資料文を選定するところから作問、解答・解説作成を行ってきた。しかしながら、その問題作成の方法については、本研究会参加者が共有しているにとどまっている感が否めない。これまでの蓄積を整理し提示することで、国語科指導法の改善を探る視点を提示できるだろう。

2 研究テーマ

問題作成を通じて、国語科指導法の改善を探る

作問能力を向上させることで授業での問の立て方が明確になり、解説づくりをすることで生徒の視点に立った授業の改善につながるはずである。問題作成の手順を整理して、その考え方を共有することで、新たな授業づくりの視点を提供でき、より多くの人の授業改善につながるようにしたい。

3 本年度の取組

「大学入試問題研修会」で行ってきた、東大型入試問題の作成と解説づくりについて、その蓄積の整理をする。問題作成の手順と設問の立て方、解答解説の作成について、実際に学校現場で実施した、2014（平成26）年作成の問題をベースに整理することで、問題作成をする際の基本的な手順が明確になるようにする。生徒からのアンケート結果を分析し、作問者と解答者の双方の視点から、生徒の視点に立った解説には何が必要かを考察する。また、それと並行して東大型の現代文について新たに問題を作成する。資料文の選定から問題作成、問題解説に至るまでの流れを改めて確認・検証できるようにする。

4 成果と課題

(1) 問題作成の手順について（資料文の選定）

ア 資料文の見つけ方

新聞の書評欄に載ったものの中から著者名をたどり、探していく。入試頻出の著者の新刊は必ずチェックする。あるいは、大きな書店で書名を頼りに、片端から次々に目次と内容に目を通していくという方法もあるが、時間がかかる。日頃からアンテナを張り巡らし、ストックを持っておくことが大切である。

イ 資料文選定のポイント

(ア) 解答者の興味・関心を喚起し、今後の学習意欲につながるものであること

試験問題も「教材」であるとの観点で見ると、解答者の視点からかけ離れた内容でないことが重要である。

(イ) 発表されてからあまり年月が経っていない文章であること

発行されて年数の経った文章だと、すでに入試問題や模試の問題、問題集等で取りあげられていることがあるため、解答者によって有利不利が生じないように注意しなくてはならない。大学入試問題研修会では、現代文（評論）においては発行年が実施時期3

年以内であるということをもとに選んできた。ただし、あまりにも時事的な内容について、一方的な観点から述べたものを出題するのは、生徒へ偏った固定観念を与える危険性がある。

(ウ) 高校生が読むものとして、適切な内容であること

時世や解答者の状況において適切であることが求められる。試験問題というのは、生徒が読まざるをえない文章であることを意識した選定が必要である。「大学入試問題研修会」では、2011（平成23）年3月以降、福島から避難してきた生徒に対して、地震や原発の問題を取りあげた資料文は扱ってよいのかという議論があった。また、人権についても十分に配慮された内容であることが求められる。なお、イでも述べたとおり、評論では新しい思想が次々に出てくるが、筆者についてどのような人物であるか調べる必要がある。

(エ) 筆者自身の主張、文章構成、論の展開が明確であること

ここまでの条件をクリアした上で、概念的なもの、他者の引用中心のもの、抽象論に終始しているものは避ける。そうした文章を選んでしまうと、作問段階で設問に適した箇所がないことに気付く。そして、文章中での対比関係も意識する必要がある。また、知識のある解答者だけが内容を理解できるようではいけないため、表面上は読みやすく、誰でも概略がつかめること、最低限の注釈で理解できる内容であることも重要である。ただし、筆者の主張が明解すぎると設問の難易度が上げられなくなる。

(オ) 切り取った文章だけで内容がつかめる、まとまりのある文章であること

どのような内容の資料文であっても、ある程度の字数で切り取らなければならない。東大の入試問題を想定した場合、3,000～3,500字程度である。後に述べる(2)イを参考にし、全5問をできるだけバランス良く作成できるか確認する。また、字数の調整のために、資料文として切り取った範囲の中で筆者の主張に影響の出ない部分はさらに切り取ってもよいと思われるが、そのことについて解説では触れた方がよい。

(2) 問題作成の手順について（段落関係・構成・設問のパターン）

ア 客観的読解による構成【客観的読解の方法】

(ア) 問題提起

話題の問いかけ。読者に考えさせておいて自説を展開。よって、疑問表現に注目し、その答えとなる部分を把握する。

(イ) キーワード

文章の意味を捉えるうえで重要となる語。繰り返し出てくる語をチェックする。書籍名、章の見出しからキーワードを探すのもよい。

(ウ) 結論

「つまり」「このように」「～に違いない」「～べき」などのような、まとめ・言い換え・強調表現を含むものは、筆者が問題に対してどのように考えているかが読み取れる。

(エ) 具体と抽象

筆者は、抽象的な部分（＝言いたいこと）と具体例をセットにして読者を説得しようとする。具体例を見つけて、その近辺にある抽象化された部分をチェックする。

(オ) 構造図

対比軸や展開を可視化し、全体を一目で把握できるような構造図を作成する。（別添参照）これによって解答の重なりを回避する。

イ 段落構成、段落関係を考える必要性

東大型の問題の場合、素材文が起→結になっており、4～5の意味段落に分けられるようになっている。また、傍線は各意味段落に1か所引かれることが多いので、答えが重な

らないようにするためにも、より正確な段落構成・段落関係の把握が必要になる(構造図)。問5は全体の要旨要約なので、問5の傍線を引いてから本文全体の段落構成を踏まえて、他の線を引いていくとよい。

ウ 設問のパターンと傍線の引き方

設問のパターンは大きく分けて次の3パターンである。

(ア) 理由説明(なぜか)

この型の問題は因果関係を説明する問題であるため、原因・結果を把握した上で、結果の部分に傍線を引く。正確な因果関係の把握が必要になるため、このパターンの問題作成は難しい。筆者特有の表現を含む部分などに傍線を引いて、「○○といえるのはなぜか」という発問をする。

(イ) 内容説明(どういうことか)

この型の問題は、言い換えによる内容説明問題である。傍線を引くにあたっては、指示語を含み指示内容を言い換えさせる部分、難しい言い回しをわかりやすく言い換えさせる部分、比喩表現を一般的な言い回しに言い換えさせる部分、筆者特有の表現を平易な言い回しに言い換えさせる部分などに着目するとよい。

また、二つ(以上)の物事のつながりや共通点を説明させたり、違いを説明させたりする場合もあるので、対比構造に注目をして傍線を引けるか検討する。

(ウ) 要旨要約

この型の問題は、結論部に傍線を引いて「○○とあるがなぜか(どうしてか)。本文全体の趣旨を踏まえて説明せよ」という形で問われることが多い。よって、本文全体のまとめとなる部分で、なおかつ言い換えを要する部分を探して傍線を引くようにすればよい。

エ 傍線の見直し

構造図などを用いて、各問の解答が重複しないように配慮する。重複する場合は、傍線を引く場所・長さなどを変えると解消されることがある。そのためにも見直しは必要である。

(3) 解答解説の作成について

ア 記述問題の解答作成ポイント

(ア) 設問の意図確認

「何を(どこを)読んで、何を(どんなことを)読み取らせ、何を(どう)答えさせたいか」の想定をはっきりさせておくことが前提である。設問作成時における傍線部の設定と問い方((2)ーウ「設問のパターンと傍線部の引き方」参照)の意図を見失い、解答だけが浮くことのないようにする。

(イ) 本文における解答部分を確認

解答に含むべき内容を述べている本文の箇所(もしくは段落などの範囲)を限定する。

それを本文中で言い換えていたり、説明していたりする部分もよく吟味すること。設問の意図や解答字数に対して、より適切な表現を採用するとともに、本文から乖離しないよう留意しなければならない。複数の要素に関わる設問には特に注意する。

(ウ) 適切な表現でまとめる

迂遠な表現や比喩、重複による字数合わせは行わないようにしながら、(イ)を適切にまとめる。傍線部や条件に該当しない内容は含まないようにし、助詞や接続詞のはたらきにも留意することで、筆者の意図を汲み取って過不足をなくす。この時、本文の表現を単に継ぎ接ぎしたものではなく、解答だけを読んでも意図が通じるようにすっきりした表現とせねばならない。

ここで、記述問題において問うべきは、「本文中から抜き出す力」ではないことを確

認しておきたい。難関校における記述問題は、「段落の要旨や文章全体の構成、筆者の主張を理解する力」および「適切にまとめ、表現する力」を測るものである。複数の要素をつなぐための補助線を引くような、小手先の読解ではない教養が反映される。よって、本文中における複数の要素を適切に組み合わせ、表現を工夫することが肝要である。

ただし、本文中にない高次の言い換えを用いる場合（比喩表現の意味説明も含む）は、作問者の主観による誤謬がないよう、同義であることが明確な言い換えが必要である。模範を示すとしても、解答者の読解レベルや意識（※）と乖離しないように配慮を要するところである。例えば2014（平成26）年度作成の問題においても、比喩はもちろん、「社会化」や「虚無感」、「イメージの世界」、「亀裂」など、種々の語の扱いに腐心した。（「亀裂」を「二極化」では言いすぎ、など議論しながら解答作成を行った。）

※作問者と解答者の間には読解条件に差がある。作問者は全文を把握しており、（切り取られた部分だけではなく、その文章全体はもちろん、参考文献を含めた本文以外の知識も予め知り、活用できる。）その上で解答者の理解度・表現力を問う問題を設定するため、解答に洗練されたメタ表現を使用することも可能である。しかし解答者には、切り取られた本文のみを手がかりとし、限られた知識内・時間内でのみ解答するという限界がある。

(エ) 適切な解答の形式に合わせる

a 設問の問い方に合った書き出し・文末を順守する。（理由説明の問題の「～から。」など。）

b 文字数は設問の指定を守る。（設問において解答の文字数が指定されていない場合も、解答欄のサイズを根拠とし、適切な文字数の程度を設定してまとめる。例えば、東京大学の説明問題は60字程度、要旨を踏まえた説明問題は120字程度とされる。）

(オ) 作成した解答を確認する

本文―設問―解答の関係が適正であることを、複数の目で確認する。よりニュートラルな視点を保つためには、時間をおいて複数回確認することが望ましい。

(カ) その他

解答作成時には、設問間の矛盾や重複がないことも確認しておきたい。解答者は、限られた時間内で読み、理解するために、往々にして「設問を手がかりとして本文を読む」という方策を用いる。その際、本文の主張というよりも、作問者の意図を読み取ることで、各設問に解答しながら全体を把握していくため、例えば設問における解答の重複などが、解答者に「重複するのはおかしいから、違うことを記述せねばならない」などの余計な意図を含めてしまう可能性がある。

イ 解説作成のポイント

(ア) 問い方の意図を明記する

(2)ーウ「設問のパターンと傍線の引き方」を踏まえて分類を明記する。必要に応じ、解答の形式にも言及する。

(イ) 解答部分・箇所を説明する

傍線部の表現に沿って、解答に含むべき内容を述べている本文箇所もしくは段落を特定し、必要な要素を述べる。傍線部の意図や、要旨をふまえた内容説明を加えることで根拠とする。この時、(2)ーアー(オ)「構造図」を効果的に用いて解説するとよい。

(ウ) 要素の接続を解説する

(イ)で述べた要素の関連（順接的・逆接的・並列的・添加的など）についても解説して、まとめ方のポイントを述べる。

(エ) 語句を解説する

本文中の難解な語はもちろん、解答において用いた語についても、必要に応じて解説

を加える。この時、模範解答の表現のみではなく、許容すべき表現の範囲を明示することが望ましい。実施アンケートにも、「解答に提示された表現を思いつけない」「なぜその表現になるのかわからない」などのコメントがある。どこまでが許容される表現なのか、もしくはどこからは非許容とされるのかを明確にし、その根拠をも示すとよい。もちろん、よりよい表現を追求し、語彙力・表現力を高めると共に、知識を創造的に結びつけたり、問題を多角的に思考したりすることは理想である。「なぜ模範解答の表現になるか」を理解させるだけでなく、その表現を自力で思いつく力を育むことは、授業における指導でこそ追求したいものである。

(オ) その他

設問及び解答作成時の思考の流れは、解説作成時にたどることができるよう、なるべく細かく書き残しておくこととよい。解説を読むことで解答にたどりつく手順が理解でき、客観的にも確認できることが理想である。

例えば実施アンケートの結果、2014（平成 26）年度作成の解説は、「解説を読んでも理解できない」との評を多く得ている。解答の説明こそ行っているが、解答への思考過程は示していないため、単独の教材として解き手を納得させるには不十分であったと言える。解説の作成は、授業などにおける指導にも直結する作業であるため、時間をかけて丁寧に行うべきであることを実感した。

(4) 問題作成を通して

ア 資料文について

今回は過去の模試で既に使われている評論の文章を選定し、問題作成を行った。問題を5問作ることのできる文章という観点で選定を行ったが、対比構造が一つの文章を選んでしまったため問題の重複を避けることが難しかった。東大型の5問の記述問題を問う上で、対比構造が2つ以上ある文章の選定が必要だという発見は、今回の調査研究での大きな成果であった。

高校3年生対象の模試の文章は、対比構造が複数になっているものが多い。（今回は高校2年生対象の文章であった。）日頃から対比構造の数を考えながら読解をすることで、文章選定の力が付くと考えられる。

イ 問題作成について

文章の構成を精査し、意味段落に一つの問題となるように作成した。

第一案では、「理由説明（なぜか）」の問題を問一に入れてしまった。理由説明の問題を最初に入れてしまうと、解答者はどこまでの文章で答えを出すのかわからず解答の膨らみが大きくなってしまう。理由説明の問題を入れるならば、問三・問四が適当である。また、今回の文章においては因果関係のはっきりとした理由説明の問題が作成できなかったため、「内容説明（どういうことか）」のみの5問となった。理由説明の問題が内容説明に言い換えられる問題は、問題として不適切である。

今回の問題では対比軸が一つの文章であったため、問一の内容説明と問五の要旨要約の問題の傾向が似通ってしまった。資料文の選定の段階で、段落構成を考えた資料文の選定が求められる。

ウ 解答解説の作成について

今回の問題作成の中で、一番難しいと感じたのが解答解説の作成であった。解答を考える上で再度問題の内容を改定するということを繰り返し行った。特に解答解説においては、一つの読み方に偏らないよう複数の目での検討の必要性を再認識した。

実施アンケートにより、解答者の求めているものは解答に至る文章の追い方・配点のされ方であり、作問者が示したいものは自らの意図する文章や問題を明確化させるため

の文章解説・文章の構造図である。二方面の見方が解答解説には必要であると考えられるが、ある一定の文章量に抑えることは困難であった。

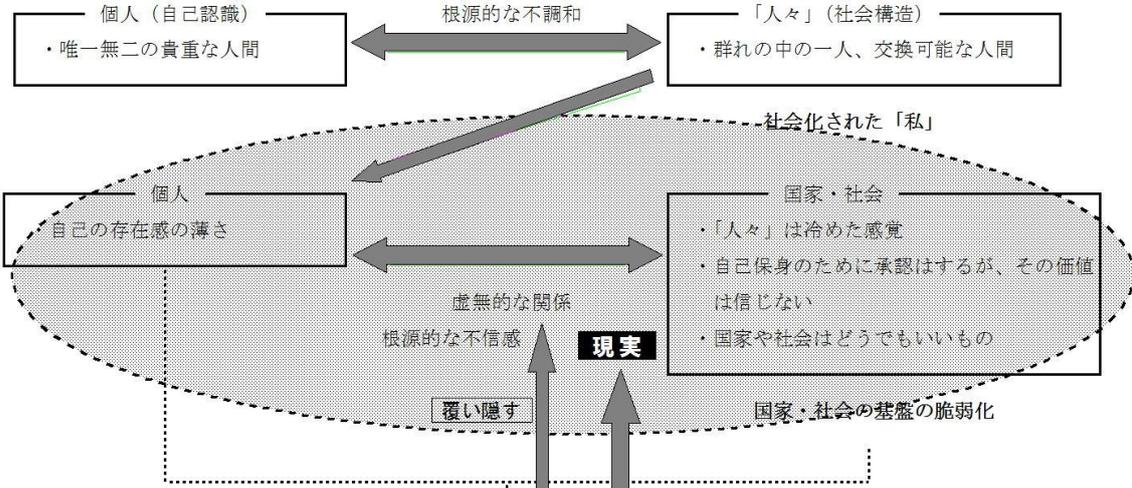
5 研究のまとめ

「大学入試問題研修会」の研究は「問題作成を通じて国語科指導法の改善を探る」ことをテーマとしている。大学入試の対策を探るのではなく、大学入試問題がどのような国語の力を要求しているのかを、実際の作問を通じて抽象化することを目的としたものである。今年度の研究では、過去数年間の活動を総括するとともに、作問をするときの方法論が具体的に順序立てされた。ここで示されたことは、従来から国語科指導で求められる教材研究のあり方そのものであった。現代文評論としてどのような素材を読ませたいか検討し（（１）資料文の選定）、教材の全体像を把握したうえで発問を設定（（２）問題作成）、さらにどのような解答が求められるかを予め想定し、解説する（（３）解答解説）。まるで暗黙知的に行われている教材研究を改めて形式知的に統合したようである。しかし、こういった統合的な教材研究と実際の発問解説の一貫性こそが国語科指導の基礎基本かつ本質であり、それが大学入試に通ずることが再確認されたのは、自校での問題作成や進学指導の有無を問わず、国語科の教員があまねく取り組むべき教材研究モデルを改めて明らかにしたのではないだろうか。

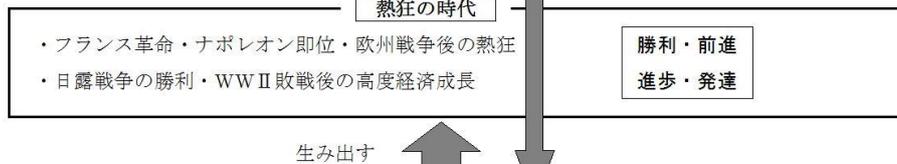
また、2014（平成 26）年度作成の問題および解答解説について、高校 3 年生対象に解答・自己採点を実施し、前後それぞれにアンケートを行った。生徒が苦手とすることとして特徴的なのは、「設問と解答の関係が理解できない」「解答の方向性は分かっても言葉が浮かばない」「先生の解説は分かるがどうすればそうなるのか理解できない」との回答が多かったことである。そのいずれも、解答例の正当さおよび自分自身の解答についての評価が生徒自身にできないことに通底している。今年度の作問研究においても、解答例案出の作業に最も時間を要した。解答すべきことの優先順位や語順、許容される表現の幅など、われわれが「書くこと」に関してどのようなことを生徒に指導すべきなのか、教員主導のままで単に口頭で説明し、また到達点を示すのみで終わらずに、評価を通じて自己に立ち返ることを含む、生徒の活動を中心に据えた取組の検討を、今後の課題としたい。

《構造図》

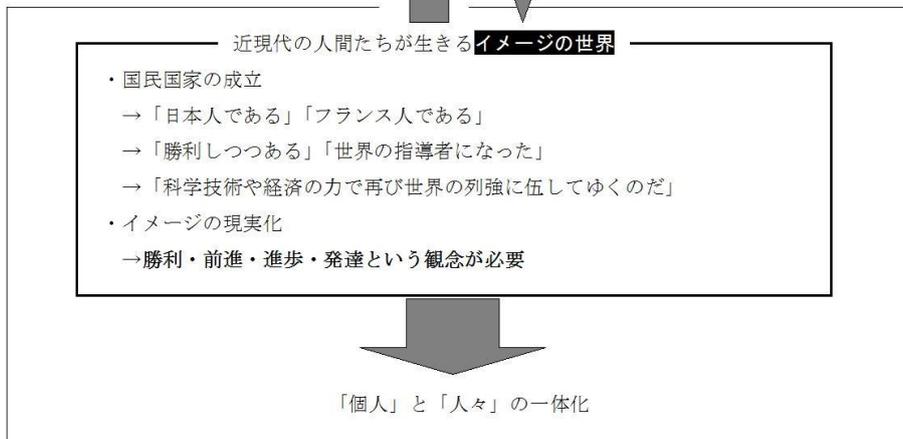
①～⑦段落



⑧～⑬段落



⑭～⑮段落



⑯～⑳段落



【地理歴史(日本史)】

1 調査研究の視点

問題作成に際し、前後に行う分析を通して、問題作成に関する必要な知識やスキルを身に付け、授業における具体的な指導の方向性を見出し、留意点の抽出を行う。本調査研究を通して得られる経験と知識は、各自の自信と質の高い指導力の源となり、埼玉県全体の授業力の向上につながることを期待される。問題研究の蓄積に裏付けられた指導力を身に付けさせ、広めることが、本調査研究の目的である。

2 研究テーマ

授業力向上を目指して～ 難関大学入試問題の作成を通して～

東京大学で出題される形式を用いた論述問題を作成する。作成した問題については、複数の高等学校で実施し、その分析結果から問題作成上の成果と課題を検証する。

論述問題の作成は、単なる用語的な理解ではなく、理解の質を意識した作問姿勢が必要となり、定期考査の作成だけでなく、日頃の授業にも影響を及ぼす。

本調査研究においては、問題作成の過程を通じ、史料の選定や設問の妥当性等を再認識し、もって教員の教科指導力の向上を目指す。

3 本年度の取組

(1) 問題作成から実施・検証までの流れについて

ア 研究協力委員会の日程

- 第1回研究協力委員会 6月 5日(金) 13時45分～16時30分
- 第2回研究協力委員会 7月 27日(月) 9時30分～16時30分
- 第3回研究協力委員会 9月 30日(水) 13時30分～16時30分
- 第4回研究協力委員会 11月 2日(月) 13時30分～16時30分
- 第5回研究協力委員会 12月 1日(火) 13時30分～16時30分

イ 第5回研究協力委員会後の日程と研究内容

- 12月10日(木) 問題提出
- 12月17日(木) 協力校での問題演習実施
- 12月18日(金) 協力校での問題演習実施
- 12月24日(木)～1月13日(水) 答案採点・解答検証
- 1月13日(水) 答案返送・解答検証報告
- 2月10日(水) 調査研究報告書完成

ウ 各研究協力委員会での協議内容

(ア) 第1回研究協力委員会

学校法人駿河台学園駿台予備学校進学情報センター センター長である石原賢一氏による基調講演が「大学入試改革と今求められる教科指導力」というテーマで実施された。最新の大学入試動向を交えながら、高校と大学が連携し、思考力・判断力・表現力や主体性をもって多様な人々と協働する態度を育成・評価する新たな入試制度の導入に関する講演をいただき、これから求められる教科指導力について改めて考える機会となった。

講演後は教科別会議が行われ、今後の会議日程を調整し、研究事業に関する目的や手法等を確認した。その際、平成25年度の大学入試問題研修会において作成された問題の

検証を行い、次回研究協力委員会までにその検証報告を持ち寄ることとした。検証は大問ごとに、研究協力委員が主担当と副担当として、作成者のねらいや答案の実態を踏まえ、以下の点で検証を行った。

- ・生徒の解答は作問意図にかなっているかを分析する。
- ・今後の問題作成のため、必要な留意点等を抽出する。

このような問題検証を具体的に行うことは、早い段階で研究協力委員の作問に対する認識を統一する上で有意義であった。

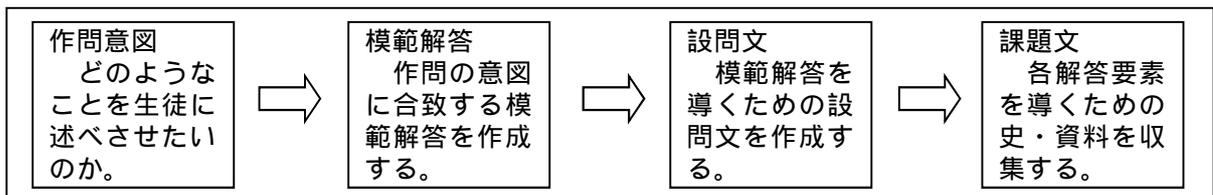
(イ) 第2回研究協力委員会

第2回研究協力委員会では各担当者から問題検証の報告がなされ、作問意図の確認と答案傾向から課題文や設問文の検証を実施した。協議の中で「生徒は問題文・資料でのみ解答を作成しようとしているのではないか」という意見が出された。また、問題演習実施時期に関して、「近現代史に関する問題は、生徒の学習進度が解答に大きく影響するため、実施時期が早いと解答要素を満たすサンプルが少なく検証が難しい」ので出題領域には注意が必要であるとの報告もあった。

最後に、次回研究協力委員会までに今年度の問題原案を作成することを確認し、作問分担の確認と大問骨子に関する検討を行った。大問1を古代、大問2を中世、大問3を近世・近代、大問4を現代として対象範囲を定めた。

(ウ) 第3回研究協力委員会

第3回研究協力委員会は、それぞれ持ち寄った作問原案について検討を行い、そこから浮かび上がる課題を明確にし、作問上の流れを確認した。



協議を重ねる過程で特に重要と感じたことは作問の意図についてである。出題者が歴史的思考力をどのようにとらえ、出題を通して歴史的思考力のどのように評価するか、そのために適切な設問、模範解答、課題文の提示が必要であることを確認した。この点を踏まえ、作問過程の基礎となる作問の意図に注力し、検証を重ねていった。

(エ) 第4回研究協力委員会、第5回研究協力委員会

第4回、第5回研究協力委員会では各研究協力委員の作問完成を目指し検討を重ねた。各問題の作問の意図を踏まえ、模範解答、設問文、課題文の検討を行った。以下は検討時にあげられた作問の要点である。

- 模範解答
- ・模範解答は作問の意図を適切に表現しているかに注意する。
 - ・教科書にある記述を解答の各要素とし、教科書レベルの解答とする。
- 設問文
- ・誤解を招いたり、別解がある設問文となっていないかを検討する。
- 課題文
- ・解釈や説明を最小限とし、史実のみを提示して解答させる。

エ 問題演習の実施

本年度は問題演習協力校として浦和高等学校(29名)、蕨高等学校(76名)、熊谷西高等学校(77名)に問題演習を依頼した。浦和高校、蕨高校は第2学年で実施し、熊谷西高校は第3学年で実施した。

オ 答案採点と検証

採点は大問ごとに25点配点とし、解答の要素により2点から5点の部分点を与えた。指定字数8割未満の答案や指定字数を超え答案については採点の対象外とした。検証は以下の方法で行った。

- ・ 解答に記述されている各要素の記述数を一覧として比較する。
- ・ 記述数の多寡から各課題文の内容との関連性を分析する。
- ・ 採点対象外の答案数や記述に関する傾向から全体的な分析を行う。
- ・ 検証を通じて明確になった傾向から、設問文や課題文について課題点を踏まえた改善策を検討する。

(2) 本調査研究を通じて期待される教員への効果

ア 教材研究に対する効果

(ア) 教科書記述の検討

一見難解に思える論述問題も教科書に基づいて作成されている。今回の研究にあたり、教科書の熟読が不可欠であった。また、ひとつの教科書にとらわれることなく、複数の教科書にわたり比較検討を重ねることで、歴史的事象について多面的・多角的に理解することができるようになると思われる。

(イ) 知識の蓄積

作問するにあたって最も時間を費やしたのが課題文の作成であった。各問に出されている課題文は解答を導き出す根拠となる。授業において、生徒の興味関心を高める目的で実物教材等を収集することには力を注いできたが、教科書記述の根拠となっている原史料を十分に意識して授業をすることは少なかったように感じた。より深く知識を蓄積することは、授業の質を高めるものである。そのことを再認識する結果となった。

イ 授業方法に対する効果

(ア) 幅広い授業の形態

解答を検証していく中で、生徒に論理的な文章を書かせるためには、講義中心の授業形態だけでは不可能であることを痛感させられた。課題文を読んで考え、それをまとめて表現する力は一朝一夕には身に付かない。我々教員が普段の授業から生徒に対して意識的に一定量の論述をさせる機会を設けるよう計画的な指導が必要となる。現在埼玉県で取り組んでいる協調学習をはじめ、アクティブ・ラーニングの要素も含めた授業形態をもっと積極的に模索すべきであると感じた。

(イ) 歴史的思考力を意識した授業の展開

論述形式の問題を解く力を育成する授業は、授業全体を通じて歴史的思考力を常に意識した展開を心掛けなければならない。単に用語的な理解を求めるような授業では、生徒にそのような力が付かないことは明白である。「なぜ」、「どうして」という生徒の疑問を大切にし、また生徒の既有的概念を揺さぶる様々な歴史的事実をどのように提示できるか、教材収集の重要性を再認識させる結果となった。

4 成果と課題

(1) 大問1

ア 成果

本研究の作問作業を通じ、改めて教科書の記述の域を少しでも超えてしまう問題は、問題として成り立たないということを実感した。今回の作業の手順として、設問に対して模範解答から組み立て、問題の精度を高めることに重点を置いた。その際、生徒にどのように答えさせたいのか、解答と設問の整合性が取れているのか、何度も確認することを全研究協力員との協議を含め、繰り返し行った。その上で東京大学をはじめ実際の大学入試問題を分析すると、一見難しそうな資料や設問においても解答の根拠が全て教科書に求められており、入試問題と教科書記述の関係性を相対化することができた。自身を振り返ると普段の授業では教科書を使用しつつ、最新の研究成果や諸説の紹介などを通して生徒の興

味関心を授業内容に向かせるために工夫を試みている。しかし、教科書記述外の内容を設問や資料に最初から含めると解答との整合性が取れず、出題者にとって基礎的な知識でも多くの受験生にとっては初見事項となり、その問題が難問ではなく奇問と化してしまうおそれがある。教科書記述に基づく発問の仕方、提示する資料・史料を精選し普通の授業でも教員が意識して生徒に演習を加えることで、生徒の知識・理解、論理構成力など、いわゆる歴史的思考力の向上に大きく寄与することができるのではないかと考える。

イ 課題

本研究の作問作業を通じて2点ほど課題を述べたい。

(ア) 資料・史料の精査

教科書記述と入試問題の関係については成果で触れたが、教科書記述が根拠としている史料等をどう提示できるか問われることが課題となる。

(イ) 採点作業の検証

作問作業に膨大な時間を費やしてしまったため、本調査研究においても採点作業については全体で協議や確認をする時間がなかった。部分点のとらえ方など解答検証を進めるにあたり、複数の疑問が生じた。採点作業は生徒の知識・理解、文章表現力などを評価として測ることができる一方で、生徒の解答は問題に取り組んだ後の生徒への事後指導として重要な資料となるため、今後は評価を含め検証が必要である。

(2) 大問2

ア 成果

今回の調査研究において、105例のサンプルが集まった。そのうち、32の解答が規定の量を満たさなかった。論述問題を解く力は一朝一夕に身に付くものではない。受験を意識させる上で、普通の授業から表現力を養っていく機会を設けていく必要があるように思える。また史料を用いずに解答した者が4分の1近くおり、既存の知識と合わせて史料を適切に用いる判断力を磨いていくことも肝心である。あらゆる情報が飛び交い、「情報リテラシー」が求められる昨今において、同様の形式の問題を解くことは、その力を身に付ける一翼を担っているのではないだろうか。自分自身、普段は座学形式の授業になっており、アクティブ・ラーニングのような活動をできているとはいえない。生徒に批判力・表現力・判断力を身に付けさせ、歴史的思考力を養っていくには、上記のような機会を定期的に設けていく必要があることに改めて気付かされた。一方、問を作成する立場としては教科書の重要性を再認識した。教科書を逸脱した段階でその問は成立せず、例え1社の教科書に記述があったとしても、受験生の間不公平が生じてしまう。満遍なく記載されている事項を取り扱い、かつ難関大学の問題として適切な問を作成する必要がある。そこで5回実施された研究協力委員会において研究協力員の間で協議を重ねていき、互いに批判・検証を行うことで教科書記述との整合性を図りながら問題を作成することができた。

イ 課題

調査研究を終えて見えてきた課題としては、課題文における資料・史料の精査である。史料を適切に用いることができなかつた生徒が数多くいたことは、生徒の知識不足のみの問題ではないと思われる。解答の要素となるセンテンスを的確に盛り込む必要があったように感じる。また設問の出し方もさらに明確に表現していく必要があり、作問の意図を確固たるものにするすることで、解答や課題文を作成することができると考えられる。設問文のみで解けてしまう問題はもちろんのこと、課題文の羅列で解答が完成してしまう問題は難関大学向けとは言えないが、生徒が解答する際に、既存の知識を結びつける史料を的確に提示することが作問者には求められていくのであろう。

(3) 大問3

ア 成果

今回の調査研究における成果として、出題者の認識と生徒の理解の間における差異を把握できたこと、論述に対する生徒の意識を把握できたことが特に有益な点であった。

今回の出題において、3つの要素を解答に要求することで、近世の外交に関する知識事項(国家ごとの関係性の違い、時間の経過を意識した理解など)を、生徒がどの程度複合的に理解できているかを把握することを意図した。出題者の予想としては、3つの要素を関連させて論述できる生徒が複数名いると考えていたが、結果として、個々の要素は解答できても、3つの要素を関連させて解答できた生徒は見られなかった。

上記の結果から、生徒は個々の知識事項は十分に理解ができていても、関係性や因果関係を系統的に理解することは充分でなかったことが推測できる。教員は、1年間の指導計画を作成する中で、個々の単元をどのように系統立てて指導するか、大変苦心して展開を考え、計画を立案する。そうして作成した計画に基づき教員が授業を行うが、生徒にいかに関与の連続性を認識させ、系統立てた理解を定着させることができるかが、学力伸長に大きく関与するだろう。教員と生徒の間に生じる差異を分析し、課題点がどこにあるかを適切に把握して、その解消に向けた取組を実施するという体系的な指導を、勤務校の指導においても十分に意識したい。

また、採点を行う中で、全く論述ができず白紙の解答も散見された。これは、生徒の論述に対する意識を反映していると思われる。一般的に、日本史は暗記科目と見られがちであり、生徒の中には、日本史で学習する知識量の多さに、どうしても歴史的事象を個々の知識として理解してしまう者もいるのだろう。そのため、系統立てた理解に基づく論述形式の出題が敬遠されるのであろうが、それでは歴史の本質的な理解には結びつかず、思考力の育成にもつながらない。普段の問題作成から論述形式の出題を今以上に取り入れることで、生徒の意識の変革を図る必要性を痛感した。

その一方で、論述されていた答案の中にも、設問が要求した内容とは異なる要素を書き記したものが複数見られた。相手が要求する内容を適切に把握し、それに対して自らが論理的に考え、他者に分かるように文章を作成する力は、地理歴史にとどまらず全ての教科に共通し、学力を伸長させるためには必須のものであると考える。その点においても、論述の練習を様々な場で設ける必要があると実感した。

イ 課題

今回の取組で認識できた課題のうち、教員の問題作成に対する意識が最も重要な点であると考えられる。

教員は、問題の作成と分析を通じ、生徒の学習状況の把握を行うが、普段は様々な校務にあたる中で作問を行わなければならないが、今回の調査研究のように十分な時間を使い、他の教員と協議しながら問題を作成することは難しい。しかし、生徒の学力や歴史的思考力といった様々な力を把握するために、出題する教員の側が、どのような意図をその問題に込めるのか、明確にしなければいけないことを強く実感した。

また、この点に関係して、出題に込めた教員の意図が適切かどうか、そのための史・資料の提示の仕方が適切かどうかの吟味が大変重要であることも痛感した。「(1) 成果」で記した教員と生徒の間に生じた差異は、今回の調査研究において、史・資料の提示の仕方に大きな原因があったと感じている。今回の場合では、出題者側が着目してほしい点を生徒は重視せず、別の点に注視して解答する傾向が強かったため、上記のような差異が生じてしまった。出題自体が成立するかどうかも含めて、解答の要素として不可欠な史・資料を吟味して提示する力が教員の側に求められていることを強く認識した。こうした力量は普段の問題作成を通じて培われるものであり、問題作成にどのような意識で臨むかが教員

の資質を向上させ、引いては生徒の学力向上に大きく関与するのだと感じている。

(4) 大問4

ア 成果

大問4は明治初期北海道で制定された屯田兵制度について、多面的理解を評価する意図で作問を実施した。作問過程と採点・検証を振り返り、本調査研究に関する成果を述べる。

(ア) 作問を通じ教員の教科指導力向上が期待できる。授業目的が「知識量の増加」のみでは歴史的思考力を評価する論述問題には対応できないと改めて認識し、「学んだ生徒が何をどのように表現できるようになったか」を見据えた授業展開や評価を考えるようになった。

(イ) ジグソー法での教材が利用できる。作問はジグソー法の教材からのアレンジであり、ジグソー法の教材作成過程と本調査研究の作問過程には同様の思考過程があることが分かった。歴史的思考力のどの側面を、どのような史・資料や素材を用いて生徒自身に語れるよう教材化するのかという思考過程である。今後は他のジグソー法の実践例をアレンジし作問することができれば、作問テーマ選びや資料探して効率的作業が期待でき、作問時間の短縮とより長時間の検証時間確保ができるのではないかと。

イ 課題

熊谷西高等学校で実施された答案数78のうち、課題文内容の繰り返しにより採点対象外とした答案が10、未解答や指定字数8割未満で採点対象外とした答案が36存在した。これは、大学入試センター試験やマークシート形式の入試への対応で追われ、論述問題への準備ができていないために現れた結果であると考えられる。また、実施時期も現役の生徒には難しい時期であった。効果的な検証を実施することの難しさを感じた。

また、検証内容の報告まで含めた研究協力委員会の日程の確保は課題である。5回の日程ではこれだけ膨大な調査研究は困難であると感じた。今後この経験を活かし、更なる調査を続け、自己の授業力の向上に努めたい。

5 研究のまとめ

今回の調査研究のまとめ、成果と課題の総括としてここで3点ほど述べたい。

(1) 史料収集の難しさ

問題の作成にあたり、全ての研究協力委員が実感した点として、史料収集及びその適切な利用の難しさがあげられた。今回の調査研究は、東京大学の入試問題を想定した問題作成を行い、各研究協力委員はそれぞれ作成する設問の意図を明確にする史料の収集に努めた。作成当初、各研究協力委員は、最新の学説に基づく論文や書籍を読み込み、新しい視点を得た設問づくりを試みた。しかし、実際に作成可能なのは、あくまで生徒が教科書を使って学習する内容であり、課題文で求めるレベルはあくまで教科書記述の範囲内である。そのため、各研究協力委員は、史料と教科書記述の整合性をとり、求める解答を的確に縛ることのできる史料の選定に苦しんでいた。また、教科書記述の根拠がどの史料にあるのか、日頃授業で指導している内容の根拠が明確にならない部分もあり、教壇に立つ者として持つべき知識の深さがいかに重要であるかを再認識したようである。

生徒の歴史的思考力を育成するためには、様々な手法が考えられる。例えば歴史家は多くの史料を多面的に駆使してその確定を図ろうとする。史料には様々な解釈があり、その確定は大変困難を生じる。これを生徒に追体験させるなどは有益な体験となる。また歴史的事象を比較検討し、常に解釈するために根拠を求めるように指導することなども表層的な理解にとどまっていたものをさらに深化させることになるかと考える。

今回の調査研究では、作問の意図に沿った史料の的確な選定とその提示方法に関して議論を重ね、期待する解答に導くために、設問文の一言一句にまでこだわって各回の研究協力委

員会で多くの時間を費やした。その議論は、私たちの授業実践が単なる歴史的事実の伝達ではなく、常に解釈の根拠を提示できているか振り返ることができた。

(2) 論述問題への取組む姿勢を育てる

次に、生徒が論述問題へ取組む姿勢をどのように育成していくかがこれからの課題であると考えた。学校現場での授業は、大学入試を見据えて、歴史的な用語等の暗記を中心とする知識伝達型の授業がその大半である事実是否定できない。1月の大学入試センター試験までに教科書を最後まで終わらすためには、かなりの効率的な授業運営が求められる。また、入試問題自体も膨大な解答を短期間に処理していくために論述形式を用いる大学は限られており、様々な要因が高等学校における授業スタイルを限定させてしまっている。

しかし基調講演でもあったように今後の大学入試改革によって、高等学校の授業にも大きな変革が求められるようになる。授業で目指すべきものが変わっていかねばならないのである。

現行の学習指導要領において、歴史的思考力の育成の手立てとして「歴史を考察し表現する学習」の重視が一層明確となった。日本史Bでは「解釈」「説明」「論述」という3つの段階を設定し、日本史Aについても「近代の追究」「現代からの探究」などを通じて同様の学習活動を行うことが期待されている。

生徒の歴史的事象についての認識を深めたり、その意義をより深く考えたりするために、論述演習等は、その考えたことを表現する機会となるので、計画的に取り入れるべきであることは言うまでもない。教員が作成するワークシートも単に空欄を埋めるだけのレベルからの脱却が必要である。

ただし、生徒の論述する力が短期間で身に付くことは難しいのも現実である。埼玉県では東京大学 大学発教育支援コンソーシアム推進機構(CoREF)との連携により知識構成型ジグソー法による協調学習を導入している。この事業における成果報告を見るに、「生徒の学びが見えてきた」とある。まだまだ研究途上の部分もあるが、生徒が互いに説明したり、討議したりする「協調的な学びの場」を設定するこの手法にも様々なヒントがあると考えられる。

(3) 教科書分析の有効性

最後に、本研究を通じて把握できた点として、授業を行う教員こそ教科書の正確な分析が必要であると気付いた。問題を作成する過程で多くの教科書を比較したが、改めてその記述の違いに気付かされた。最新の研究動向を踏まえ、かなり踏み込んだ表現をする教科書もあれば、これまでの表現を薄めたり、本文から欄外に移動したりと各社の対応は様々であった。生徒は各高等学校にて選定した一つの教科書によって学習する。しかし、それぞれの事象には様々な解釈があり、検定を通過した教科書にもそれぞれの特徴がある。生徒に多面的・多角的な学習をさせるためには教員が、複数の教科書記述から新たな発見をし、さらにその記述にはどのような意図が含まれているのかを調査分析し、生徒がより深い歴史認識と歴史的思考力を育成するための教材研究が不可欠である。

幸いなことに埼玉県は、生徒の多面的・多角的なものの見方・考え方を育てるために、地理歴史科、公民科の教員に対して、「指導資料集」を配布するとともに、すべての教科書会社の教科書を提供している。日々の教材研究において、教科書に向き合うという極めて基本的な作業の必要性を再認識することができた。

今回の調査研究の目的は、各教員の授業力向上にあった。研究を通じて各委員が成果・課題として認識できた点を、それぞれの勤務校での指導に活用することが重要であり、その責務を十分に果たすつもりである。

【数学】

1 調査研究の視点

現在、新しい学力観に基づいた指導が求められている。具体的には、学習者が能動的に取り組めるような学習形態を取り入れて、自らが課題を見つけて、課題解決に向けて取り組んでいける学力を付けさせることが必要とされている。それには、大学入試改革も必要不可欠であり、大学入試も大きく変わろうとしている。現在のテストは、限られた時間内に正解を答えるという効率性に重点が置かれているが、今後は、子供たちの問題解決能力や課題解決能力を引き出すテストに変えていく必要がある。数学科においては、今までの記述式の問題を踏襲しながらも、学習者に反復練習を強いるような偏った入試問題からの脱却が必要とされている。この数学科の調査研究では、反復練習を強いるような入試問題から脱却して、どのような視点での問題作りが必要となってくるのか、そのためには、教員がどのような力を付けていく必要があるのかを研究の視点として取り組んだ。

2 研究テーマ

数学の問題における多面的視点の重要性とその実践

高校数学の問題においては、一つの問題を解くには、やり方だけを知っていれば解ける問題もある。ただそれだけでは、反復練習を強いるだけで、数学の本質である本当の面白さや美しさを伝えることはできない。数学の本質を伝えるためには、一つの問題でも、実は多面的な要素をもっていることを理解することが必要である。今回の調査研究では、具体的に問題作成を行うことで、数学の問題における多面的視点の重要性を研究する。

3 本年度の取組

(1) 多面的視点をもつことの重要性の把握

この調査研究を進めるにあたり、数学科では早稲田大学大学院教育学研究科の渡邊公夫教授に問題作成を行う上でのポイントを講義いただいた。その後、調査研究協力委員が作成した問題について、指導講評をいただいた。渡邊教授から講義・指導を受けたことで、調査研究協力委員は、以下のような意識をもつようになった。数学を教えることは単に知識を伝えるだけではなく、また計算がただできるようになるだけでもない。また数学は、一つの単元だけで完結した内容になっているのではなく、他の単元とも密接に関係しており、日常生活の中で、大変役立つものである。そのため、与えられた式の意味を読み解き、一つの問題の中に多面的視点を見つけることが重要であることを把握した。

(2) 多面的視点を重視した問題作成の実践

数学科として調査研究協力委員を5名に委嘱した。調査研究協力委員は渡邊公夫教授から、問題作成を行う上で大切になってくることはどのような視点か、ということ具体的な事例が盛り込まれた講義を受けた。それを踏まえて、調査研究協力委員には難関大学を目指す生徒向けのオリジナルの問題を、数問作成してもらった。渡邊教授に指導を受けた後、調査研究協力委員同士で内容の精査を行い、多面的視点を重視した問題を作成してきた。作成した問題については、資料編に掲載してある。

4 成果と課題

(1) 成果

ア 数学科における多面的視点の重要性について

(例題1) $(2+i)(3+i)$ を計算しなさい

上記の問題を解くだけなら、数学Ⅱ「2次方程式」の単元において、虚数単位の定義に基づいて、計算問題として取り扱うだけでも十分である。しかし、数学Ⅲまで学習しているならば、複素数平面を導入して、複素数平面の各点が複素数を表していることを学習し、数学Bの「ベクトル」と関連づけて、複素数の和、差および実数倍の図表示を学習することも可能になる。また、複素数 z の絶対値を r 、偏角の大きさを θ として、 z を極形式

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

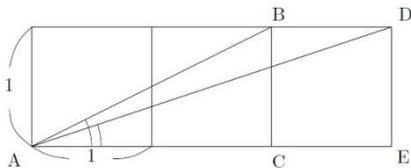
で表現し、さらに、2つの複素数の積、商が

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)), \quad z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) (\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2))$$

で与えられることを三角関数の加法定理を用いて導き、複素数の積、商の幾何的な意味を理解することもできる。これらにより、複素数の図形的表現が定着し、複素数も実数と同様に仮想の数でないことを理解することができる。これらの扱いを通して、複素数の諸演算が平面上の図形の移動などに関連付けさせることもできるようになる。

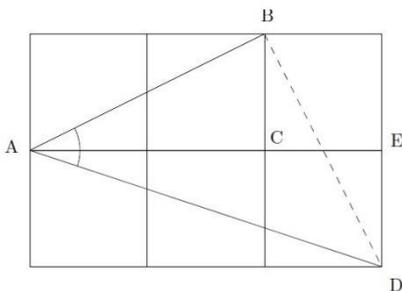
具体的には、渡邊公夫先生から、例題1の計算は次のような図形の問題との接点があることを教えていただいた。

(例題2) 下の図で $\angle BAC + \angle DAE = 45^\circ$ であることを示しなさい。



この問題はペレリマンの問題と言われるもので、中学入試でよく出題されることがある有名な問題である。ただし、中学入試では、この問題の解法を知っているかどうかが大きなポイントになってくる場合が多い。この問題の解法には一般的に以下の手法が用いられる。

(例題2の解答)



左図のように点Dを直線AEに対して、折り返すと、三角形BADは直角二等辺三角形になる。そのため、 $\angle BAD = 45^\circ$ となり、 $\angle BAC + \angle DAE = 45^\circ$ となる。

問題を解くという目的だけなら、以上の解答で十分である。「 $\angle BAC$ と $\angle DAE$ の具体的な値が分からないのに足し算をした値は求まる」というところに価値を見出すことができるが、このままこの問題を終わりにしたら、数学的な面白さがなくなってしまう。この問題は、次のような2つの数学的な発展を考えると、渡邊先生はおっしゃる。

(i) 傾きへの発展

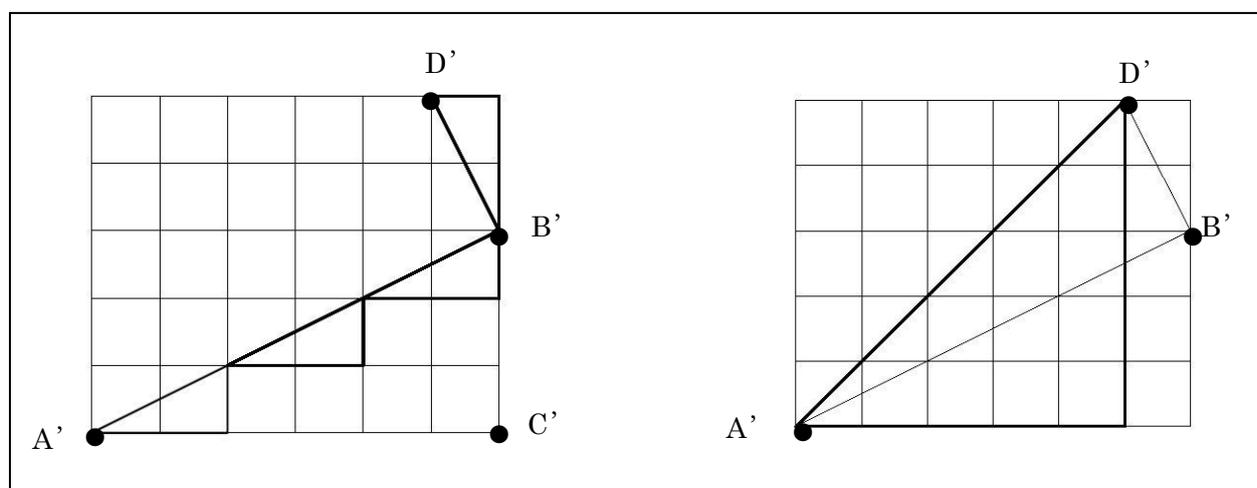
例題2において、 $\angle BAC$ を角度から傾きに乗り換えると $\angle BAC = \alpha$ は、傾きが $1/2$ の直線の角度と考えられ、 $\angle DAE = \beta$ は、傾きが $1/3$ の直線の角度と考えられる。そして、 \tan の加法定理を利用して $\tan(\alpha + \beta)$ の値を求めると、 $\tan(\alpha + \beta) = 1$ となることから、 $\alpha + \beta = 45^\circ$ となることが分かる。このように小学校で学習する角度を求める問題が、直線の傾きの問題に帰着され、そして、数学IIで学習する三角関数の加法定理の重要性に結びついてくる。同じ内容でも、取扱い方次第で、小学校で習う算数から高校で習う数学まで幅広く学習する題材とすることができ、数学の面白さや数学の奥深さが伝わってくることになる。

(ii) 複素数への発展

また例題2の三角形BACにおいて、 BC/AC が $1/2$ になることを、右に2、上に1進んだものにとらえなおす。点Aを原点とすると、点Bは複素数 $2+i$ を複素平面上に表したときの点となる。また例題2の三角形DAEにおいても同様に考えれば、点Dは、 $3+i$ を複素平面上に表したときの点となる。

ここで、下図のように考えると、三角形 $B'A'C'$ は $B'C'/A'C'$ の値が $1/2$ の三角形であり、三角形 $D'A'B'$ は $D'B'/A'B'$ の値が $1/3$ の三角形となる。点 A' を原点とすると、点 D' は、複素平面上では $5+5i$ を表す。つまり複素平面上で、傾きが $1/2$ の三角形と傾きが $1/3$ の三角形の傾きを合わせることと、複素数の積の計算が $(2+i)(3+i) = 5+5i$ となることは、 $i^2 = -1$ とすることで整合性がとれることが分かる。

渡邊先生は、このように中学入試で扱われる角度の問題が、高校数学で習う複素数まで発展することができ、複素数の素地を養うことができると指摘している。つまり、複素数の問題は計算だけで終わってしまいがちだが、一つの教材を多面的な視点で見えていくことによって、数学の本質や面白さが見えてくることを教えていただいた。



イ 多面的視点をもった作成問題の紹介

ここでは、調査研究員がどのような意図をもって、問題を作成したのか紹介する。

問題は、単に解き方が分かれば良いというものではない。問題を解ければ良いというだけならば、解き方だけを覚えれば良いということになってしまう。多面的視点をもった問題を取り扱うことで、数学の本質を分かってもらい必要がある。そのための重要な視点の一つとしては、問題の背景に高等数学の内容を持たせるということである。例えば、問題A-1の背景には、初等整数論のベズーの等式がある。ベズーの等式とは、「 a をでない整数とし、その最大公約数を d とするとき、 $ax + by = d$ となる整数解 x, y が存在する」というものである。高等数学の内容が問題の背景にあることで、発展性も出てきて、多面的視点をもった問題になる。また、整数問題である問題A-1と問題D-2では、「整数解を得るための式変形」、「格子点を数え上げる工夫」等、解析的な発想と幾何的な発想の両方の大切さを分かる問題となっている。また単元の重要性を認識させるような問題作りも大切である。問題B-1は、ベクトルの良さを認識できる問題である。媒介変数を用いた問題として、グラフをかくだけで終わらせることもできるが、ベクトルや複素数を使えば、「拡大・平行移動・回転」といったグラフ移動もできるようになるという良さを実感できる問題である。問題C-2は、平面幾何を代数的視点でとらえ直した問題である。また、教科書レベルの易しめの問題の条件を変えることで、より奥の深い問題に難化させたのが問題D-1である。この類の軌跡の基本問題は、代数的な処理によって方程式を求めることができる場合が多い。しかし条件を変えることで、問題を違った視点から見る必要が出てきて、点の軌跡を方程式として求めるといった解析的な問題から、基本的な図形を動かして領域を求める幾何的な問題としてとらえ直すことの重要性が分かる問題である。日常生活の中に潜んでいる数学を問題として扱うことも、物事の本質をとらえる上で大切なことである。問題E-1は物体の重心、問題E-2は物体の衝突、問題C-1、問題E-5は日常に潜む曲線について扱った問題である。日常起こっている事象をモデル化して、数学的にいうとどのようなことか考えさせることで、問題解決能力を付けさせる問題とすることができる。渡邊教授から講義を受けたことで、多面的視点をもった問題を作成することができた。パターン化した問題をどう教えるかではなくて、多面的視点をもった問題を扱うことで、数学の面白さや美しさを伝えることが大切である。

(2) 課題

この調査研究を通じて、多面的視点を持った問題を作成し、子供たちにもそのような問題を演習させることの重要性が分かった。入試問題では、難関大学になればなるほど、多面的視点を持った奥深い問題が多く出てくる。反復練習だけ行っても解ける問題ではない。しかし、入試問題を行う段階になって、初めて多面的視点のある問題を生徒にやらせても、手も足もでない状況になる。そうならないために、普段から教科書レベルの内容においても、多面的視点を持って授業を行っていく必要がある。教科書の内容を教えるだけでは、単元ごとに内容が分かれているために、他の単元との関連性や日常生活にも役立っていることを伝えることは難しい。数学の美しさや面白さを伝えるためには、単元ごとのつながりを意識して、教材研究を行う必要がある。また、教科書には、「…であることが知られている」と記述されている箇所が多くある。渡邊教授からは、そこに数学の面白さが多く隠されており、問題を作る上でのヒントも隠されていることも教わった。教員は普段から教科書には表れてこない数学の面白さを見つけていくように教材研究を行っていく必要がある。さらに、教科や単元の枠を超えた幅広い知識を身に付けるためには、自分一人で教材研究を行うだけではなく、他の教員と情報を共有するために外の研修にも参加することが大切である。以上のような教材研究が必要であるという意識を教員自身が持ち、実践することが課題となってくる。

5 研究のまとめ

(1) 問題作成による教員の成長からみえる問題作成の重要性

渡邊教授から講義を受ける前までは、研究協力委員の先生方は、入試問題とは正しい解答を導くことが一番重要であると考えていた。そしてその正しい解答を、どのようにしたら分かりやすく解説できるかという点が、教員の重要な仕事として考えていた。しかしそれだけでは、子供たちが本当の数学の力を身に付け、難しい入試問題が解けるようになるのは難しい。子供たちに本当の数学の力を付けさせるためには、問題の本質を見抜く力を身に付けさせることが必要になってくる。そして、教員は単に問題の解説に終始せず、問題の本質を伝えるために教科書に載っていること以上の教材研究が必要になってくる。教員は、入試問題を解くという作業だけから、入試問題を作成するという作業を通じて、上辺だけの解く力ではなく、問題の本質を読み解く力がつき、成長していくことになることが分かった。

(2) 生徒の解答からみえる問題作成の重要性

生徒に実際に解いてもらった問題の中でも、問題B-1、D-1について、生徒の答案の状況を説明する。

問題B-1の媒介変数で表された関数については、増減表は正しくかけているが、グラフを正しくかけている生徒はいなかった。つまり、この媒介変数で表された関数は、2次関数のグラフを回転させたものであることに生徒は気付いていなかった。生徒は、増減表をかくことで、グラフがかけるということは、習って分かっているが、増減表をかかなくても今まで習った関数を使うことでグラフはかけるという発想まではたどり着いていなかった。生徒の数学的な思考は單元ごとに区切られているからだろう。

問題D-1をやった生徒の感想の中に「座標で考えたら、全然だめでした。平面上で動く点がいくつかあるときには、一方を固定するという考え方がいかに必要かよくわかった。」というものがいくつかあった。円、正方形、動点といった問題や軌跡という問題があったとき、生徒は座標を持ち出して、文字式を使って問題を解決しようという習慣がついている。この問題においても、多くの生徒が、座標を導入して解析的に問題を解決しようとしていた。しかし、この問題の本質は、図形がどのような動きをするかとらえることにある。2つの図形を動かしたときに、その中点がどのような動きをするかイメージすることが大切である。すぐに、解析的に解こうとしないで、2つの図形とも動くときは、一方の図形を固定して、片方ずつ動かすことが大切である。パターン化されたやり方でなく、様々な角度から解き方を考える重要性が分かる問題である。

この調査研究を通して、教員が問題作成を行うことで、問題の中にある多面的視点を見抜く力がつき、教員自身が成長し、それによって、生徒の数学的思考の向上させることが分かった。また問題作成という実践を通して、多面的視点の問題作成に関するコツも提示できた。今後も子供たちの数学的思考の向上のため、問題作成を広めていきたい。

【理科（物理）】

1 調査研究の視点

高等学校の理科では、平成 24 年度入学生より学習指導要領の改訂に伴う、教育課程の見直しが行われた。改訂の経緯として、OECD の PISA 調査などから、思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題があることが報告されている。特に理科では科学的な思考力・表現力の育成を図ることが課題としてあげられる。また、理科の目標にある科学的に探究する能力と態度を育てるために自然現象の中から問題を見出し、観察や実験などを通して、科学的に探究する能力を育てることもあげられる。

さらに、物理においては物理学的に探究する能力と態度、基本的な概念や原理・法則の理解が必要とされる。そのためには、多くの知識を習得するだけでなく知識を活用する習慣を身に付け、いくつかの事象が同一の概念によって説明できることを見出したり、原理・法則を新しい事象の解釈に応用したりする能力を養うことが重要である。また、基本的な原理・法則は、個々の理解にとどまらず系統的な理解まで高め、総合的なまとまりのある構造として全体をとらえられるようになることが重要である。

2 研究テーマ

思考力を問う問題作成を行い、作成した問題の分析を通して授業力・指導力向上を図る。

物理においては、基本的な概念や原理・法則の理解や多くの知識を習得することにとどまらず、原理や知識を基にいくつかの事象を同一の概念によって説明したり、新しい事象の解釈に応用したりする能力を養いたい。そのために生徒にとって初見の問題を作成することで、知識を活用する習慣が身に付くようにする。また、問題を解答するためには、原理・法則を組み合わせることが必要な問題を作成し、原理・法則を個々の理解にとどまらず、系統的な理解まで高めることが必要である。

そのため、問題作成においては、問題実施前に生徒の解答や誤答を予想することで上記のような意図に基づいたものが作成されているかを確認する。その後、問題を実施し解答を分析し、作成意図から生徒が大きく逸脱することなく解答することができたかを確認する。

その際、最終的な解答よりも解答にたどり着く過程を重視し、生徒の思考力や応用力を評価する採点基準に基づき採点し、分析を図る。

3 本年度の取組

(1) 難関大学入試記述模試の事前準備

昨年度、入試問題研修会にて問題を作成した。研究協力委員会では、はじめにその問題の見直しを行った。そして、採点基準や評価に関しても議論した。

また、誤答予想を行い生徒のつまずき等の分析を行った。

(2) 模擬試験実施と採点について

模擬試験を大宮高等学校（物理選択者）と越谷北高等学校（物理選択者のうち希望者のみ）の生徒 93 名に対し模擬試験を実施した。各校の学習内容の進度の違いを考慮するとともに、夏季休業中の生徒の学習意欲を向上させるため、実施日は 2 学期初めとした。

実施後、採点を行い、得点率をまとめた。また、誤答を取り上げ、事前に予想した誤答と比較し、各自レポートを作成した。

(3) 問題分析について

(2) で作成したレポートに基づき、外部講師を招聘し、問題分析を行った。力学分野

においては、幅広い知識とその知識を活用することができるかということにねらいを置いたが、計算力・運動理解など基本事項の修得が不十分であることがわかった。電磁気分野は教科書では取り扱わないような初見問題に対して、その場で理解できるかどうかを問うような問題であったため、平均点が4点と最も低く、難易度の高い問題となった。波動分野では幾何光学と光の干渉の理解力を問い、思考力、応用力を評価するねらいであったが、その前提となる幾何学、屈折の法則の間違いが多く、ねらいを達成できなかった。

誤答をうまく拾い上げ、その理由を読み取ることが指導のポイントにつながる。それを踏まえて、丁寧な解説書を作成することが望ましい。

4 成果と課題

(1) 成果

ア 第1問、力学分野について

・問題の特徴

力学分野における幅広い知識とその活用の力を評価することをねらいとした。また計算力や運動の理解とグラフ化の力も求められている。

・作成で注意した点

力学分野における様々な現象をより多く取り入れるようにし、さらにどのような運動が起きているのかを理解しやすいように作成した。また、解答できない間があっても、途中から解答できるように出題した。

・誤答・難易度予想

問題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
正答	$\frac{4mg}{k}$	$\alpha + \beta = 2\gamma$	$5m\alpha = T - 5mg$	$-\frac{4}{7}g$	$-\frac{120m^2g^2}{7k}$	$4g\sqrt{\frac{m}{7k}}$	$\frac{3}{5}V$	イ
誤答予想	$\frac{8mg}{k}$	$\alpha + \beta = -2\gamma$	$5m\alpha = 5mg - T$	空欄	空欄	$2g\sqrt{\frac{2m}{k}}$	$\frac{\sqrt{15}}{5}V$	カ
難易度	A	B	B	C	D	D	B	C

*難易度：予想正答率 A：100%～ B：75%～ C：50%～ D：25%～

・実施後の分析【正答率・無答率】

問題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	合計
正答率	97%	30%	62%	10%	8%	9%	48%	33%	37%
無答率	0%	6%	1%	22%	36%	41%	37%	16%	20%

(2)のように無答が少なく、正答率も低いこともあった。このことから全く理解できていないわけではないが、正しい理解をしていないということがうかがえる。

・主な小問についての分析

(2)の正答率は30%で、 $\alpha = \beta$ や $\alpha = -\beta$ などの解答が多いことから相対的な運動についての理解が不足していることが分かる。また、問題文の誘導も理解できていない解答が多く、予想していた符号による間違いはなかった。この間は選択問題としたほうが解答しやすかったと考えられる。

(4)の正答率は10%であった。計算力が求められるので、予想通り空欄が最も多かった。条件となる式を16%が1つ、11%が2つ、3%が3つまで立式することができていたが正解にたどり着くことができなかった。式を連立して解くという解決の見通しは立っていたと考えられる。

(5)の正答率は8%であった。(4)の解答が必要ということから、36%が空欄であった。最

も多かった誤答は $T=6mg$ として計算したものだった。運動する物体にはたらく力についての理解が不足していることが分かる。また、負の仕事について理解しているものも 25% 程度であった。

(6)の正答率は9%であった。(4)の解答が必要ということから、41%が空欄であった。誤答も予想通り、張力を無視しての力学的エネルギー保存で導かれた解答が 23%で最も多かった。力学的エネルギー保存の法則が使える場合についての理解が浅いことが分かった。

(8)の正答率は33%であった。31%は予想通り 0 s のときの位置を振動の中心と考えて間違えている。選択肢の問題であったが、すべての選択肢が選ばれており、考えさせる選択肢になっていた。

イ 第2問、電磁気分野について

・問題の特徴

難関大学入試と同程度となるように、教科書では扱わない「電気鏡像法」について問題文中で解説をし、その概念をその場で理解できるかどうかを評価する問題とした。

・作成で注意した点

高校物理の基本が身に付いていれば解き進められるように、ヒントとなる小問を前半に複数取り入れ、図形の知識で解に到達できるような設定とした。

・誤答予想

ヒントとなる前半部分で、電場と電位を混同する生徒が若干名存在するのではないかと考え、前半では点電荷間の距離を与え 0 V の等電位面である球の半径と中心を求める設定としたが、後半では 0 V の等電位面である導体球殻の位置を与え電荷間の距離を求める設定としたので、導体球殻の中心に電荷があるとする生徒が存在すると考えた。

・実施後の分析【正答率・無答率】

問題	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	合計
正答率	60%	59%	34%	7%	1%	2%	3%	1%	20%
無答率	3%	15%	23%	51%	76%	50%	28%	90%	42%

平均点が4点程度と、選抜試験として使うには難がある結果となった。(1)と(2)は電位の問題としては基本的であるので、もう少し高い得点率を予想していた。(3)～(5)及び(8)に関しては前問の正解が前提となるため得点率は低いものとなった。(6)は二者択一、(7)は選択肢による解答形式を採用したこともあり得点率は上がった。

・主な小問についての分析

(1)及び(2)「電位が0の場所を探す問題」において電位と電場の式を混同する生徒は、1割未満と少なかった。それにも関わらず得点率が6割程度になったのは、電位が0の点は2つの電荷間を電気量の比に内分若しくは外分する点であるという認識が無かったことによると思われる。

(3)「円の中心と半径を求める問題」において(1)と(2)が解けたほとんどの生徒は、求めた点が円の両端であると見抜いていたにも関わらず円の中心座標の算出には至っていなかった。これは、(1)と(2)の点を「座標」として扱えていないことに起因していた。半径の算出はできていた。

ウ 第3問、波分野について

・問題の特徴

教科書では、レンズにおいて光軸に平行な光線が焦点に集まる理由など、数学的に細かい点まで扱わない。本問は平凸レンズを題材に、焦点距離とレンズの曲率半径との関係や、レンズの公式の導出につながる関係式を問い、幾何光学と光の干渉の理解力を確認するとともに、思考力・応用力を評価する問題である。

・作成で注意した点

問題の難易度は高く設定した。小問ごとでは難易度の低い問題も入れ、受験者の力によって得点が分散するようにした。また、図を描かせる問題や、文章で記述させる問題も入れ、受験者の力を多面的にみられるように作成した。

・誤答・難易度予想

問題	(1)	(2)	(3)ア	(3)イ	(3)ウ
正答	$\frac{\gamma + \delta}{\gamma}$	$\frac{R}{n-1}$	$\sqrt{f^2 + h^2}$	$(n-1)(R - \sqrt{R^2 - h^2}) + f$	$\frac{R}{n-1}$
誤答予想	$\frac{\gamma}{\gamma + \delta}$	空欄	$n\sqrt{f^2 + h^2}$	f	空欄
難易度	A	B	A	B	C

問題	(4)	(5)	(6)	(7)
正答	略	$\theta_1 = \alpha \quad \theta_2 + \theta_3 = \gamma$ $\theta_4 = \beta + \gamma$	$\frac{\alpha + \beta + \gamma}{\gamma}$	$\frac{n-1}{R}$
誤答予想	略	空欄	空欄	空欄
難易度	B	A	C	D

*難易度：予想正答率 A：100%～ B：75%～ C：50%～ D：25%～

・実施後の分析【正答率・無答率】

問題	(1)	(2)	(3)ア	(3)イ	(3)ウ	(4)	(5)	(6)	(7)	合計
正答率	54%	7%	84%	20%	6%	8%	49%	3%	0%	20%
無答率	1%	3%	10%	47%	76%	20%	20%	44%	83%	34%

20点満点で全体の平均点が5.3点であった。幾何学、屈折の法則の誤答が予想以上に多く、これが全体の正答率の低さに大きく影響した。理解力をみる問題で正答率が下がり、思考力、応用力をみる問題に進めるものが少なかったことは、問題作成のねらいから外れてしまう結果となった。

・主な小問についての分析

(1)の正答率は54%であった。この問では屈折の法則を理解しているか、微小角の近似を適切に使えるかを評価する問題であった。屈折の法則を間違えて覚えている場合の誤答 $\gamma/(\gamma + \delta)$ が23%と高かった。誤答の中では一番多いと予想していたが、2割以上のものが解答するとは予想していなかった。

(2)の式と図の両方正答のものは7%であった。また、式のみ正答のものが1%、図のみ正答のものは57%であった。問のねらいとしては、式については「微小角の近似式を適切に使えるか」、図については「結果から f が h に依存しないことを見抜けるか」であった。この問は予想を大きく下回る正答率であった。式については、解答に必要な関係式を正確に図から読み取れない誤答、近似を適切に使用せず解答にたどり着いていない誤答が多く、無答率も31%と高かった。

(4)の正答率は8%であった。波長により屈折率が異なること、可視光領域では波長が短くなるほど屈折率が大きくなることを理解しているかを評価する問題であった。解答としては「波長により屈折率が異なる」ことのみ記述し、「波長が短いほど屈折率が大きい」という点まで記述されていないものが17%であり、このような解答は減点とした。誤答では、「光は色により波長が異なる」という記述しかないものが28%と目立った。無答率は20%であった。

(5)の正答率は49%であった。単純な幾何学の問題であったが、予想以上に角度の関係を

式で表せないものが多く、無答率も 20%であった。この予想に反した正答率の低さが、(6)、(7)の正答率に大きく影響を及ぼした。

(7)の正答率は 0%であった。無答率が 83%と高く、誤答についても数式が数個書かれているだけのものが多く、あと少しで正答となるような解答もなかった。この無答率の高さは、最後の問で解答時間が不足していたことも一因だと考えられるが、一番の原因は(6)が解答できなかったためと考えられる。

(2) 課題

ア 第1問、力学分野について

運動方程式・相対運動・負の仕事など、基本事項についての修得が不十分なことがわかった。このことから、理解を確かめるような設問などを増やし、計算力だけでなく理解の段階が確認できるようにすべきであった。例えば、(6)の解答をするために必要な仕事は(5)の解答なので、仕事を W として解答するように指示することで、(5)が解答できずとも(6)を解答できるようにできた。このように、正しい解答が導かれずとも、流れをくみ、続けて解答できるような工夫が望まれる。

イ 第2問、電磁気分野について

物理的に難解な内容であったので、数学を糸口に問題に切り込んでいけるような構成にしたつもりであったが、数学の力が低い生徒にとっては難解なままであったようであるため、数学の力に大きく依存することの無いような問題にしなければならないと考えられる。

ウ 第3問、波分野について

正答率が予想よりも低かった(2)は、問を分け、「 γ 、 δ をそれぞれ f 、 R 、 h のうち必要なものを用いて表せ」という問を入れたほうが、正答率も上がり、受験者の力を段階的にみるためにもよかったと考えられる。(4)の設問としては、「このような軸上色収差が生じる理由を説明せよ」というところを、「このように、レンズに近い側から紫、緑、赤と軸上色収差が生じる理由を説明せよ」とすることで、正答率は上げられたと考えられる。また、解答の文字数を 50 字程度に制限し、要点を絞って解答させるような問のほうが、問題としてはより適切であった。(7)は正答率が 0%であり、今回の受験者ではこの問での得点差は生じていない結果となった。問題作成の際には受験層を見極め、注意深く適切な難易度の問題を設定する必要がある。

5 研究のまとめ

本調査研究では、難関大学を想定した問題を完成させ、実施した。問題を作成する上で「何を問うか」、「生徒の物理的思考力をどのように問うか」ということが課題である。前問を正答できなければそれ以降の問題を解くことができないといった問題にならないように工夫する必要がある。また、採点は各問を作成した教員が行ったため、採点基準の詳細を全体を通して定めなかった。そのため、部分点の与え方に差が生じた可能性がある。採点に関して事前に打合せを行うことで、より明確な基準で採点できたと考えられる。さらに、模擬試験の目的により配点を変えることも考える必要があることがわかった。あまりにも平均点が低いと学力判定という目的は達成できない。そこで小問の配点を変え、平均点を上げるということである。

今回、生徒の誤答予想を行い、誤答パターンを分析した。理由を考察することが今後の指導のポイントにつながる。さらに、丁寧な解説書の作成や、答案にコメントを付けることでより生徒の理解が深まる。

以上のように、採点基準と評価に関して検証することで問題作成のノウハウを養うことができた。この結果をもとに、教育活動に励み、年度を変えて今回の問題を生徒に実施し、結果の比較・検証をすることで指導力の向上につなげるようにしたい。

【外国語】

1 調査研究の視点

学力向上は埼玉県最重要課題である。本県では未来を拓く「学び」プロジェクト等の事業を通して学力向上の課題に取り組んでいるところである。生徒の学力向上については難関大学の入学試験にも通用する学力を向上させる鍵となるのが教員の指導力向上である。特に、問題作成、結果分析と検証などを通して、問題作成スキルを向上させることは、日頃の授業や生徒の達成度を主に測る定期考査問題の作成に大きな影響を与える。良質かつ意図的な問題作成能力を身に付けることが、授業における指導内容、指導方法、さらには大学入試問題に係る指導にも大いに役立つものと考えらる。

2 研究テーマ

難関大学入試問題の作成および課題の検証

東京大学の形式を踏襲したオリジナルの問題を実際に作成する。作成された問題を複数の高校の生徒に受験してもらい、その結果の分析と問題の検証を実施する。これらの一連の過程を通して、問題作成に関わる留意点を明らかにするとともに、問題資料や設問の妥当性・信頼性を検証する。もって、教員の問題作成スキルを向上させる。

3 本年度の取組

(1) 問題作成から実施・検証までの流れについて

ア 東京大学では5つの大問が出題されるが、平成27年度の本調査研究では、大問1から大問3までの形式でオリジナル問題を作成した。構成は、問題及び解答・解説からなる。解説には試訳を付け、解答の根拠も丁寧に記述した。リスニング問題は台本を作成し、平成27年度は実際に録音し実施した。大問3までの問題を複数の高校の生徒に実施し、その結果を分析し、問題の妥当性・信頼性を検証・考察した。その際、生徒へのインタビュー、生徒観察からの考察も参考にした。

イ 問題作成にあたっては、過年度までの大学入試問題研修会の内容と成果を踏まえ、東京大学の入試問題を考察することから始め、次にオリジナル問題の作成に取り掛かった。生徒の学力を相対的に評価できる的確な問題を作成するよう努め、その留意点を「英語作問研修マニュアル」(ベネッセコーポレーション 高校事業部 進研模試 英語グループ作成)も参考に次の6点にまとめた。なお、各問題については、具体的な内容を生徒の解答分析と共に後述する。

(ア) 素材内容の選択については、それぞれの大問に対して問題を作成するにふさわしい題材・難易度・内容であるかという視点で十分に精選する。旬の話題を選ぶだけでは意味がなく、高校生が読んで面白いと思ったり、感動したり、問題意識を喚起したりするテーマやジャンルを考える。例えば「農業の持続可能な発展」といった世界レベルの1つの事象を複眼的にとらえさせるような題材を選びつつ、高校生の常識の範囲と知識レベルに合ったものとする。興味関心のありそうな題材と言語材料を取り上げるよう配慮する一方で、文系・理系、性別、趣味・嗜好などの背景知識が大きく得点に影響するような長文は避け、すべての受験生に公平になるよう努める。

(イ) 素材の抽出については、問題の形式に合った英文を探すことから始める。その際に、受験生に公平性を期するため、日本語訳が入手できる素材は扱わないほうが

よい。また、著作権の観点から原典を尊重し、言葉の定義が明確に示されていることや、疑問詞（5W1H）を踏まえた設問を作成しやすい箇所を抽出することが大切である。ただし、特定の企業名や地名を連想させる表現については最小限書き直すなど工夫する必要がある。なお、書き起こしをする場合には、自然な英文になるよう配慮し、奇をてらわない表現を心掛けることが肝要である。

- (ウ) 設問については、英文を読み進んでいく順に出題し、指示をわかりやすくする。そして設問文の表現で正答率も変わってしまうので、すべての受験生が理解できるようにする。また、本文中の出題すべきポイントと問題形式のバランスを考慮し、本文の内容だけではわからない設問及び注釈がついている部分を訳出させる問題は避ける。
- (エ) 自由英作文の問題作成にあたっては、公平で正確な採点を考え、解答の内容を絞るためある程度の条件を設定する。例えば、会話の流れを正確に読み取り文脈に合った形式で解答する力、簡潔にわかりやすく相手に伝わるよう文章を構成し述べる力、あるいは知識を活用し意見を述べる力を測れるよう条件を工夫する。加えて文法や語法などを正しく書く力を求める。
- (オ) リスニング問題の作成にあたっては、聴いて解答できるレベルを想定し、録音時には読み上げるスピードを 150wpm 程度に設定し、明瞭な発音や息継ぎのタイミングのほか、ポーズの長さに至るまで配慮する。ここでは、標準的なリスニング能力に合わせて、内容把握能力や情報処理能力を測ることをねらいとする。設問には疑問詞（5W1H）を偏りなくちりばめ、選択肢の長さや形式をそろえる。質問文のキーワードが含まれる放送文の周辺に正解を導く英文が続いているといった細かい内容を問う問題や、キーワードを聞き取るだけでなく周辺の情報を総括して要点をとらえなければ正解することができない問題、また選択肢の内容が長文全体からまんべんなく出題される正誤選択問題などをバランスよく作成する。
- (カ) すべての大問を通して、設問等の表現に一貫性があるか、解答の仕方と解答欄が一致しているか、配点が正しく合計点が満点になるか、問われる文法事項等の重複がないか、注釈は多すぎはしないか、当たり前なことだがチェックを重ねることがミスを防ぐことにつながる。時間と労力を惜しまず議論を重ねていく過程で、英文の長さ、難易度、設問、選択肢等が学力を正しく測るのに適切かどうかを1つ1つ丁寧に幾度も見直すことで、良質かつ意図的な問題を作成することができる。

ウ 解答・解説の作成にあたっては、わかりやすく丁寧な表現を心がけ推敲を重ねた。出題の意図、簡潔かつ妥当な解答、論理的で明解な根拠、そして理論的な説明を追求し、試訳も完成させた。また受験者の英語力が正しく合計点に反映されるよう留意し、内容と解答に見合った配点を考案した。

エ 実施する際には、各校でふさわしい時期と場所を設定し、実際に5校で合計281名の生徒が受験し、ある程度の受験人数を確保できた。リスニング問題に関しては、より良い音源を確保しつつ本番に近い形式で作成し行った。

オ 検証については、受験した281名の解答用紙を採点し、正答のみならず誤答を含めて分析することで行った。記号問題は全ての解答の統計を取り、記述問題は解答内容の傾向を掌握したり誤答や想定外の解答を収集したりすることで、問題の妥当性や信頼性を再考・検証した。

(2) 本調査研究の波及効果について

ア 本調査研究に取り組んだことが日頃の授業を見つめなおすことになり、教員の指導力の向上に役立っている。思考力・判断力・表現力や読解力を育みつつ、英語力の向上につなげる授業を行うことの重要性を再認識した。各校で取り組んでいる活動や授業内容

等について研究員同士で情報・意見交換を行ったことも今後の展望を描くことにつながった。それぞれの生徒のレベルや能力に合った指導を行うことは当然だが、生徒の英語運用能力を向上させるべく、Input Intake Output を意識した活動を継続的かつ計画的に行うことが必要である。スピーキング活動では、積極的にコミュニケーションを図ろうとする場を設定し、その場で既習事項を活用し、情報交換や意見交換ができるようにさせるとよい。さらにライティング活動では、Intake したものを自分のことばで Output するだけでなく、要約したり自分の意見を付け加えて文章を書けるようにしたりするトレーニングを重ねることが効果的である。この積み重ねが英作文の解答につながると言える。生徒の学力向上を目指し 4 技能を統合的に指導し、総合的なコミュニケーション能力を身に付けさせて受験にも対応できる英語運用能力につなげていくために、教員の指導力向上が重要であることを改めて認識した。

- イ 日頃の授業で行う言語活動がどの程度定着しているのか、また生徒の達成度はどのくらいかを測るのみならず、生徒のモチベーションを高めるためにも、定期考査問題を作成するには良質かつ意図的な問題作成能力が必要不可欠である。本調査研究で培ったノウハウを発揮し、定期考査の問題を作成する場面や、さらには大学入試問題に係る指導に生かしたい。

4 成果と課題

(1) 成果

各設問においての成果は次のとおりである。

ア 大問 1 A (読解総合・要約問題)

東京大学で長年出題されている「文脈把握力」を要求する問題である。問題文前半部分の「問題点」の要旨は記述できている解答の中でも、後半部分の「問題点の解決方法」つまり「筆者の主張」を盛り込めていない解答が数多く見られた。こうした解答については、果たして後半部分が要旨として把握できなかったのか、把握はしていたものの 100 字という字数制限内にまとめきれなかったのか、解答からは読み取れなかったが、ある程度は論旨を要約する力があることはわかった。

イ 大問 1 B (読解総合・段落整序)

「文脈把握力」を要求する問題である。与えられた英文を挿入する箇所を問う問題(正答率 61%)と段落の中で不要な文を探す問題(正答率 25%)は、比較的生徒たちにも馴染みがあったようであるが、与えられた選択肢 5 つの段落のうち 4 つを並べ替える問題(正答率 4%)は、馴染みがない上に、選択肢 1 つ 1 つが長いこともあり、かなり時間がかかってしまった様子である。出題者側は冒頭のディスコースマーカーや代名詞の存在が相当なヒントになると予想したものの、不要な段落も 1 つ紛れていることもあり、解答する側にとっては相当に難易度の高い問題となってしまった。生徒たちの解答の様子から、全体的に短時間でパラグラフの概要を把握する力を養成する必要性があることがわかった。

ウ 大問 2 A (英作文・会話文の内容を踏まえた要約/意見論述)

難易度は決して高くはなく、基本的な知識の正確な運用能力が要求される問題である。会話形式の穴埋め問題を課すことで、スピーキング力をライティング形式で測る問題とも言える。

他の大問と比較しても正答率が高く、解答内容も多様であった。自分が把握した内容を第三者に伝えるという設問では、要約する力に加えて会話をしている人間関係を想像する力も必要とされた。出題者の意図しない解答を丁寧に検証することで、登場人物が複数いることで問題の難易度が上がるため、出題者は人間関係をわかりやすく問題文

に明記したり、登場人物の人数を絞ったりする工夫が必要であることも、再認識させられた。

エ 大問2 B (英作文・ことわざについての意見論述)

ことわざに対する意見文であったが、ことわざそのものを知らずに答えられなかったという声が多かった。難関大学を受験する学力層であれば当然把握しておいてほしい知識として適切であると出題者が考えているのであれば、ことわざの定義や使用例を英語で補足するなどの工夫によって「英語以外の知識」が障壁にならない状況は作り出せる。全体的に、日頃より日本語でも「ことわざ」や「慣用句」に親しめていない実情が把握できた。

オ 大問3 (聞き取り・客観式5問)

600語程度の英語によるモノログを聴いて5問の選択問題を解くという設定であったが、難易度が高すぎた。そのため、「勘」で解答してしまった生徒たちも多くなってしまった。結果を分析したところ、正答率は第1問が33%、第2問が29%、第3問が38%、第4問が23%、第5問が38%であった。出題の時点で設問文を長くするなどして難易度を高くし、実際に最も正答率が低かった第4問について正答できた生徒たちは、各校の中でも英語の成績が上位の者が多かった。このことから、ある程度、難易度は出題者の予想した通りになったと考えられる。

(2) 課題

各設問においての課題は次の通りである。

ア 大問1 A (読解総合・要約問題)

字数制限をなくしてしまうと、今度は「英文和訳」に近い解答が続出する可能性が考えられる。字数制限を設けることで、問題そのものの難易度が上がることを出題者が十分に意識し、出題文の長さや難易度とのバランスを熟慮することが肝要である。

イ 大問1 B (読解総合・段落整序)

他の設問に取り掛かる時間を奪ってしまうようであれば、出題者が問題の難易度を下げるか、解答者が解答の順番を再考する必要があるとも考えられる。

ウ 大問2 A (英作文・会話文の内容を踏まえた要約/意見論述)

前後の台詞で会話の方向性のある程度の制限をかけたつもりでも、予想をはるかに超えて解答してくることが考えられるので、解答者側の気持ちになって「予測される解答」を想定し、問題を推敲する必要がある。また、固有名詞と代名詞を読み間違えてしまうという想定外の解答も見受けられた(具体的には Yuko と You)ため、正確な英語力を測るためにはこのような細部に至るまで誤解のないように配慮すべきであると言える。さらに、問題文が会話形式のため、会話調で答える解答(具体的には、For example, + 名詞. / 文, and 文, and 文.)も散見された。口語表現を採点基準とすることで、生徒の英語による会話力を記述形式で図ることも可能だが、会話として自然な流れの中においても適切な文法や語法で表現する必要があるとも考えられる。

個人の意見を書かせる設問では、出題者側では全く想定していなかった解答が見られ、「自由な発想で思考し表現する力」を測る難しさが浮き彫りになった。例えば、出題者側は「具体例」を想定していたが、予想以上に「広く浅い」解答が続出してしまったり(具体的な東京の文化を紹介してほしかったのだが、「東京」全体に関する記述が多かった)、全く違う方向に会話を誘導したり(「わからないのでインターネットで調べてみよう」「やはり京都の方がいいと思う」という解答)する解答が続出した。

エ 大問2 B (英作文・ことわざについての意見論述)

他の英作文問題と同様、英文としては正しいのであるが知識としては間違っている解答、ことわざの意味を完全に誤解した論述、あるいは解答用紙の行は埋まっているが

語数が不足する解答もあった。添削指導を受けているかどうかで結果が大きく左右されると推測されるため、日頃よりパラグラフの構成を意識してまとまった長さの英作文に取り組みさせることが必要であるとも言える。また、普段の授業においても様々な視点で物事を考え意見を述べられるよう、教科書をきっかけとして多様な資料や意見に触れる機会を作り出し、思考力や判断力を養いつつ、難関大学を目指す生徒には幅広い教養を身に付けさせたい。

オ 大問3 (聞き取り・客観式5問)

受験者を「振り落とす」ための問題ではなく、「得点してもらう」ための問題であれば、選択肢を短くするだけでなく、放送される英文のテーマや場面設定についての言及や、視覚資料を掲載するなどの工夫も考えられる。英語の語彙の難易度、背景知識、英文の放送される速度など、出題者側が調整できるポイントは何点かあり、英文を録音する際のポーズの入れ方まで含めて一連の流れが「リスニング問題を出題する」ことであるということを再認識させられた。

5 研究のまとめ

総じて大学入試問題が思考力・判断力・表現力を問う方向に変わる過渡期にある。そして大学入試での英語の試験問題は、これまでの英文の理解や語法・文法の知識を測る出題が中心になっているものから、「4技能の総合的なコミュニケーション能力が適切に評価されるよう促す」として、外部資格検定試験を積極的に活用していこうとする動きがある。そのため受験生には、4技能のバランスの取れた総合的な英語力が以前よりはるかに強く求められる。このような状況下において、本調査研究で得られたものが日頃の授業における指導力と問題作成スキルの向上に生かせる。

東京大学の入試問題レベルの問題を解答するには、英語を「読む・書く・聞く・話す」の4技能がしっかりとバランス良く定着した力、一言でいえば「総合力」「高い情報処理能力」が必要であることは自明である。もちろん各校が一律に同じレベルの指導をすることは困難であるが、生徒たちの状況に合わせて適切な支援をし、英語力を引き出す仕掛けを模索していくことはできよう。

まずは、日頃の授業で行っている「要約」「英作文」「リスニング」などの授業内での「目標」を従来よりも高く設定(具体的には、一定の時間に書かせる語数を増やす、読ませる制限時間を短くする、wpmを高める、など)していく必要がある。

「要約」を含めた読解問題では、細部の表現に惑わされない「文脈把握力」、つまり「文章の軸」「筆者がその文章を書こうと思った主な理由(筆者のメッセージ)」を読み取る力を培うため、時間制限を設けて必要な情報を読み取りまとめる活動が有効である。

また、日頃よりどれだけ Output 活動を行っているかも問われる。「要約」はもちろん「リスニング」問題も選択肢は本文をパラフレーズしたものである。自分で「聞き取りながら推論しまとめる」Output 活動を日頃より取り入れることが難関大学の問題に対応する力すなわち4技能を統合して解く力につながると考えられる。授業中に口頭で Summary を発表させる活動も有効であるが、口頭発表でのエラーは見過ごされがちであるため、口頭発表させた後でできる限り「書く」Output 活動も取り入れて記述力を高めると良い。自分の意見を求められる英作文の問題などに対しては「知識を活用する」Output 活動(具体的には presentation, debate, discussion など)を積極的に取り入れることで記述力はもとより、即興で論理的内容を英語で表現する力が培われよう。

日頃の授業で磨いた英語力を測る定期考査も大事な要素である。バランス良く英語力を測る内容になっているのか、特にきちんと Output の力を測る内容になっているのか、を再考する必要がある。

東京大学の入試問題を模した問題の作成・推敲・採点・検証・考察という一連の研究をきっかけに、出題者側の意識を体験し、普段接している生徒たちの反応を身近に感じたこと、また研究協力委員同士で今後の指導について深く考察できたことは大きな収穫であった。各校においても、それぞれの生徒たちの状況に合わせて、授業や各考査の後に振り返り、情報交換を行った上でその後の指導方法を練り直すという日頃の指導と検証の積み重ねが、結局は生徒たちの英語力・学力の向上につながっていくと言える。

【参考資料】生徒の解答例

大問 1 A

- 今日の農業というのは自然環境を破壊する最大の原因で、さらに環境破壊によって食糧難が起こるので、今日の農業の仕組みを、環境を壊さないような、地域に合ったものに改良していくことが今日の課題だ。(95 字)
- 食糧供給の問題が環境の変化によって複雑になっており、その変化の最も大きな原因は現代の農業制度にある。農業制度は世界中に様々なものがあり、地域に合った方法で環境の変化を減らすようにしなければならない。(100 字)

大問 2 A

(1)

- She thinks Kyoto and Nara are the good places to see some traditional aspects of Japan. There are temples and shrines which she thinks are interesting things. (28 語)
- She said that he should go to Kyoto or Nara to see Japanese traditional things such as old temples and shrines, by joining a tour. (26 語)

(2)

- How about going to Tokyo Sky Tree, the tall tower? While we can see old buildings in Kyoto, Tokyo Sky Tree shows us the newest technology of architecture. High technology is one of the Japanese cultures. (37 語)
- I recommend you go Harajuku. It is well-known to foreigners, even famous singer and it has “kawaii” culture, which means unique and cute. There are many “kawaii” food, clothes, shops and so on. (34 語)

< 想定外のもの >

- I'm not really sure. If I were you, I would research traditional places of Tokyo and visit them, and compare the features of them with those of Kyoto, and see what is causing the difference between Tokyo and Kyoto. (40 語)
- I understand what you said, but I still think you should go to Kyoto and Nara. Though you have been there, maybe you'll discover something new. How about invite Yoko and take a trip? (35 語)
- I don't really know. I have a good idea. You and I will visit Tokyo and learn about Eastern Japan. Nick and Yoko visit Kyoto and learn about Western Japan. When we come back, let's discuss about them. (39 語)

大問 2 B

- I agree with this proverb. You should always take time to listen to others. In schools or companies, there are many members who have different ways of thinking. They are not always wrong, and you are not always wrong either. Listening to other opinions and thinking about them may improve your ideas. That is why I agree with this proverb. (61 語)
- I disagree with this proverb. It is because speaking is the only way to communicate with others. It's true that too much speaking sometimes leads to problems, but in my opinion, silence almost always keeps us from getting closer to each other. It doesn't let us share our ideas. In short, speech gives us more important things than silence. (60 語)

【各教科資料】

難関大学入試記述模試

日本史B

平成 年 月 日実施

〈各問 25 分・合計 100 分〉

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は表紙を除いて8ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。指定欄以外に記入してはいけません。
- 5 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 6 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。

埼玉県立総合教育センター

第1問

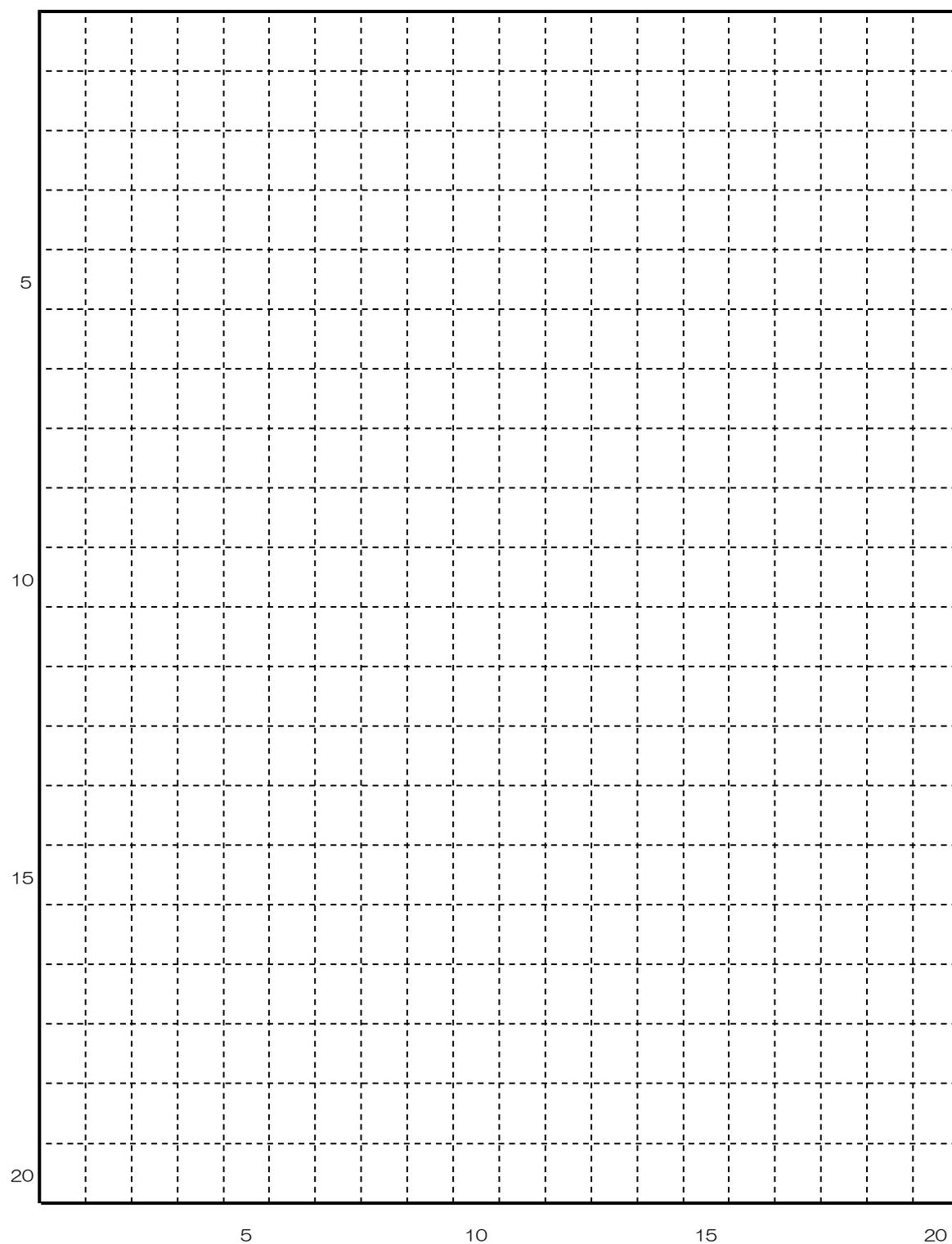
次の(1)～(4)の文章を読んで設問に答えなさい。

- (1) 『本朝世紀』には長徳元(995)年、疱瘡が都で大流行し、病人収容が間に合わず、死者の多さに道が塞がれ、烏犬が食い飽きたと記されている。また長保 2(1000)年藤原行成は日記に「今、世間の人は皆言う。世の中、像末に及び。災これ必然なり」とも記している。
- (2) 『後拾遺往生伝』には平等院について「極楽知りたければ宇治の御堂をみなさい」とあり、堂内には阿弥陀如来坐像の他、阿弥陀如来が楽を奏でる聖衆を引き連れ来臨し臨終の者を迎えにくる絵が周囲の壁や扉に描かれている。
- (3) 『吾妻鏡』には長治 2(1105)年に藤原秀衡が造営に着手した奥州の無量光院は平等院を模したことが記述されている。また九州の富貴寺大堂内には阿弥陀如来坐像が置かれ、阿弥陀浄土変相図が壁に描かれている。
- (4) 『日本往生極楽記』は皇族から庶民にいたるまで 45 人の往生者の伝記集がまとめられ、その中には「市中に住みして仏事をなし、市聖と号した」と評された人物もいる。

設問

摂関期から院政期にかけての浄土教の発展について 150 字以内で説明しなさい。

草稿用紙 切り離さないで使用するここと。



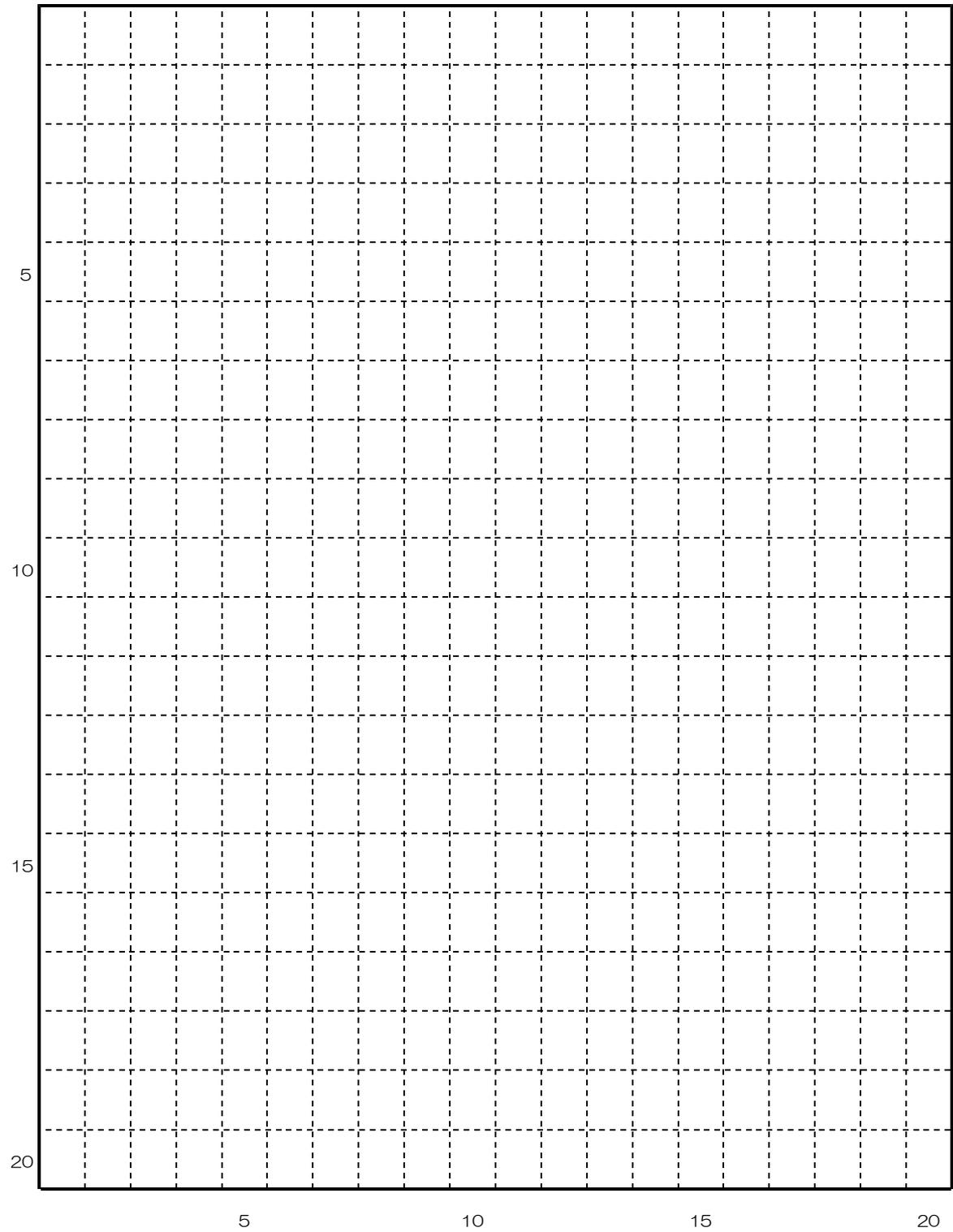
第2問

次の(1)～(5)の文章を読んで、下記の設問に答えなさい

- (1) 建治3年(1277)12月、時宗の私邸での会合にて北条時村が六波羅探題に就くことが決定した。
- (2) 弘安4年(1281)閏7月9日、幕府は寺社や権門の所領、本所一円地の武士たちは、皆武家の命に従って戦場に馳せむかうべき旨の宣旨を京都側に申請し、同月20日にその勅許がおりた。
- (3) 元寇を契機に御恩奉行の地位に就いていた安達泰盛は弘安5年(1282)、従来北条・足利両氏が独占してきた陸奥守に任じられた。
* 御恩奉行：新恩の給与など御家人の勲功を調査し恩賞施行のことを掌る
- (4) 永仁元年(1293)、博多に鎮西探題が設置され、幕府滅亡まで北条一門がその職を歴任した。
- (5) 永仁3年(1295)、一旦は廃止された引付が復活したが、その後も裁判の最終決定は北条貞時の直裁により行われた。

設問 13世紀末における幕府の権力の変化について、元寇が幕府の支配体制に与えた影響に触れながら200字以内で述べよ。

草稿用紙 切り離さないで使用するこゝと。



第3問

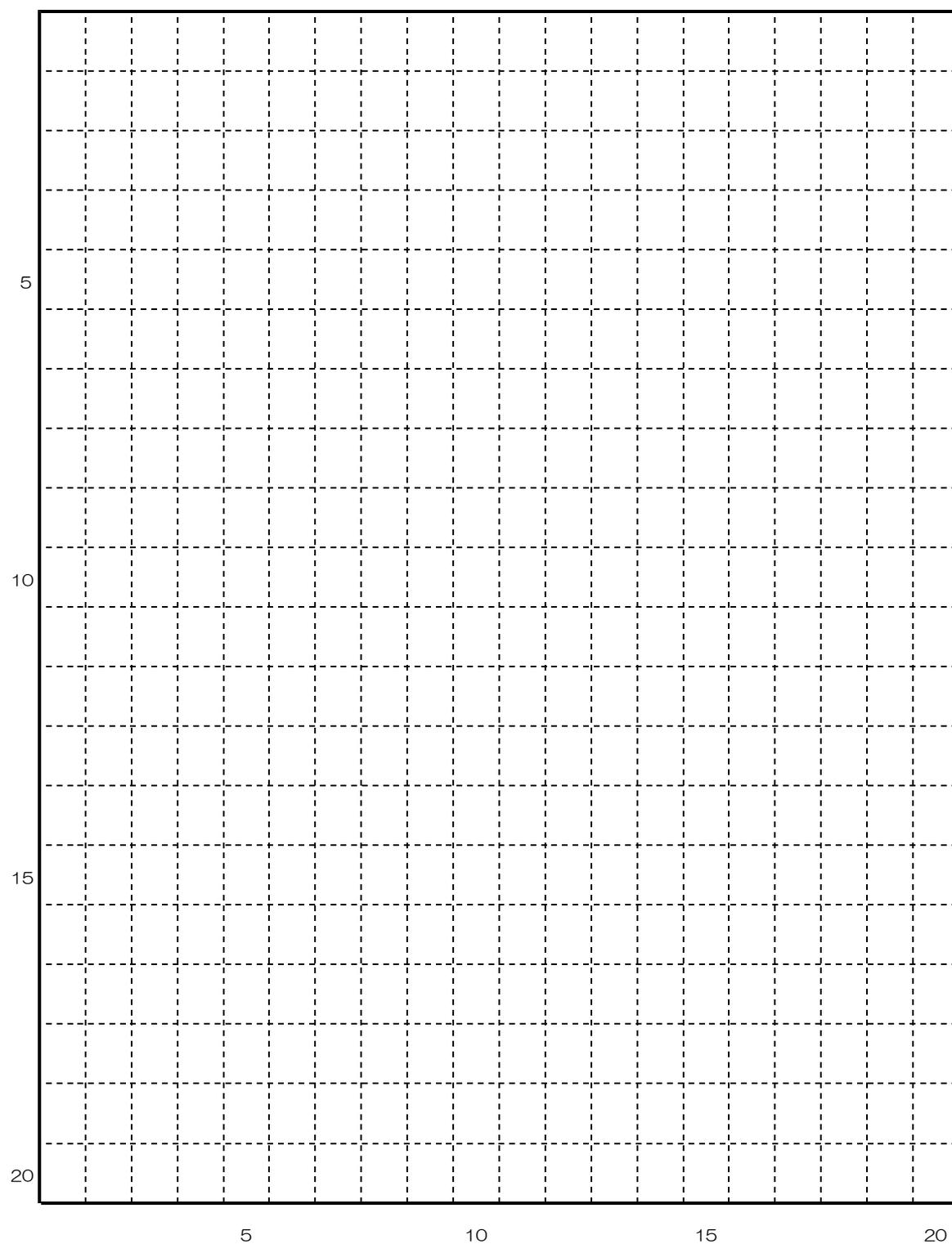
次の(1)～(4)の期間における文章を読んで、下記の設問に答えなさい。解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

- (1) 1607（慶長 12）年、朝鮮より使節が来日し、二代将軍徳川秀忠と会見し国書を交換した。使節は前将軍徳川家康とも会見し、1418 人の朝鮮人を伴い帰国した。1609（慶長 14）年に締結された己酉約条には、「すべて派遣する船は、みな対馬島主の渡航証明書を受けたあとにくること。」という条文がある。
- (2) 1668（寛文 3）年、幕府はオランダに対する輸出・輸入禁止品目をそれぞれ 12 ずつ定めた。1678（延宝 6）年に設置された朝鮮の外交施設には、約 700 名の対馬藩の役人や商人が滞在していた。
- (3) 1634（寛永 11）年、江戸幕府は徳川将軍の外交上の称号を「日本国大君」と定め、日本の年号を明記することを国書の形式として決定した。1636（寛永 13）年、朝鮮は江戸幕府への四度目となる使節を「通信使」の名称で派遣した。
- (4) 1636 年には、朝鮮から派遣された通信使は三代将軍徳川家光と会見した後に、家光の要請で日光東照宮を参拝した。1711（正徳元）年、六代将軍徳川家宣の下に通信使が派遣されると、雨森芳洲こうりんていせいは『交隣提醒』を著して幕府の対応を批判した。

設問

- A 江戸時代における朝鮮との外交関係がオランダと異なる点について、貿易上の相違点に触れながら 90 字以内で答えなさい。
- B 朝鮮が使節を派遣した理由を、江戸幕府が朝鮮使節を政治的に利用した点に触れながら 60 字以内で答えなさい。

草稿用紙 切り離さないで使用するここと。



第4問

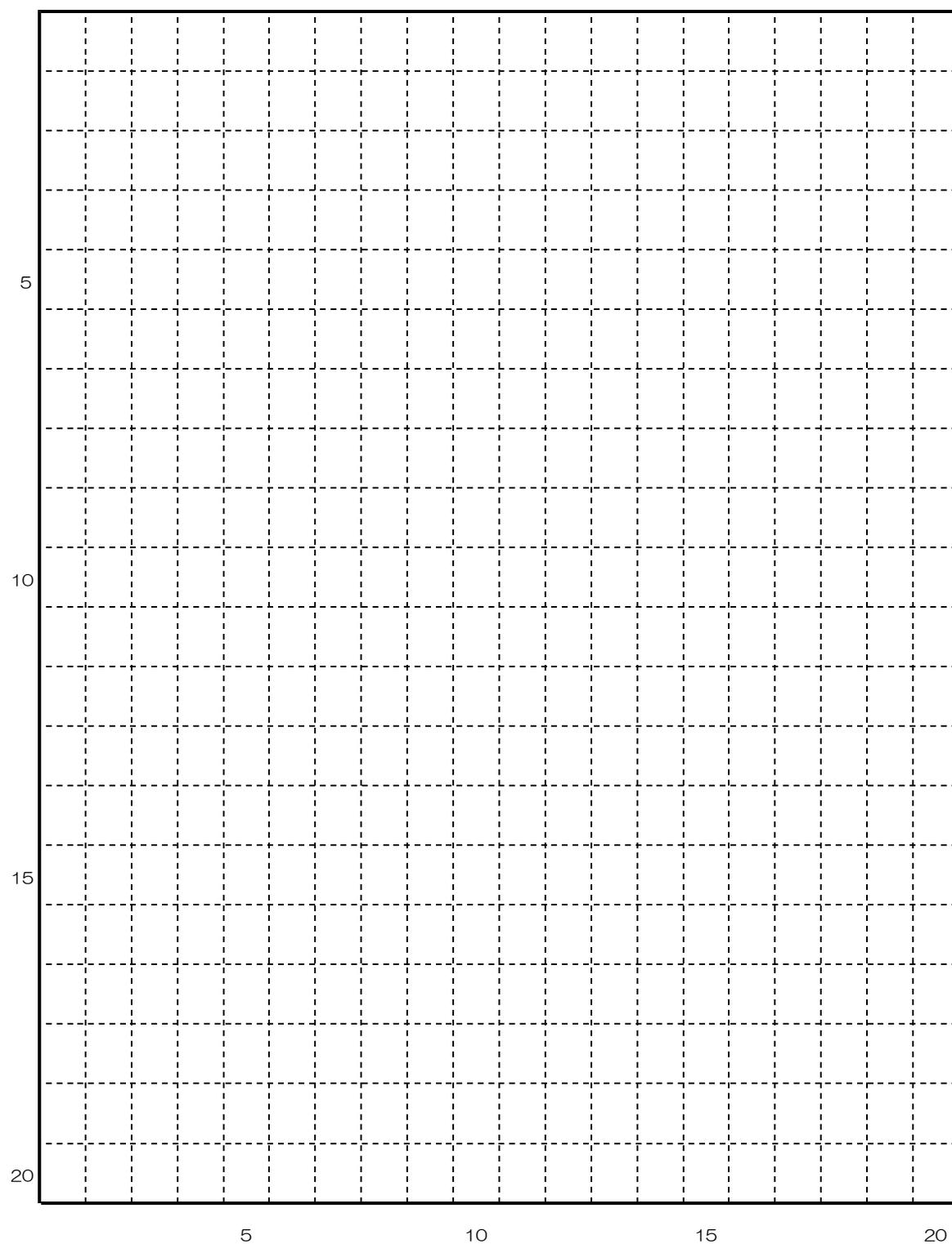
次の(1)～(4)の文章を読んで、下記の設問A・Bに答えなさい

- (1) 樺太帰属問題は1854年に「界を分たず、^{これまでしきたり}是迄仕来の通たるべし」とされた。1870年10月黒田清隆の建議書によれば、「樺太は今日・・・(中略)の形勢を以て之を觀れば、僅かに三年を保ち得べし」と記されている。1875年9月楠溪にて樺太島讓与式、10月占守・得撫にて千島列島讓与式が実施された。
- (2) 仙台藩巨理城主であった伊達邦成は1868年所領二万三千石を五十八石に削減され、1869年10月家臣を伴って北海道有珠郡へ移住した。その後、松方財政進展とともに没落した自作農が次第に北海道移住者の中心となったが、兵士の資格は士族に限定された。
- (3) 1871年8月マサチューセッツ州出身のホーレス・ケブロンは開拓使御雇教師頭取として来日した。1876年には札幌農学校が創立され、クラークのもとで学んだ佐藤昌介は農業経済学を提唱し、後の開拓に貢献した。
- (4) エドウィン・ダンがオハイオ州から札幌官園農業試験場に赴任したのは1876年5月であり、家畜の繁殖と普及を目的とした種畜場創設が初仕事であった。彼は広い耕地で大型畜力農具を用いた営農と乳牛飼育によるバター等商品作物の生産を主張した。

設問

- A 樺太帰属問題について、江戸幕府の開国時と明治8年頃の変化を条約にふれながら、120字以内で述べなさい。また明治政府がロシアを警戒し、その当時採用した軍制についても言及すること。
- B 開拓使が招聘した外国人が北海道開拓において果たした役割を60字以内で述べなさい。

草稿用紙 切り離さないで使用するここと。



学校名	学籍番号
高等学校	

地理歴史（日本史B） 以下用紙は横書きで使用する。

第1問

5

5 10 15 20

学校名	学籍番号
高等学校	

地理歴史（日本史B） 以下用紙は横書きで使用すること。

第2問

A large grid for writing answers. The grid is 20 units wide and 10 units high. The vertical axis is labeled with 5 and 10. The horizontal axis is labeled with 5, 10, 15, and 20.

A small empty box for marking the score for this question.

平成27年度
記述模試 解答用紙③

学校名	学籍番号
高等学校	

地理歴史（日本史B） 以下用紙は横書きで使用する。

第3問 A

5

5 10 15 20

第3問 B

5 10 15 20

学校名	学籍番号
高等学校	

地理歴史（日本史B） 以下用紙は横書きで使用すること。

第4問 A

5

5 10 15 20

--

第4問 B

5 10 15 20

--

第1問

出題のねらい

浄土教の広がりについて社会的背景を踏まえ、その過程を問う問題である。資料文を教科書記述と関連付けて整理しつつ、体系的にまとめることを要求している。また浄土美術として来迎図や往生伝などが意味するものについて浄土教の信仰と関連付けて説明することを要求している。

解答例

疫病や治安悪化など社会不安の増大により、極楽往生を願う浄土教が広まった。この教えは空也をはじめ聖の布教で庶民や貴族の信仰を集め、源信が往生要集で念仏の方法を説いた。その中で来迎図や往生伝は極楽世界を描写するために用いられ、貴族は阿弥陀堂を建立した。末法思想で浄土信仰が高まると、地方にも流行した。(148字)

採点の手引き (これに沿って採点作業を行った)

- ・ 答えは指定記述量の8割を超えていること(指定記述量を超えた答えは採点の対象外)
 - ・ 文章が未完の答えは採点の対象外
 - ・ 誤字、脱字は1カ所につき1点を減点する。
 - ・ 以下の点について記述されていること
- ① 疫病や乱闘などの社会不安の増大について記述されている。
 - ② 浄土教の広がりした後押しとして末法思想に触れている。
 - ③ 空也をはじめ聖の布教で庶民や貴族に広まり、源信が念仏の方法を示したことを触れている。
 - ④ 阿弥陀堂建立、極楽世界の描写として来迎図や往生伝が用いられたことが記述されている。
 - ⑤ 浄土教は地方へも広がったことについて触れている。

※ 個別の事例について触れていてもかまわないが、制限文字数では上記の点のいずれかが欠落してしまうので結果として失点となる。

解説

11世紀の社会は摂関政治が成熟する一方で、荘園制の発達と共に律令国家が大きく変質・解体され、都や地方における秩序が混乱した時代でもあった。そのため荘園などでは武力による紛争が頻発したり、飢饉や災害、疫病の流行、さらに末法思想の広まりと重なって社会不安が増大した。資料(1)はその具体的な様子を示しているものである。以上の背景において従来の密教における現世利益だけでなく極楽往生を説く浄土教が信仰されるようになった。浄土教は阿弥陀信仰に基づくもので7世紀前半に日本に伝わったとされ、9世紀には天台宗で信仰が盛んとなった。布教活動では資料文(4)にあるように聖や上人の活動が顕著であった。この信仰を民衆や貴族にまで広めたのが空也である。彼は天慶元(938)年の入京後、人々が多く集まる市で布教したため「市聖」、あるいは阿弥陀仏の名号を常に唱えたことから「阿弥陀聖」とも呼

ばれた。一方で、浄土教の基礎を固めたのは恵心僧都源信であった。念仏往生書として『往生要集』をまとめ、彼の教えは上級貴族層にも浸透した。源信は長保3(1001)年に内裏仁王会¹に参入して法橋²に叙せられている。また寛弘4(1007)年に釈迦講を始めると、その結縁者の中には皇族、上級貴族、中下級官人、近隣の名主層までが含まれており、各階層へ浄土教が受容されていることがわかる。

その中でも貴族は死後極楽往生を遂げるために阿弥陀堂の建立や仏像を造り、功德を積んだ。平等院鳳凰堂は藤原頼通によって宇治の父・道長の別荘を改築し、末法第一年の翌年の天喜元年(1053)に建立した。鳳凰堂の名称は本尊が安置されている堂を鳳凰の体、左右の建物を鳳凰の翼に見立てたことに由来する。鳳凰堂は極楽浄土、宇治川を渡る船は大願船、対岸を現世と見なされており、堂の東・北・南面の扉には阿弥陀九品来迎図が描かれている。そのため資料文(2)にあるように鳳凰堂は地上に極楽浄土を表現したものと捉えることができる。また、扉絵に描かれている阿弥陀来迎図は源信の浄土教・念仏信仰と密接に関係している。『往生要集』の「臨終の観念」を絵画化すると阿弥陀来迎図となる。そのため来迎図は単なる美術的なものではなく、絵画自体が布教の補助手段として用いられていた。

そして浄土教は院政期にかけて地方へも波及し、中尊寺金色堂や富貴寺大堂に代表されるように各地で阿弥陀堂や浄土式庭園の造営が進められた。その際、資料(3)にあるように平等院鳳凰堂は後世から規範とされ、鳥羽院の勝光光明院や平泉の藤原秀衡の無量光院の手本となった。

- 1 仁王経を読誦すれば、国土の乱れ、災害・盗賊の難が静まり、天下泰平・鎮護国家となるとの信仰から行われた法会。
- 2 「法橋上人位」の略で僧位の第三位。法眼に次ぐ。僧綱の律師に相当し、五位に準ぜられた。

●参考文献

- ・ 大津透ら編、『古代5』(岩波講座 日本歴史 第5巻), 岩波書店, 2015
- ・ 大津透, 『道長と宮廷社会』(日本の歴史06), 講談社, 2001
- ・ 川尻秋生, 『揺れ動く貴族社会』(全集 日本の歴史 4), 小学館, 2008
- ・ 木村茂光, 『「国風文化」の時代』, 青木書店, 1997
- ・ 木村茂光, 『中世社会の成り立ち』(日本中世の歴史), 吉川弘文館, 2009
- ・ 倉本一宏, 『藤原道長の日常生活』, 講談社, 2013
- ・ 佐々木恵介, 『平安京の時代』(日本古代の歴史4), 吉川弘文館, 2013
- ・ 古瀬奈津子, 『撰関政治』(シリーズ 日本古代史 6), 岩波書店, 2011
- ・ 三橋正, 「藤原道長と仏教」(駒澤大学『駒澤短期大学佛教論集』4に所収)
- ・ 山中裕・鈴木一雄 編, 『平安時代の信仰と生活』(平安時代の文学と生活), 至文堂, 1994

第2問

出題のねらい

本問題では13世紀末における鎌倉幕府の権力の変化について訊いているが、すなわち得宗専制政治の確立を訊いている。専制政治の確立までの過程を理解しているかを重要視している。その過程には元寇という緊急事態が関わっており、その点も含めて各要素から解答を過不足無く作成してもらいたい。なお、得宗専制政治に関しては1979年の入試で出題されている。

解答例

幕府は元寇という緊急事態を通じて非御家人を動員する権限を朝廷から獲得し、北条一門を鎮西探題に任じて西国への支配を拡大させた。幕府内部では評定衆による合議に代わり、得宗の私邸における寄合に重きが置かれ、得宗勢力の拡大は御内人の台頭に繋がりを、御家人との対立を招いた。霜月騒動で安達泰盛が滅ぼされた後、有力御家人が幕政に関与する機会は減少し、北条貞時の代に得宗専制政治が確立した。(198字)

採点の手引き (これに沿って採点作業を行った)

- 答えは指定記述量の8割を超えていること(指定量を超えた答えは採点の対象外)
- 文章が未完の答えは採点の対象外
- 誤字、脱字等は1カ所につき、1点を減点する。

設問ごと、以下のポイントについて記述されていること

- ①幕府が御家人以外の武士を動員できるようになったこと
- ②①をの権限を朝廷から獲得したこと。
- ③元寇後、九州探題を設置し、幕府の勢力が西国に拡大したこと。
- ④重要な審議が評定衆から寄合に移っていったということ
- ⑤御内人の勢力が拡大し、従来の御家人層との対立が表面化したこと。
- ⑥⑤の結果有力御家人の安達泰盛が霜月騒動にて滅ぼされたこと
- ⑦北条貞時の代に得宗専制政治が確立したこと

※個別の事例について触れていてもかまわないが、制限文字数では上記のポイントのいずれかが欠落してしまうので結果として失点となる。

解説

十二世紀末に成立した鎌倉幕府は大まかに以下のように時期区分ができる。

- ①将軍独裁期(鎌倉初期)
- ②北条氏執権政治(鎌倉中期)
- ③得宗専制政治(鎌倉後期)

将軍独裁の政治を推進していた源頼朝の死後、北条時政ら幕府の宿老らは将軍頼家の活動を制限し、そのうえで御家人の代表による話し合いで政治運営を開始した。その合議の中心に位置したのが頼家の母政子の実家北条氏であった。有力御家人の一つにすぎなかつ

た北条氏は執権となり勢力を拡大していくが、3代執権として就任した北条泰時はあらたに評定衆を設置した。評定衆は幕府意志決定の最高機関として重要な政務を議論し、その中心に執権を位置づけた。泰時の執権政治を継承し、発展させたのは5代執権北条時頼である。時頼は制度を改革するとともに、政務の実権を北条本家の得宗家に集中していった。

一方、10世紀ころから中国大陸北方の遊牧狩猟民族の活動がにわかに活発になり、13世紀初頭には中央アジアから北西インド・南ロシアにまたがる広大なモンゴル帝国が現出した。チンギス=ハーンの孫にあたる5代目のフビライは国号を元と称し、1268年、高麗を仲介として国書を日本に送り、朝貢を求めてきた。対処したのが北条本家の時宗であった。時宗は18歳の若さで執権の座に就き、返書を拒絶すると共に、異国に対する防御を指令し、筑前・肥前の防衛を厳重にした。1274年の文永の役後、幕府は博多湾岸など九州北部の要地を御家人に警備させる異国警固番役を設け、元の襲来に備えた。また山陽・山陰・南海3道諸国に対して、御家人・非御家人の区別無く、守護の指揮の下に異国防御にあたるのが指令された。従来、貴族や寺社などの荘園に住む「本所一円地の住人」は幕府の命令の及ばない存在であったが、元寇という緊急事態を通じ、非御家人を動員する権限を朝廷から獲得した。これは幕府が全国の統治権者へと成長していく上で大きな画期の一つであった。

2度にわたる元軍の襲来を退けたものの、引き続き異国警固番役を課した。また鎮西奉行に代わり、鎮西探題を博多において、北条氏一門を任じた。諸国の守護職も、北条一門が任命され、幕府滅亡までに、30カ国以上の守護職を北条氏は手中にしている。北条氏の躍進とともに、北条家臣の地位も向上し、とくに得宗の家臣は御内人と呼ばれ、幕政に関与するようになった。このころ評定による合議が形式下していく一方で、幕政の重要事項は得宗の私邸でおこなわれる会議により決められることが多くなった。これを寄合というが、原型はすでに5代時頼の執権就任時にみられる。寄合には得宗の他は、一部の御内人・御家人で構成されていた。

時宗の執権時、幕府内部の実力者として2人の人物がいた。有力御家人の安達泰盛と御内人首座の平頼綱である。安達泰盛は、源頼朝の従者で側近として活躍した安達盛長の曾孫という名門の地をひいている。元寇後は御恩奉行として新恩の給与など御家人の勲功を調査し恩賞の施行を掌っていた。次々と改革の方針を打ち出し、（これを「弘安徳政」という）時宗死後の幕政を引っ張った人物である。一方の平頼綱は、伊豆の出身で北条家の古くからの家臣の出自であり、文永9年（1272）以前に得宗家の執事（内管領）についた。また時宗の乳母夫でもあった。時宗の死後、両者の対立が深まり、弘安8年（1285）11月に、頼綱は兵を集めて泰盛一族を滅ぼした。これを霜月騒動という。時宗の子の貞時は父の手法を継承し、得宗家に権力を集中させていった。御家人の代表者が政治に関与する機会はますます減少し、得宗と得宗を支える一門・御内人による得宗専制政治が確立した。

～【霜月騒動】について～

通説では安達泰盛を御家人の代表、平頼綱を御内人の代表とし、霜月騒動は御家人と御内人の対立から生じたとしてきた。この通説に対抗する見解もある。泰盛は妹を養女にして時宗の正室とし、貞時は泰盛の孫であった。泰盛は外戚として時宗や貞時の勢力拡大に

つとめたのであり、泰盛を御家人勢力の代弁者とはみなし難く、泰盛と頼綱の争いは、得宗の第一の後援者の地位をめぐる争いであった、とする説がある。

歴史は不変ではなく、多くの学者によって研究がなされ、その都度変化していくものである。最新の研究動向にも目を向けてもらえると、指導する立場としてはありがたいものである。最後に霜月騒動に関する研究動向の一部を引用して下記に示すこととする。

「霜月騒動を引き起こすことになる政治的対立のなかに、御家人対御内人という要素がなかったわけではない。しかし、より根源的な問題は、ほんらい御家人達が将軍というひとつの中心に結集することでなっていた幕府の内部に、それとは異なる複数の主従制が成長してきたことにあった。その最大のものが得宗—御内人の主従関係であった。そこから、武士層一般をどのようにして主従制のきずなにつなぎとめていくのかをめぐって路線対立が生まれ、「将軍」という存在をどんなものとして措定していくのかが問われることになった。その結果として事件は、御家人対御内人という図式にはとうてい収まらず、御家人層を二分する争いにならざるをえなかった。」（村井章介『北条時宗と蒙古襲来 時代・世界・個人を読む』日本放送出版協会 2001）

●参考文献

- 村井章介『北条時宗と蒙古襲来 時代・世界・個人を読む』日本放送出版協会 2001
村井章介『中世日本の内と外』筑摩書房 1999
福島金治『北条時宗と安達泰盛』山川出版社 2010
福島金治『安達泰盛と鎌倉幕府 霜月騒動とその周辺』有隣新書 2006
本郷恵子『日本の歴史 院政から鎌倉時代 京・鎌倉ふたつの王権』小学館 2008
細川重男『鎌倉幕府の滅亡』吉川弘文館 2011
石井 進『日本の歴史（7）鎌倉幕府』中公文庫 2004
笥 雅博『日本の歴史（10）蒙古襲来と徳政令』講談社学術文庫 2009
佐藤進一『鎌倉幕府訴訟制度の研究』目黒書店 1946
佐藤進一『日本中世史論集』岩波書店 1990
佐藤進一『日本の中世国家』岩波中公文庫 1983
網野善彦『網野善彦著作集第5巻 蒙古襲来』岩波書店 2008
上横手雅敬『鎌倉時代政治史研究』吉川弘文館 2001
秋山哲雄『鎌倉幕府滅亡と北条氏一族』吉川弘文館 2013
瀬野精一郎『鎌倉幕府と鎮西』吉川弘文館 2011年

●参考論文

- 永井晋「安達泰盛と霜月騒動（日本史の研究(242)）」『歴史と地理』2013-09
本郷和人「霜月騒動再考」『史学雑誌』2003-12
細川重男「飯沼大夫判官と両統迭立--「平頼綱政権」の再検討」『白山史学』2002-04
細川 重男「嘉元の乱と北条貞時政権」『立正史学』1991-03
渡辺晴美「北条貞時政権の研究—弘安末年における北条貞時政権の実態分析—」『中央史学』1984-03

第3問

出題のねらい

江戸時代の外交について、朝鮮との関係に焦点をあてて出題した。豊臣秀吉の朝鮮侵略により朝鮮との断交状態を経て、家康の時期の国交回復、その後の朝鮮通信使の派遣と対馬の宗氏を介した貿易の実施、さらに江戸幕府による朝鮮通信使の政治的利用を複合的に理解できているかをねらいとした。また、朝鮮との外交関係が、オランダ・中国とどのように異なるか、近世の対外関係についてそれぞれの特色を理解できているかも意図している。

解答例

- A 江戸幕府は朝鮮と国交を樹立し、幕府より特権を与えられた宗氏が釜山の倭館で独占的に貿易を行った。幕府はオランダとは国交を樹立せず、自ら権利を掌握し長崎の出島で貿易を行った。(85字)
- B 朝鮮は朝鮮侵略での捕虜の返還から新将軍就任の慶賀へと名目を変化させ、江戸幕府は通信使を利用し将軍の権威の高揚を図った。(59字)

採点の手引き

- ・ 答えは指定記述量の8割を超えていること(指定量を超えた答えは採点の対象外)。
- ・ 文章が未完の答えは採点の対象外。
- ・ 誤字、脱字等は1カ所につき、1点を減点する。

以上を踏まえた上で、以下のポイントについて記述されていること。

<設問A>

- ① 朝鮮・オランダとの国交に関する相違点について触れていること。
- ② 朝鮮・オランダとの貿易に関し、担い手の相違点について触れていること。
- ③ 朝鮮・オランダとの貿易に関し、貿易地の相違点について触れていること。

<設問B>

- ① 朝鮮通信使の最初の派遣理由は、朝鮮侵略の捕虜返還であったことに触れていること。
- ② 朝鮮通信使の派遣理由が、将軍の就任慶賀へと変化したことに触れていること。
- ③ 江戸幕府が、将軍の権威を高揚させるために朝鮮通信使を利用した点に触れていること。

※設問A・Bともに、個別の事例について触れても構わないが、制限文字数では上記のポイントのいずれかが欠落してしまうので減点となる。

解説

<設問A>

○設問の確認

【主題】江戸時代の朝鮮とオランダの外交関係に関する相違点を述べる。

【副題】朝鮮とオランダの貿易に関する相違点について述べる。

○条件文の確認

(1)・朝鮮の使節が徳川秀忠と会見して国書を交換した

→朝鮮とは国交が樹立されており、オランダとは国交が結ばれなかった

・己酉約条の条文

→朝鮮との貿易は、宗氏が独占的な特権を幕府から与えられていた

(2)・幕府がオランダへの輸出・輸入禁止品目を定めた

→オランダとの貿易は、幕府が自ら掌握していた

・朝鮮の外交使節に約 700 名の対馬藩の役人や商人が滞在していた

→朝鮮との貿易は、釜山の倭館で実施されていた

上記の点から、オランダとの貿易は長崎で実施されていたことも導く

<設問B>

○設問の確認

【主題】朝鮮が使節を派遣した理由を述べる

【副題】江戸幕府が朝鮮使節を政治的に利用した点を述べる

○条件文の確認

(1)・朝鮮使節が 1418 人の朝鮮人を伴って帰国した

→豊臣秀吉の朝鮮侵略による捕虜の返還が、当初の派遣の理由であった

(3)・徳川将軍の外交上の呼称を「日本国大君」と定めた

→(4)と併せて、新井白石による将軍の呼称変化を導く

・「通信使」の名称で使節を派遣した

→使節の派遣の理由を、将軍の慶賀へ名目を変化させたことを導く

(4)・徳川家光の要請により、朝鮮通信使が日光東照宮を参拝した

→朝鮮通信使を利用して、将軍の権力を国内に示した

・雨森芳州が『交隣提醒』を著して幕府の対応を批判した

→雨森芳州が、新井白石による朝鮮通信使の対応を変化させた政策を批判したことを導く

上記の具体的な内容として、(3)と関連させて、将軍の呼称を「日本国王」へ変化させ、
将軍の権威を高揚させようとしたことを導く

<全体>

豊臣秀吉による二度の朝鮮侵略後、日朝間は断交状態となっていた。1607（慶長 12）年に朝鮮から派遣された使節は、徳川将軍への国書の回答と朝鮮侵略で日本に連行された朝鮮人捕虜を連れ戻すことを目的とし、回答兼刷兼使と呼ばれた。以後、三回目までの使節はこの名称が用いられ、1636（寛永 13）年の四回目の使節から朝鮮通信使へと名称が変更された。

朝鮮との貿易は、江戸幕府・朝鮮の間を取り持ち、国交回復を実現させた功績によって、対馬の宗氏に独占的な権限が与えられた。1609（慶長 14）年に締結された己酉約条では、日本からの渡航船は対馬島主の証明書を持参することが明記されている。室町時代の日朝貿易では、富山浦・乃而浦・塩浦の三浦を開港し、三浦と首都漢城に貿易のために倭館が設置された。その後、一時的な廃止を経て、1607年に釜山に倭館が設置され、宗氏は倭館に代官や文書担当役人、僧侶など約 700 名を常駐させていた。これは、対オランダ・中国貿易に関し、江戸幕府が貿易の権利を掌握していたのとは性格を異にするものであった。また、外交上の関係においても、朝鮮は国交を樹立した通信国であり、オランダ・中国は国交が樹立されていない貿易上の関係に留まる通商国であった。こうした相違点についても、正

確に理解しておきたい。

朝鮮通信使の派遣は、幕府にとって将軍の権威を示す機会として利用された。1636年の四回目の使節派遣では、徳川家光の要請によって朝鮮通信使は日光東照宮へ参拝した。東照宮は初代将軍家康の廟であり、家光は将軍の権力を確立するにあたり外国使節に東照宮を参拝させることで、将軍の権威を国内に示すねらいがあった。朝鮮通信使の日光東照宮参拝は、家光期の1643（寛永20）年、家綱期の1655（明暦元）年にも実施され、計三度の参拝が行われた。

1711（正徳元）年、徳川家宣の将軍就任を慶賀するために朝鮮通信使が派遣されたが、この際に新井白石は朝鮮からの国書に記された将軍の称号を「日本国大君」から「日本国王」へ変更した。白石は、大君は朝鮮では世嗣を指す言葉であり、国王よりも低い意味となることを避け、「日本国王」の号を用いることで将軍の権威を対外的に示そうとした。これに対し、対馬藩に仕えていた儒学者雨森芳洲は、著書『交隣提醒』にて、日朝が互いに欺かずに誠意をもって交流する必要性を主張し、「誠信外交」を朝鮮との外交における基本姿勢とするべきことを説き白石を批判した。1719（享保4）年、徳川吉宗の将軍就任を祝い九回目の使節が派遣されると、吉宗は将軍の呼称を「日本国大君」へと戻し、旧例尊重の方針を示して白石の改革を否定した。その後、朝鮮通信使は、1811（文化8）年に徳川家斉の将軍就任に際して派遣されたのが最後となった。朝鮮との外交には、こうした江戸幕府側の政治的な意図がその背景に含まれていたためである。

外交史は、近世を問わず各時代で出題の多いテーマであり、その中で朝鮮に焦点をあてた設問もよく見られるものである。近世の対朝鮮外交については、国交や貿易に関する外交上の特徴の理解だけでなく、朝鮮外交とそれに対する江戸幕府の政治的意図も、受験を直前に控えた時期だからこそしっかりと理解してもらいたい。

参考文献

- ・上田正昭『雨森芳洲（ミネルヴァ日本評伝選）』ミネルヴァ書房、2011年。
- ・大石学『江戸の外交戦略（角川選書446）』角川学芸出版、2009年。
- ・鶴田啓『対馬からみた日朝関係（日本史リブレット41）』山川出版社、2006年。
- ・仲尾宏『朝鮮通信使—江戸日本の誠信外交（岩波新書1093）』岩波書店、2007年。
- ・八百啓介『近世オランダ貿易と鎖国』吉川弘文館、1998年。
- ・ロナルド・トビ『「鎖国」という外交（全集日本の歴史第9巻）』小学館、2008年。

第4問

出題のねらい

A 1854年日露和親条約での樺太が両国人雑居地とされたことと、1875年樺太千島交換条約で日本が千島領有、ロシアが樺太領有とされたことを比較し、明治政府が樺太領有をあきらめた背景を考えさせたい。ロシアの樺太進出が進み、明治政府は樺太ではなく北海道の開拓や領有化を優先し、開拓と防衛にあたらせる屯田兵制度を制定したことをおさえたい。

B 北海道開拓を優先させる明治政府が開拓使顧問として多くのアメリカ人教師や技術者を雇ったことから、開拓がアメリカ式農法のもとで進展し、大農場制度と畜産技術が移植されたことをおさえたい。また、これらの教師のもとで育った人材が明治日本の啓蒙や近代化に貢献したことをおさえたい。

解答例

A 領土問題を抱える政府は土族を開拓と防衛にあたらせる屯田兵制度を採用したが、背景には日露和親条約で両国人雑居地とした樺太へのロシア進出があった。その後北海道開拓を優先する政府は樺太千島交換条約を結び、樺太をロシア領、千島を日本領とした。(118字)

B アメリカ式大農場制度と畜産技術を北海道開拓に移植しつつ、西洋近代思想の啓蒙家らの人材育成に貢献した。(51字)

採点の手引き

- ・ 答えは指定字数の8割を超えていること（指定字数を超えた答えは採点の対象外）
- ・ 誤字、脱字は1カ所につき1点を減点する。

設問ごと、以下のポイントについて記述されていること

<設問A>

- ① 日露和親条約（日魯通好条約）では樺太が両国人雑居地とされたことが述べられていること。
- ② 樺太千島交換条約では樺太がロシア領、千島が日本領とされたことが述べられていること。
- ③ ロシアの樺太進出を警戒した明治政府は屯田兵制度を採用したことが述べられていること。

<設問B>

- ① アメリカ式大農場制度と畜産技術の移植について貢献したことが述べられていること。
- ② 西洋近代思想の人材育成について貢献したことが述べられていること。

【解説】

本問は明治初期の屯田兵制度採用について、その目的を国際関係、土族授産、北海道開拓の視点で答えさせるものである。

幕末以降、明治政府はロシアの南下・東進に備えるため領土交渉と開拓を並行させた。1855年の日露和親条約で樺太を両国人雑居地として以降、1867年樺太島仮規則においても帰属問題は解決せず、1870年には後に長官となる黒田清隆が開拓使次官として樺太領有やその維持についての困難に言及している。このような情勢から1875年樺太・千島交換条約で日本は千島を、ロシアは樺太を領有し

た。

ロシアからの北方領土防衛の観点から、明治政府は蝦夷地の開拓を進展させた。1869年7月開拓使を設置し、8月には蝦夷を「北海道」と改称した。開拓を進展させるための移住民については、戊辰戦争での領地削減や明治政府による近代化政策で増加した没落士族を雇用するという士族授産が考えられ、宮城・青森・酒田三県から募集された。戊辰戦争で敗北した士族が多く、加えて寒冷地での所領経営に親しんだことが理由であった。文中の伊達邦成は仙台藩有力家臣であり、戊辰朝敵の汚名を漱ぐことと1300戸7000人の家中自活を目的として北海道に移住した士族の代表である。彼らの移住と開拓は現在の北海道伊達市の由来ともなっている。士族移民は輸入機械を積極的に開拓や営農に取り入れ、後の農民移住者へそれら機械の普及に貢献した。北海道開拓は士族移民に続いた農民移住者の増加に伴って進展したが、それは松方財政や1890年恐慌による農村困窮と関連して位置づけられる。

北海道の開拓は広大な西部の土地を急速に開拓したアメリカにその範が求められ、開拓使次官黒田清隆はグラント大統領時代の農務長官ホーレス・ケブロンを日本に招くことに成功した。ケブロンは開拓のみでなく北海道行政全般について意見を述べ、「ケブロン報文」と呼ばれる報告書を政府に提出した。気象状況の調査、地形や地質の測量と検査、輸送方法の改善、食生活の改善や寒冷地向け住宅の建設、稲作から畑作や酪農などの新農業への転換、自然を生かした材木の加工、石炭や諸工場の開設などについても意見が述べられている。彼はアンチセルやワーフィールド、ライマン、マンロー、エドウィン・ダン、クラークなどを招き、開拓使のお雇外国人は78人中48人がアメリカ人という状況であった。クラークは札幌農学校教頭として8カ月間勤務したが、彼のもとで学んだ佐藤昌介は後にアメリカジョーンズ・ホプキンス大学に留学し、経済学者R・T・イリーのもとで農政学を専攻した。帰国後は札幌農学校教授、北海道大学初代総長となり、それまで英米風の大農経営と畑作を重視していた農学校の学風を中小農経営・米作中心の農学へと転換していくことに貢献した。オハイオ州で大牧場を営んでいたエドウィン・ダンは来日後、おもに畜産や酪農に関する知識や技術の普及に努め、馬の改良のために在来馬の去勢手術を主張し普及させたことで北海道畜産の父として有名である。また津軽藩出身の役人の娘「つる」と結婚し、御雇外国人の中でも珍しく生涯を通じて日本に在住した人物である。

【参考文献】

- 榎本守恵、君尹彦著 『北海道の歴史 県史シリーズ1』 昭和44年12月1日 山川出版社
牧野昇・会田雄次・大石慎三郎監修『江戸時代 人づくり風土記1 北海道』1991年7月25日農文協
榎本守恵著 『侍たちの北海道開拓』 1993年1月25日 北海道新聞社
高倉新一郎・関秀志著 『北海道の風土と歴史』 昭和52年11月1日 山川出版社
伊藤廣著『屯田兵の研究』1992年7月10日 同成社
永井秀夫・大庭幸生編『北海道の百年』1999年6月10日 山川出版社
真鍋重忠著『日露関係史』1978年3月20日 吉川弘文館
木村汎著『日露国境交渉史』1993年9月15日 中央公論社
安岡昭男著『明治維新と領土問題』1980年9月20日 教育社
田辺安一著『お雇い外国人エドウィン・ダンー北海道農業と畜産の夜明け』1999年4月 北海道出版企画センター
西島照男訳『ホーレス・ケブロン自伝』1989年5月31日 北海道出版企画センター

難関大学入試記述模試 数 学

(問題・解説編)

埼玉県立総合教育センター

問題A-1①

a, b を互いに素とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0, y > 0$ であるとき、 $ax + by$ は、 $ab + 1$ 以上の整数はすべて表現できることを示せ。
 (2) $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $ax + by$ は、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できることを示せ。

<<出題の意図>>

大学入試において出題される整数問題は、整数の性質や方程式、座標平面など様々な分野のものを学習していることが求められ、問題文から具体的な例を自分で考え、解法の糸口を探していけることが攻略の鍵となる。本問題は、一次不定方程式の一般的な形の証明をする問題とした。 x と y の値によって $ax + by$ のとり得る値が変わることを、証明を通して実感してもらう。教科書に記載されている不定方程式の解法を利用しているが、新たに自分で文字を設定したり、数式の評価の部分でしっかりと議論をする必要があったり、文字の置き換えなどをするため、一つひとつ丁寧に証明していく必要がある。(2)の問題は、(1)の問題を利用して証明することができる。

<<解答・解説>>

(1) $ax + by$ で表現できる整数値を N とおく。 $\therefore ax + by = N \dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ を満たす x, y をそれぞれ X, Y とすると、 $aX + bY = N \dots \textcircled{2}$

となり、 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ から、

$$a(x - X) + b(y - Y) = 0$$

$$a(x - X) = b(Y - y)$$

ここで、 a, b は互いに素であるから、 k を整数とすると、

$$x - X = bk \quad \therefore x = X + bk$$

$$Y - y = ak \quad \therefore y = Y - ak$$

$x > 0, y > 0$ であるから、

$$x = X + bk > 0 \quad \therefore k > -\frac{X}{b} \quad \longrightarrow \quad \therefore -\frac{X}{b} < k < \frac{Y}{a}$$

$$y = Y - ak > 0 \quad \therefore \frac{Y}{a} > k$$

ここで整数 k が必ず存在するためには、 $\frac{Y}{a} - \left(-\frac{X}{b}\right) > 1$ を満たす必要がある。

$$\frac{Y}{a} + \frac{X}{b} > 1 \quad \therefore aX + bY > ab$$

よって、 $\textcircled{2}$ から $aX + bY = N > ab$ となり、 N は $ab + 1$ 以上の整数となる。

したがって、 x, y が自然数であるとき、 $ax + by$ で表現できる整数値は、 $ab + 1$ 以上の整数はすべて表現することができる。 証明終

(2) (1)より、 a, b が互いに素であり、 $X > 0, Y > 0$ であるとき、 $aX + bY \geq ab + 1$ を満たしている。

$x \geq 0, y \geq 0$ とするとき、 $X = x + 1, Y = y + 1$ とかけ、

このとき、 $a(x + 1) + b(y + 1) \geq ab + 1$ より、 $ax + by \geq ab - a - b + 1 = (a - 1)(b - 1)$

よって、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $ax + by$ は、 $(a - 1)(b - 1)$ 以上の整数すべてを表現できる。 証明終

<<参考①>>

問題の背景に、ベズーの等式がある。ベズーの等式とは初等整数論の定理であり、「 a, b を0でない整数とし、その最大公約数を c とすると、 $ax+by=c$ となる整数解 x, y が存在する。」である。また、ベズーの等式の同値として、「 $ax+by=1 \Leftrightarrow a, b$ は互いに素」がある。

今回、 a, b が互いに素であるとき、 x, y に条件が与えられた場合に、 $ax+by$ で表現できる整数について考察する問題となっている。「 $ax+by=1 \Leftrightarrow a, b$ は互いに素」から、 $ax+by=1$ の両辺を k 倍 (k は整数) するとき、 $akx+bky=k$ となり、改めて $kx=x', ky=y'$ とおくと、 $ax'+by'=k$ とできる。 k が整数である以外の条件はないので、すべての整数の値を表現できることがわかる。

<<参考②>>

(2)の問題「 a, b が互いに素であり、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $ax+by$ は、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できる。」について考察する。本問題は、単に $(a-1)(b-1)$ 以上の整数がすべて表現できることがわかるだけではなく、表現できる整数とできない整数を表にすると、0から $(a-1)(b-1)-1$ の midpoint にあたる $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を軸に、必ず対になっていることが分かる。以下は対になることについての例と、その証明である。

例 $x \geq 0, y \geq 0$ のとき、 $3x+5y$ で表現できる整数を考える。

(2)より、 $3x+5y$ で表せる整数は、 $(3-1)(5-1)=2 \times 4=8$ より、8以上の整数は表現できる。また、 $x \geq 0, y \geq 0$ より、-1以下の整数は表現できない。ここで、0から7までの整数が表現できるか確認すると、以下の表になる。

整数	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
表現	×	×	×	○	×	×	○	×	○	○	×	○	○	○

← すべて表現できない
→ すべて表現できる

表から分かることは、3と4の間を境界にして、表現「できる」整数と「できない」整数が必ず対になっている。

一般性の証明 a, b が互いに素であり、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できる。また、負の数は表現できないので、下の表のようになる。

整数	...	-1	0	$(a-1)(b-1)-1$	$(a-1)(b-1)$...
表現	×	×	○			?	○	○

← すべて表現できない
→ すべて表現できる

まず、0の対になると予想される $(a-1)(b-1)-1$ が表現できないことを示す。

証明 $aX+bY=(a-1)(b-1)-1$ と表現できる X, Y が存在するとする。 ($X \geq 0, Y \geq 0$)

このとき、 $aX+bY=(a-1)(b-1)-1=ab-a-b$

整理すると、 $a(b-1-X)=b(Y+1)$

となり、 a, b は互いに素であるから、 $Y+1=ak \dots$ ①、 $b-1-X=bk \dots$ ②となる整数 k が存在する。

①より、 $Y \geq 0$ 、 a は正の整数より、 $k > 0$ である。

また、 $X \geq 0$ 、 b は正の整数、①より $k > 0$ であることをもとに②について考えると、

$k=1$ のとき、 $X=-1$ であり不適。

$k \geq 2$ のとき、 b について解くと、 $b = \frac{1+X}{1-k} < 0$ となり不適。

よって、 $(a-1)(b-1)-1$ は表現できない。 **証明終**

次に、一般の場合にも、対になっていることを示す。

このためには、2つの点

(i) 0と $(a-1)(b-1)-1$ を両端とし、その両端から同じ数だけ移動させた2点に対して「片方の整数の表現ができる」とき、「もう一方の整数は表現ができない」

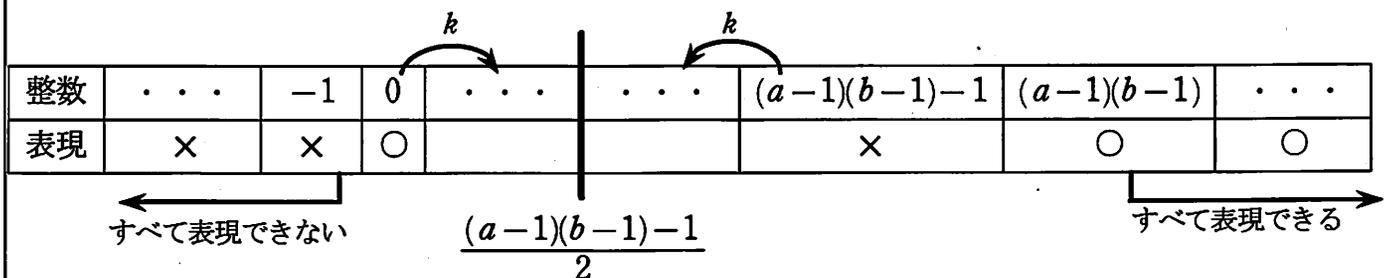
(ii) 0から $(a-1)(b-1)-1$ までの「表現できる」整数の個数は0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数の個数の半分である $\frac{(a-1)(b-1)}{2}$ 個

が言えることで、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの中点 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸として、片方が表現できる整数の場合、もう一方が表現出来ない整数となる対が出来ることが分かる。

(i)の証明

0から k だけ移動した整数が表現できるとする。 $ax_1+by_1=k \dots$ ③

さらに $(a-1)(b-1)-1$ から k だけ戻した整数が表現できるとする。 $ax_2+by_2=(a-1)(b-1)-1-k \dots$ ④



③+④より、 $a(x_1+x_2)+b(y_1+y_2)=(a-1)(b-1)-1$

ここで、 $x_1+x_2=X$ 、 $y_1+y_2=Y$ とすると、

$$aX+bY=(a-1)(b-1)-1$$

となり、 $(a-1)(b-1)-1$ を表現できる X, Y の整数解はないため、矛盾が生じる。

よって、0と $(a-1)(b-1)-1$ から等距離にある整数両方が表現できることはない。

このことから、「片方が表現できる」とき、「もう一方は表現できない」ことが分かる。 **証明終**

しかし、「片方が表現できる」とき「もう一方は表現できない」ことは分かったが、「片方が表現できない」とき「もう一方も表現できない」ことは無いことを示す必要がある。これは、(i)の証明と、(ii)の証明を組み合わせることで、必ず「表現できる」と「表現できない」が対になることが言えるので、(ii)を証明する。

(ii)の証明

0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数の中で、 $ax+by$ で表現できる整数の個数を調べるために、格子点で考える。
格子点で、 $ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$ を満たし、 $x \geq 0, y \geq 0$ である整数解の個数を求められれば、(ii)を求めたことになる。

$$ax+by=(a-1)(b-1)-1 \text{ とすると,}$$

$$ax+by=ab-a-b$$

$$= \begin{cases} a(b-1)+b \cdot (-1) \\ a \cdot (-1)+b(a-1) \end{cases}$$

より、 $(x, y)=(b-1, -1)$ と $(-1, a-1)$ を解にもつ。
ここで2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ を対角線にもつ長方形をつくる。 $x \geq 0, y \geq 0$ より、右の図において、斜線部の部分(境界も含む)における格子点の個数が、

$$0 \leq ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$$

の範囲において表現できる整数解の個数と同じであるから、この個数を求める。

まず $ax+by=(a-1)(b-1)-1$ 上に、 $-1 \leq x \leq b-1$ において2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ 以外の格子点が無いことを示す。

$ax+by=(a-1)(b-1)-1 \dots \textcircled{5}$ の1つの解 $(b-1, -1)$ から

$$a(b-1)+b(-1)=(a-1)(b-1)-1 \dots \textcircled{6}$$

$\textcircled{5}-\textcircled{6}$ より

$$a(x-b+1)+b(y+1)=0$$

$$\therefore b(y+1)=a(b-1-x)$$

a, b は互いに素であるから、 $\begin{cases} y+1=am \\ b-1-x=bm \end{cases}$ となる整数 m が存在する。 $\therefore \begin{cases} y=am-1 \\ x=-bm+b-1 \end{cases}$

ここで、長方形の y 座標に関して、2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ を除くと、 $-1 < y < a-1$ である。

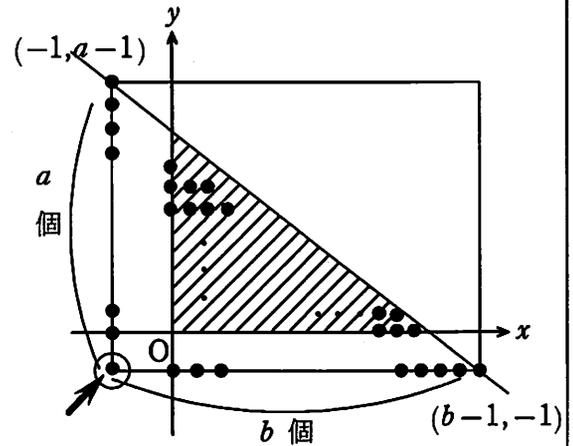
$$\therefore -1 < am-1 < a-1$$

$$\therefore 0 < am < a$$

$a \neq 0$ より

$$\therefore 0 < m < 1$$

このとき、 $0 < m < 1$ を満たす整数 m は存在しないので、 $-1 \leq x \leq b-1$ において、 $ax+by=(a-1)(b-1)-1$ 上に、2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ 以外の格子点が無いことが分かった。



次に、実際に格子点の個数を調べる。

長方形の内部(境界も含む)にある格子点の個数は $(a+1)(b+1)$ 個であり、2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ を結んだ対角線で切った下半分の個数は、 $(a+1)(b+1)$ から2点 $(b-1, -1)$ 、 $(-1, a-1)$ の格子点を差し引き、半分にした個数であるから、 $\frac{(a+1)(b+1)-2}{2}$ 個となる。また、長方形の縦 a 個、横 b 個は範囲外であるので、以下の式になる。

$$\therefore \frac{(a+1)(b+1)-2}{2} - a - b + 1 = \frac{(a-1)(b-1)}{2}$$

よって、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数の中で、 $ax+by$ で表現できる整数の個数は $\frac{(a-1)(b-1)}{2}$ である。

これは、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数の個数 $(a-1)(b-1)$ 個の半分であることが分かる。

以上のことから、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数について、中点 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸として、片方が表現できる整数の場合、もう一方が表現出来ない整数となる対が出来ることが分かった。

ここで、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数は全て表現ができ、 -1 以下の整数は全て表現できないが、これは(i)の証明を満たしている。よって、 a, b が互いに素であり、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $ax+by$ は、 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸にして、必ず対になっていることになる。

問題A-1②

a, b を互いに素である正の整数, $x \geq 0, y \geq 0$ とする。このとき, $ax+by$ で表現できる整数について, 次の問いに答えよ。

- (1) $ax+by$ は, $(a-1)(b-1)-1$ を表現できないことを示せ。
- (2) $0 \leq ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$ とするとき, $ax+by$ で表現することができる整数の個数を求めよ。

<<出題の意図>>

大学入試において出題される整数問題は、整数の性質や方程式、座標平面など様々な知識を統合していくことが求められ、問題文から具体的な例を自分で考え、解法の糸口を探していけることが攻略の鍵となる。本問題は、一次不定方程式について、従来であれば表現できる整数解を求めるところを、表現できない整数解にスポットを当て、格子点と絡めて考察する問題とした。(1)は、 $ax+by$ は $(a-1)(b-1)$ 以上の整数は全て表現できることから派生させ、 $(a-1)(b-1)-1$ は表現できないことを示す問題とした。(2)は、 $x \geq 0, y \geq 0$ より0未満の整数は表現できないことと、 $(a-1)(b-1)$ 以上は表現できることから、 $ax+by$ が、 $0 \leq ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$ を満たす整数解の個数を求める問題とした。 $ax+by$ の大小関係を考察するために、格子点を利用することがポイントとなる。

<<解答・解説>>

- (1) $aX+bY=(a-1)(b-1)-1$ と表現できる X, Y が存在するとする。 ($X \geq 0, Y \geq 0$)

このとき, $aX+bY=(a-1)(b-1)-1=ab-a-b$

整理すると, $a(b-1-X)=b(Y+1)$

となり, a, b は互いに素であるから, $Y+1=ak \dots \textcircled{1}$, $b-1-X=bk \dots \textcircled{2}$ となる整数 k が存在する。

$\textcircled{1}$ より, $Y \geq 0$, a は正の整数より, $k > 0$ である。

また, $X \geq 0$, b は正の整数, $\textcircled{1}$ より $k > 0$ であることをもとに $\textcircled{2}$ について考えると,

$k=1$ のとき, $X=-1$ であり不適。

$k \geq 2$ のとき, b について解くと, $b = \frac{1+X}{1-k} < 0$ となり不適。

よって, $(a-1)(b-1)-1$ は表現できない。 証明終

- (2) $ax+by$ で表現することができる整数の個数を求めるために、格子点で考える。

$ax+by=(a-1)(b-1)-1$ とすると,

$$ax+by=ab-a-b = \begin{cases} a(b-1)+b \cdot (-1) \\ a \cdot (-1)+b(a-1) \end{cases}$$

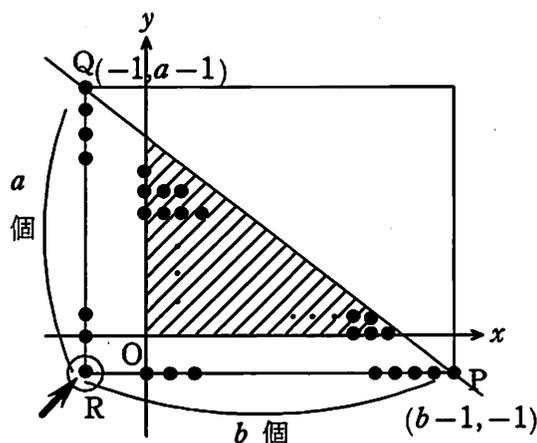
より, (x, y) は, $(b-1, -1)$ と $(-1, a-1)$ を解にもつ。

ここで2点 $P(b-1, -1)$, $Q(-1, a-1)$ を対角線にもつ長方形をつくる。 $x \geq 0, y \geq 0$ より, 右の図において, 斜線部の部分 (境界も含む) における格子点の個数が,

$$0 \leq ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$$

を満たす整数解の個数と同じであるので, この個数を求める。

まず $ax+by=(a-1)(b-1)-1$ 上に, $-1 < x < b-1$ において, 2点 $(b-1, -1)$, $(-1, a-1)$ 以外の格子点が無いことを示す。



$ax+by=(a-1)(b-1)-1 \dots \textcircled{3}$ の1つの解 $(b-1, -1)$ から

$$a(b-1)+b(-1)=(a-1)(b-1)-1 \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{3}-\textcircled{4}$ より

$$a(x-b+1)+b(y+1)=0$$

$$\therefore b(y+1)=a(b-1-x)$$

a, b は互いに素であるから, $\begin{cases} y+1=am \\ b-1-x=bm \end{cases}$ となる整数 m が存在する。 $\therefore \begin{cases} y=am-1 \\ x=-bm+b-1 \end{cases}$

ここで, 長方形の y 座標に関して, 2点 $(b-1, -1), (-1, a-1)$ を除くと, $-1 < y < a-1$ である。

$$\therefore -1 < am-1 < a-1$$

$$\therefore 0 < am < a$$

$a \neq 0$ より

$$\therefore 0 < m < 1$$

このとき, $0 < m < 1$ を満たす整数 m は存在しないので, $-1 < x < b-1$ において, $ax+by=(a-1)(b-1)-1$ 上に, 2点 $(b-1, -1), (-1, a-1)$ 以外の格子点が無いことが分かった。

次に, 格子点の個数を調べる。

長方形の内部 (境界を含む) にある格子点の個数は $(a+1)(b+1)$ 個であり, 2点 $P(b-1, -1), Q(-1, a-1)$ を結んだ対角線で切った下半分 (三角形 PQR 内) の個数は, $(a+1)(b+1)$ から 2点 $P(b-1, -1), Q(-1, a-1)$ の格子点を差し引き, 半分にした個数であるから, $\frac{(a+1)(b+1)-2}{2}$ 個となる。

また, 長方形の縦 a 個, 横 b 個は範囲外であり, 点 R は重複しているので, 以下の式になる。

$$\therefore \frac{(a+1)(b+1)-2}{2} - a - b + 1 = \frac{(a-1)(b-1)}{2}$$

よって, $0 \leq ax+by \leq (a-1)(b-1)-1$ とするとき, $ax+by$ で表現することができる整数の個数は,

$$\frac{(a-1)(b-1)}{2} \text{ 個である。}$$

<<参考①>>

問題の背景に, ベズーの等式がある。ベズーの等式とは初等整数論の定理であり, 「 a, b を 0 でない整数とし, その最大公約数を c とするとき, $ax+by=c$ となる整数解 x, y が存在する。」である。また, ベズーの等式と同値として,

「 $ax+by=1 \Leftrightarrow a, b$ は互いに素」がある。

a, b が互いに素であり, x, y に条件が与えられた場合の, $ax+by$ で表現できる整数について考察する。

I. x, y が整数であるとき, $ax+by$ は全ての整数を表現できる

II. $x > 0, y > 0$ であるとき, $ax+by$ は, $ab+1$ 以上の整数はすべて表現できる

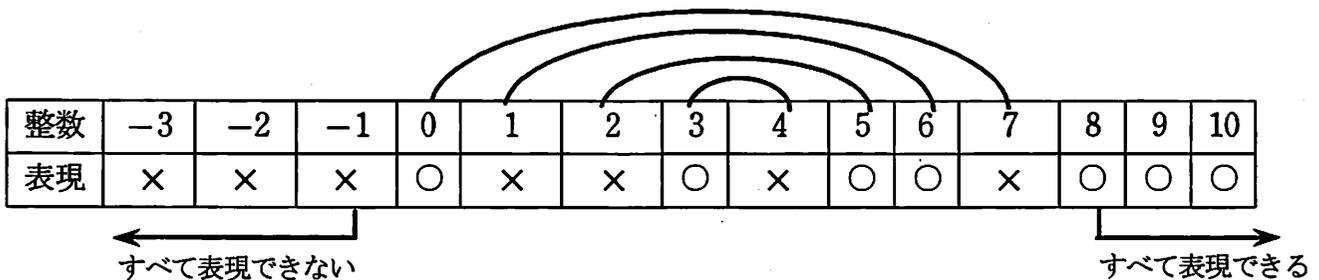
III. $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき, $ax+by$ は, $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できる

<<参考②>>

本問題は「 a, b が互いに素であり、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $ax+by$ は、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できる。」について考察する問題であるが、単に $(a-1)(b-1)$ 以上の整数がすべて表現できることがわかるだけでなく、表現できる整数とできない整数を表にすると、0から $(a-1)(b-1)-1$ の中点にあたる $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸に、必ず左右で表現「出来る」と「出来ない」の対になっていることが分かる。以下は対になることについての例と、その証明である。

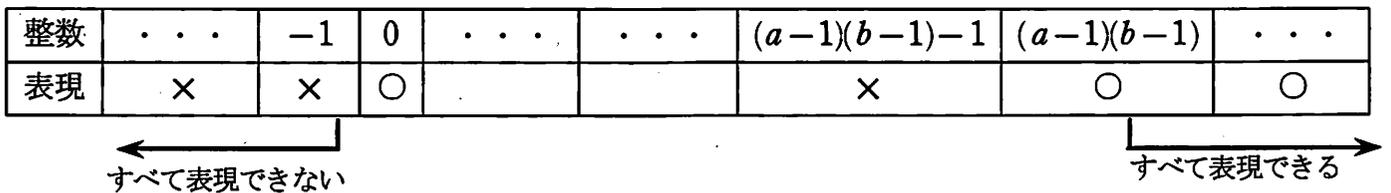
例 $x \geq 0, y \geq 0$ のとき、 $3x+5y$ で表現できる整数を考える。

(2)より、 $3x+5y$ で表せる整数は、 $(3-1)(5-1)=2 \times 4=8$ より、8以上の整数は表現できる。また、 $x \geq 0, y \geq 0$ より、-1以下の整数は表現できない。ここで、0から7までの整数が表現できるか確認すると、以下の表になる。



表から分かることは、3と4の間を境界にして、表現「できる」整数と「できない」整数が必ず対になっている。

一般性の証明 a, b が互いに素であり、 $x \geq 0, y \geq 0$ であるとき、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数はすべて表現できる。また、負の数は表現できないので、下の表のようになる。



本問題の(1)より、 $(a-1)(b-1)-1$ が表現できないことが分かる

一般の場合にも、対になっていることを示すためには、2つの点

- (i) 0と $(a-1)(b-1)-1$ を両端とし、その両端から同じ数だけ移動させた2点に対して「片方の整数の表現ができる」とき、「もう一方の整数は表現ができない」
- (ii) 0から $(a-1)(b-1)-1$ までの「表現できる」整数の個数は0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数の個数の半分である $\frac{(a-1)(b-1)}{2}$ 個

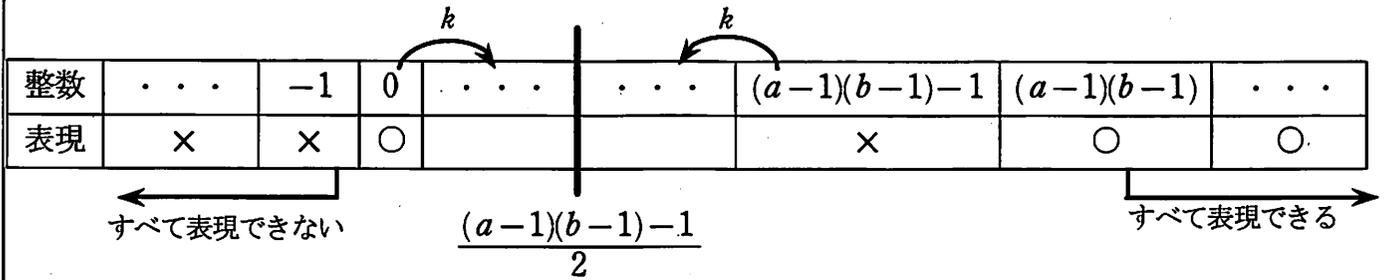
が言えることで、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの中点 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸として、片方が表現できる整数の場合、もう一方が表現出来ない整数となる対が出来ることが分かる。

今回、本問題の(2)より、(ii)は示しているため、ここでは(i)を示す。

(i)の証明

0から k だけ移動した整数が表現できるとする。 $ax_1+by_1=k \dots \textcircled{3}$

さらに $(a-1)(b-1)-1$ から k だけ戻した整数が表現できるとする。 $ax_2+by_2=(a-1)(b-1)-1-k \dots \textcircled{4}$



$\textcircled{3}+\textcircled{4}$ より、 $a(x_1+x_2)+b(y_1+y_2)=(a-1)(b-1)-1$

ここで、 $x_1+x_2=X$ 、 $y_1+y_2=Y$ とすると、

$aX+bY=(a-1)(b-1)-1$

となり、 $(a-1)(b-1)-1$ を表現できる X 、 Y の整数解はないため、矛盾が生じる。

よって、0と $(a-1)(b-1)-1$ から等距離にある整数両方が表現できることはない。

このことから、「片方が表現できる」とき、「もう一方は表現できない」ことが分かる。 **証明終**

ここで、「片方が表現できる」とき「もう一方は表現できない」ことは分かったが、「片方が表現できない」とき「もう一方も表現できない」ことは無いことを示す必要がある。しかし、これは(i)の証明と、本問題(2)の証明を組み合わせることで、必ず「表現できる」と「表現できない」が対になることが言える。

以上のことから、0から $(a-1)(b-1)-1$ までの整数について、中点 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸として、片方が表現できる整数の場合、もう一方が表現出来ない整数となる対が出来ることが分かった。

さらに、 $(a-1)(b-1)$ 以上の整数は全て表現ができ、 -1 以下の整数は全て表現できないが、これは(i)の証明を満たしている。よって、 a 、 b が互いに素であり、 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ であるとき、 $ax+by$ は、 $\frac{(a-1)(b-1)-1}{2}$ を中心軸にして、必ず対になっていることになる。

問題A-2

複素数平面上に、2つの異なる定点 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ があり、点 $C(\gamma)$ が

$$(\gamma - \beta)(\bar{\gamma} - \bar{\alpha}) + (\gamma - \alpha)(\bar{\gamma} - \bar{\beta}) = 0$$

を満たしている。このとき、点 C の軌跡を答えよ。

<<出題の意図>>

複素数は、平面上の点と対応させることで、ベクトルや平面幾何を考察することができる。今回の問題は、2つの線分のなす角が $\frac{\pi}{2}$ 、すなわち $\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} = \text{純虚数}$ になることを用いて、与えた2定点を直径の両端とする円の軌跡（ただし、2定点上を除く）を求める問題とした。もちろん問題の意図がつかめてしまえば、複素数ではなく別の解法や直感で解けてしまうかもしれないため、上記のような式を与えることにした。

<<解答・解説>>

$$(\gamma - \beta)(\bar{\gamma} - \bar{\alpha}) + (\gamma - \alpha)(\bar{\gamma} - \bar{\beta}) = 0 \dots \textcircled{1} \text{ とする。}$$

点 A 、 B 、 C は異なる3点であるため、 $\gamma \neq \alpha$ 、 $\gamma \neq \beta$ である。よって、 $\textcircled{1}$ の両辺に $\frac{1}{(\gamma - \alpha)(\bar{\gamma} - \bar{\alpha})}$ を掛けると、

$$\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} + \frac{\bar{\gamma} - \bar{\beta}}{\bar{\gamma} - \bar{\alpha}} = 0 \dots \textcircled{2} \text{ となる。}$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \frac{\bar{\gamma} - \bar{\beta}}{\bar{\gamma} - \bar{\alpha}} &= \frac{\overline{\gamma - \beta}}{\overline{\gamma - \alpha}} \\ &= \overline{\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} \right)} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} + \overline{\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} \right)} = 0$$

これより、 $\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha}$ は純虚数であることが分かり、 $\arg\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ であることから、 $AC \perp BC$ である。

よって、点 C は2点 AB を直径とする円の円周を描く。（ただし、点 A 、 B 上を除く）

<<参考①>>

点 C は2点 AB を直径とする円の円周を描くことを確かめる。

$|\alpha - \beta| = d$ とし、 $\alpha = 0$ 、 $\beta = d$ とおく。このとき点 A 、 B 、 C は、常に $\arg\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha}\right) = \pm \frac{\pi}{2}$ を満たしており、

点 A が、平行移動・回転移動をしたとしても、同じ平行移動・回転移動を点 B 、点 C もするため、 $\alpha = 0$ 、 $\beta = d$ とおいても一般性は失わない。

ここで、 $\gamma = x + yi$ とおき、それぞれを $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} + \frac{\bar{\gamma} - \bar{\beta}}{\bar{\gamma} - \bar{\alpha}} = \frac{x + yi - d}{x + yi} + \frac{x - yi - d}{x - yi} = 0$$

$$(x + yi - d)(x - yi) + (x - yi - d)(x + yi) = 0$$

$$x^2 - xyi + xyi + y^2 - dx + dxi + x^2 + xyi - xyi + y^2 - dx - dyi = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 2dx = 0$$

$$x^2 + y^2 - dx = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

よって、中心 $(x, y) = \left(\frac{d}{2}, 0\right)$ 、半径 $\frac{d}{2}$ の円であるから、3点A, B, Cの位置関係は、

点Aと点Bを結ぶ線分ABの中点を中心とする、半径 $\frac{d}{2}$ の円を描く。

ただし、3点は異なるため、点A, 点B上は除く。

<<参考②>>

3点が1直線上にある場合、 $\frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha} = \frac{\bar{\gamma} - \bar{\beta}}{\bar{\gamma} - \bar{\alpha}}$ = 実数 となり、直線の方程式は、

$$(\bar{\alpha} - \bar{\beta})\gamma - (\alpha - \beta)\bar{\gamma} + \alpha\bar{\beta} - \bar{\alpha}\beta = 0$$

である。

問題 B-1

t が実数全体を動くとき、

$$\begin{cases} x=t-t^2 \\ y=t+t^2 \end{cases}$$

で表される曲線を C とする

- (1) 曲線 C の概形を図示せよ.
- (2) 曲線 C の名称を答えよ. また, それを示せ.

<<出題の意図>>

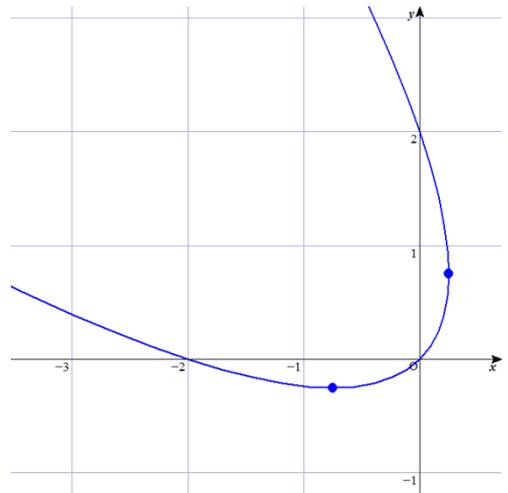
媒介変数を用いた曲線の問題であるが、曲線を図示して終わりではなく、かいた曲線の名称まで考えさせる問題である。図示だけでは、かいた曲線が放物線であることにはなかなか気付けない。ベクトルで座標軸を取り換えることを学ぶが、その良さを意識して解くような問題は少ないように思う。本問題を通じて、その良さを経験してほしい。行列が学習指導要領からなくなった。しかし、本問題のようにベクトルや複素数を使えば「拡大・平行移動・回転」を用いた問題は出題できる。

<<解答>>

(1) $\frac{dx}{dt}=1-2t, \frac{dy}{dt}=1+2t$

増減表をもとに C の概形を図示すると右図のようになる。

t	...	$-\frac{1}{2}$...	$\frac{1}{2}$...
$\frac{dx}{dt}$	+	+	+	0	-
$\frac{dy}{dt}$	-	0	+	+	+
(x,y)	\searrow	$(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$	\nearrow	$(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	\swarrow



(2) $P(x,y)$ とする。

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t-t^2 \\ t+t^2 \end{pmatrix} \\ &= t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで、 $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とすれば、 $\overrightarrow{OP} = t\vec{a}_1 + t^2\vec{a}_2$ となるので、

\vec{a}_1, \vec{a}_2 を基本ベクトルとして考えたときの、 \overrightarrow{OP} の成分は (t, t^2) である。

$x' = t, y' = t^2$ として t を消去すると、 $y' = x'^2$ となる。ゆえに C は放物線を表す。

<<別解>>

$$z = x + yi \text{ とすると, } z\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) = (x + yi)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) = \{(t-t^2) + (t+t^2)i\}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right) = t + t^2i$$

$x' = t, y' = t^2$ として t を消去すると、 $y' = x'^2$ となる。ゆえに C は放物線を表す。

<<参考>>

$\overrightarrow{OP} = s\vec{a}_1 + t\vec{a}_2$ のとき、 \vec{a}_1 、 \vec{a}_2 を基本ベクトルとして考えたときの、 \overrightarrow{OP} の成分は (s, t) である。
このことを利用すれば、「ゆがんだ」曲線をかかせる問題などが作成できる。

θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を動くとき、

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos\theta - \sqrt{3} \sin\theta \\ y = \cos\theta + \sin\theta \end{cases}$$

で表される曲線を C とする。曲線 C の概形を図示せよ。

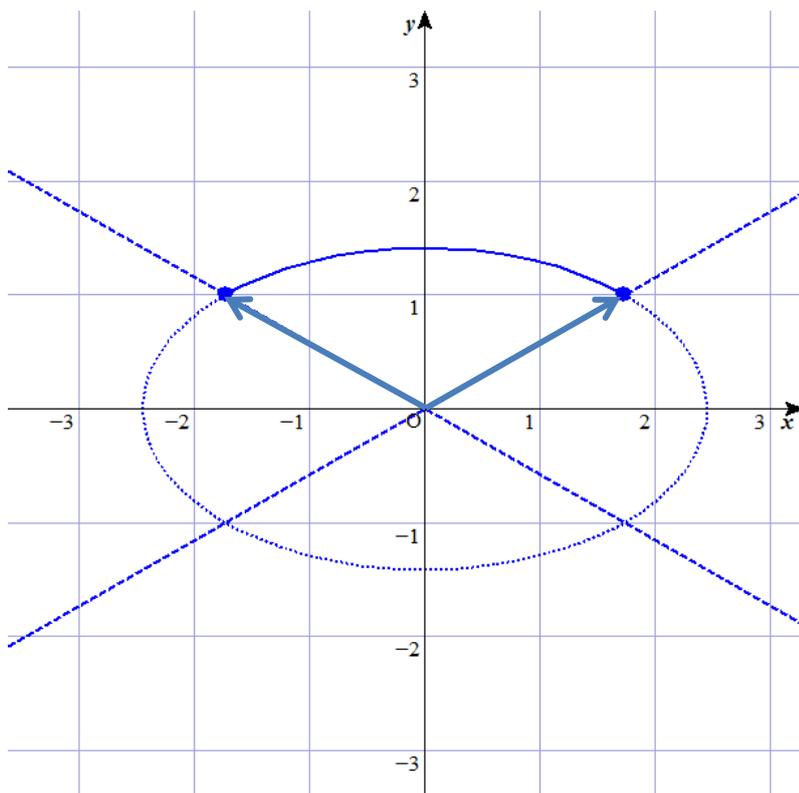
<<解答>>

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ とすると}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \cos\theta \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \cos\theta \vec{a}_1 + \sin\theta \vec{a}_2 \end{aligned}$$

よって、 \vec{a}_1 、 \vec{a}_2 を基本ベクトルとして考えたときの、
 \overrightarrow{OP} の成分は $(\cos\theta, \sin\theta)$ である。

θ は $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を動くので、曲線 C の概形は下図のようになる。



問題 B-2

$f(x) = x^3 - 3x$ とする.

点 P を「曲線 $y = f(x)$ へ接線がちょうど 3 本引けるような点」とするとき、点 P が存在する領域を図示せよ.

<<出題の意図>>

接線が引ける領域を図示する問題. 解いて終わるのではなく, 結果から, 「もとの曲線」と「変曲点での接線」が境界線になっていることに気づいてほしい.

<<解答>>

$P(a, b)$ とする.

$f'(x) = 3x^2 - 3$ より曲線上の点 $(t, t^3 - 3t)$ における接線の方程式は

$$y - (t^3 - 3t) = (3t^2 - 3)(x - t)$$

整理して

$$y = (3t^2 - 3)x - 2t^3$$

これが, 点 $P(a, b)$ を通るので

$$b = (3t^2 - 3)a - 2t^3$$

t について整理して

$$2t^3 - 3at^2 + 3a + b = 0$$

この t についての方程式が異なる 3 つの実数解を持つばよい.

すなわち, $g(t) = 2t^3 - 3at^2 + 3a + b$ としたとき, $y = g(t)$ のグラフが t 軸と異なる 3 点で交わればよい.

$g'(t) = 6t^2 - 6at = 6t(t - a)$ であるから, 以下のように場合分けする.

(ア) $a > 0$ のとき.

右の増減表より条件を満たすには

$$\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(a) < 0 \end{cases} \quad \text{すなわち, } \begin{cases} b > -3a \\ b < a^3 - 3a \end{cases}$$

t	...	0	...	a	...
$g'(t)$	+	0	-	0	+
$g(t)$	↗	$3a + b$	↘	$-a^3 + 3a + b$	↗

(イ) $a = 0$ のとき.

$g(t) = 2t^3 + b = 0$ は実数解を一つしかもたない. ゆえに不適である.

(ウ) $a < 0$ のとき.

右の増減表より条件を満たすには

$$\begin{cases} g(a) > 0 \\ g(0) < 0 \end{cases} \quad \text{すなわち, } \begin{cases} b < -3a \\ b > a^3 - 3a \end{cases}$$

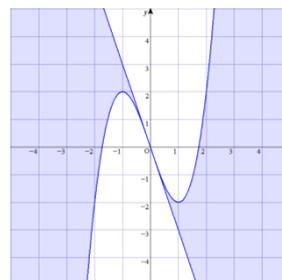
t	...	a	...	0	...
$g'(t)$	+	0	-	0	+
$g(t)$	↗	$-a^3 + 3a + b$	↘	$3a + b$	↗

(ア) (イ) (ウ) より

求める領域は右の図の色付き部分のようになる.

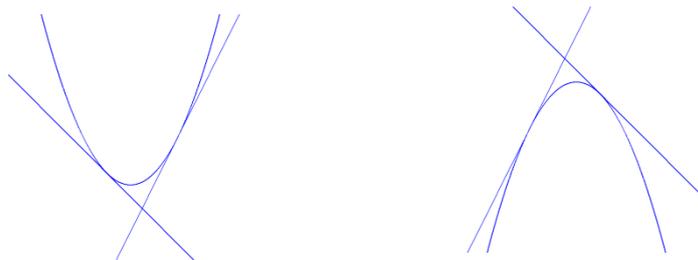
ただし, 境界線は含まない.

(境界線は $y = x^3 - 3x, y = -3x$)

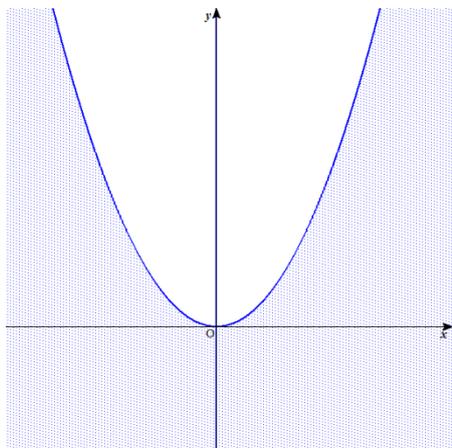


<<参考>>

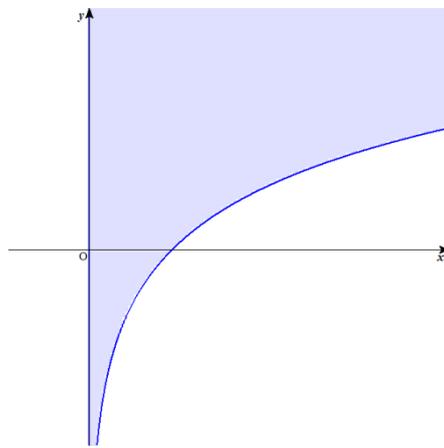
この問題の背景を大まかにいうと「下（上）に凸の曲線に対して，その曲線の下（上）側の点からは接線が2本引ける」ということである．漸近線がある場合はそれが境界線になる．



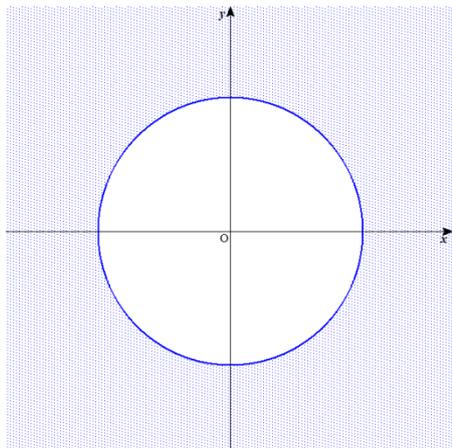
(例1) 曲線 $y=x^2$ に対して，
接線がちょうど2本引けるような点の
集合を図示すると下図のようになる．



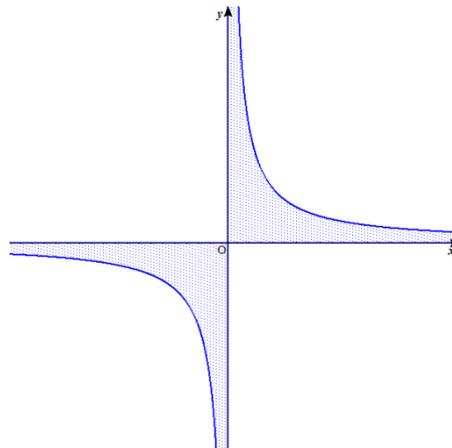
(例2) 曲線 $y=\log x$ に対して，
接線がちょうど2本引けるような点の
集合を図示すると下図のようになる．



(例3) 曲線 $x^2+y^2=1$ に対して，
接線がちょうど2本引けるような点の
集合を図示すると下図のようになる．



(例4) 曲線 $xy=1$ に対して，
接線がちょうど2本引けるような点の
集合を図示すると下図のようになる．



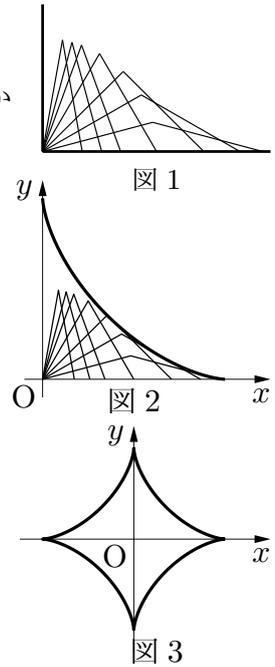
今後は「下（上）に凸の曲線に対して，その曲線の下（上）側の点からは接線が2本引ける」という状況を数式で表現し，一般化を考えていきたい．

問題C-1

バスの前扉は折りたたみ式になっている。図1はその前扉の動きを表した図である。この図1にアステロイド曲線を重ねたものが図2である。図2からわかるように、バスの折りたたみ扉の通過領域は一部がアステロイド曲線と重なる。そこで図3のような、次の媒介変数で表されるアステロイド曲線 C について以下の問いに答えなさい:

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} \quad (0 \leq t < 2\pi)$$

- (1) 曲線 C で囲まれる部分の面積を求めなさい。
- (2) 曲線 C の長さを求めなさい。
- (3) 曲線 C 上の点 $P(x, y)$ ($x > 0, y > 0$) における接線と x 軸, y 軸によってつくられる三角形の周の長さを l とする。
 l の最大値を求めなさい。



<<出題の意図>>

アステロイド曲線について、前半は面積、後半は曲線の長さの問いを作成した。アステロイド曲線は媒介変数で表示することが多いが、一方で包絡線のような視点で捉えることもできる。包絡線の視点で捉えると、バスの折りたたみ扉などの通過領域を考察することにも使えることがわかる。このようにアステロイド曲線は実は身近な生活の中にも隠れていることがわかる。

<<解答・解説>>

(1) $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t dt$ とすると,

$$\begin{aligned} I_n &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t dt \\ &= [-\cos t \sin^{n-1} t]_0^{\frac{\pi}{2}} + (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \sin^{n-2} t dt \\ &= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{n-2} t - \sin^n t) dt \\ &= (n-1)(I_{n-2} - I_n) \end{aligned}$$

したがって,

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$$

曲線 C に囲まれる部分の面積を求める。対称性より第1象限について面積を求め、4倍すればよい。求める面積を S とすれば、 $dx = -3(\sin t - \sin^3 t) dt$ であり $x: 0 \mapsto 1$ は $t: \frac{\pi}{2} \mapsto 0$ であるから

$$\begin{aligned}
S &= 4 \int_0^1 y dx \\
&= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 (\sin^4 t - \sin^6 t) dt \\
&= 12(I_4 - I_6) \\
&= 12 \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} I_0 - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} I_0 \right) \\
&= \frac{3}{4} I_0
\end{aligned}$$

$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^0 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = \frac{\pi}{2}$ であるから,

$$S = \frac{3\pi}{8}$$

(2) 対称性より第 1 象限について曲線の長さを求め、4 倍すればよい。求める長さを L とすれば、

$$\begin{aligned}
L &= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \\
&= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(3 \sin t \cos t)^2} dt \\
&= 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin t \cos t| dt \\
&= 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cos t dt && \because \sin t \cos t \geq 0 \quad (0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}) \\
&= 6 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t dt \\
&= 6 \left[-\frac{1}{2} \cos 2t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= 6
\end{aligned}$$

(3) 点 $P(\cos^3 t, \sin^3 t)$ における接線の傾き $\frac{dy}{dx}$ は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3 \sin^2 t \cos t}{-3 \sin t \cos^2 t} = -\tan t$$

したがって、接線の方程式は、

$$y = -\tan t x + \sin t$$

この接線の x 切片、 y 切片はそれぞれ $(\cos t, 0)$ 、 $(0, \sin t)$ であるから、斜辺の長さは 1 である。よって周の長さ ℓ は

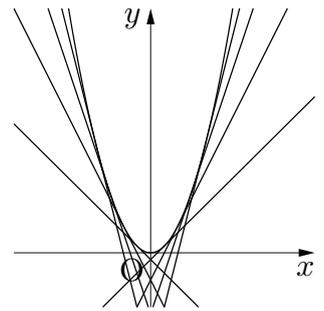
$$\begin{aligned}
\ell &= \sin t + \cos t + 1 \\
&= \sqrt{2} \sin \left(t + \frac{\pi}{4} \right) + 1
\end{aligned}$$

したがって、 ℓ の最大値は $\sqrt{2} + 1$ ($t = \frac{\pi}{4}$)

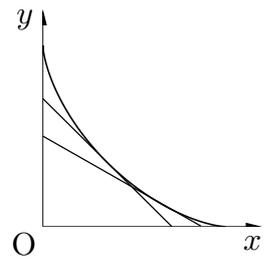
<<参考>>

①包絡線

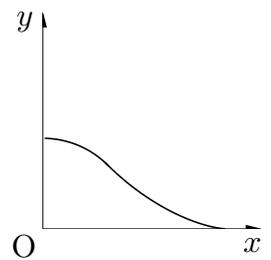
与えられた複数の曲線(直線)すべてと接する曲線を包絡線といいます。例えば放物線 $y = x^2$ について考えると、放物線上の点 (t, t^2) における接線は $y = 2tx - t^2$ です。そこで $y = 2tx - t^2$ で与えられる直線群において t を変化させていくと右図のようになります。つまり、放物線 $y = x^2$ は直線群 $y = 2tx - t^2$ (t は任意の実数) のすべてと接する曲線となっています。したがって、放物線 $y = x^2$ は直線群 $y = 2tx - t^2$ (t は任意の実数) の包絡線であるといえます。



それでは、本問題について考えてみましょう。(3) よりアステロイド曲線 C は直線群 $y = -\tan t x + \sin t$ の包絡線であることがわかります。考えやすくするために、第1象限のみに注目してみると、曲線 C の接線の x 切片、 y 切片は $(\cos t, 0)$, $(0, \sin t)$ であり、接線の x 軸と y 軸の間の部分の長さは t の値にかかわらず常に1であることがわかります。つまり、これは長さ1の線分を、両端点がそれぞれ x 軸、 y 軸上にあるように動かしたときの包絡線であるといえます。



バスの前方の扉は1つ折りの形となっている場合が多く、そのうち片方は四分円を描くように動き、他方が上記のアステロイド曲線の接線の一部となるように動きます。



② $\sin^n t$ の積分 (繰り返し考えていくと形が見えてくるパターンの積分)

この積分は、 n が偶数のときと奇数のときで少し形が変わります。具体的に計算してみると、

(1) n が奇数のとき $I_{2n-1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n-1} t dt$

$$\begin{aligned} I_{2n-1} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n-1} t dt \\ &= [-\cos t \sin^{2n-2} t]_0^{\frac{\pi}{2}} + (2n-2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \sin^{2n-3} t dt \\ &= (2n-2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{2n-2} t - \sin^{2n} t) dt \\ &= (2n-2)(I_{2n-3} - I_{2n-1}) \\ &= \frac{2n-2}{2n-1} I_{2n-2} \end{aligned}$$

$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt = \frac{1}{2}$ であるから

$$I_{2n-1} = \frac{2n-2}{2n-1} \cdot \frac{2n-4}{2n-3} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

(2) n が偶数のとき $I_{2n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} t dt$

$$\begin{aligned} I_{2n} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} t dt \\ &= \left[-\cos t \sin^{2n-1} t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + (2n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \sin^{2n-2} t dt \\ &= (2n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{2n-2} t - \sin^{2n} t) dt \\ &= (2n-1)(I_{2n-2} - I_{2n}) \\ &= \frac{2n-1}{2n} I_{2n-2} \end{aligned}$$

$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^0 t dt = \frac{\pi}{2}$ であるから

$$I_{2n} = \frac{2n-1}{2n} \cdot \frac{2n-3}{2n-2} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

C-2

α を実数でない複素数とする。

- (1) 複素数 z について、 $z = \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z}$ であることは、 $(\alpha + |\alpha|)\bar{z} = (\bar{\alpha} + |\alpha|)z$ であるための必要十分条件であることを示しなさい。
- (2) 3点 $O(0), A(\alpha), B(1)$ を結んで得られる $\triangle OAB$ の内心を表す複素数を z とするとき、

$$z = \frac{\alpha + |\alpha|}{|\alpha| + 1 + |\alpha - 1|}$$

を示しなさい。

<<出題の意図>>

初等幾何を複素数平面上で考えることをテーマに作成した問題である。今回は三角形の内心に主眼を置き、(1) では角の二等分線を与える複素数、(2) ではそれを利用し三角形の内心を求める問題とした。

参考にもあるが、複素数はベクトルの捉えることもできるので、複素数平面とベクトルの架け橋として考えるきっかけになればという思いの下、本問題を作成した。この問題に限らず、分野を超えて考えることの面白さや、新たな発見などにも目を向けてほしい。

<<解答・解説>>

- (1) まず、 $z = \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z} \Rightarrow (\alpha + |\alpha|)\bar{z} = (\bar{\alpha} + |\alpha|)z$ を示す。

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= (\bar{\alpha} + |\alpha|) \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z} \\ &= (|\alpha| + \alpha) \bar{z} = \text{左辺} \end{aligned}$$

次に $(\alpha + |\alpha|)\bar{z} = (\bar{\alpha} + |\alpha|)z \Rightarrow z = \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z}$ を示す。

$\bar{\alpha} = \frac{|\alpha|^2}{\alpha}$ であるから、

$$\begin{aligned} (\alpha + |\alpha|)\bar{z} &= (\bar{\alpha} + |\alpha|)z \\ (\alpha + |\alpha|)\bar{z} &= \left(\frac{|\alpha|^2}{\alpha} + |\alpha|\right)z \\ (\alpha + |\alpha|)\bar{z} &= (|\alpha| + \alpha) \frac{|\alpha|}{\alpha} z \end{aligned}$$

したがって、 $z = \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z}$

- (2) z は $\triangle OAB$ の内心であるから、 z は $\angle AOB$ の二等分線上にある。したがって、

$$z = \frac{\alpha}{|\alpha|} \bar{z}$$

が成り立つ。次に $\triangle OAB$ を -1 平行移動し、原点中心に $\arg\left(\frac{1}{\alpha-1}\right)$ だけ回転させた三角形を $\triangle O'A'B'$ とすると、3点を表す複素数は

$$O'(-\frac{|\alpha-1|}{\alpha-1}), A'(|\alpha-1|), B'(0)$$

であり内心 z は $(\frac{z-1}{\alpha-1}|\alpha-1|)$ に移動する。ここで $\angle A'B'O'$ の 2 等分線について考えると (1) より

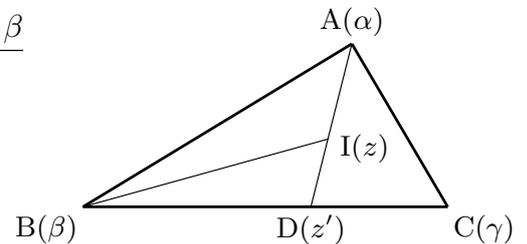
$$\begin{aligned} \left(-\frac{|\alpha-1|}{\alpha-1} + 1\right) \frac{\overline{z-1}}{\alpha-1} |\alpha-1| &= \left(-\frac{|\alpha-1|}{\alpha-1} + 1\right) \frac{z-1}{\alpha-1} |\alpha-1| \\ \left(1 - \frac{|\alpha-1|}{\alpha-1}\right) (\bar{z}-1) &= \left(1 - \frac{|\alpha-1|}{\alpha-1}\right) (z-1) \\ (\alpha-1-|\alpha-1|) (\bar{z}-1) &= (\bar{\alpha}-1-|\alpha-1|) (z-1) \\ (\alpha-1-|\alpha-1|) \frac{|\alpha|z-\alpha}{\alpha} &= (\bar{\alpha}-1-|\alpha-1|) (z-1) \\ (\alpha-1-|\alpha-1|) (|\alpha|z-\alpha) &= (|\alpha|^2 - \alpha - \alpha|\alpha-1|) (z-1) \\ (\alpha-|\alpha|) (|\alpha|+1+|\alpha-1|) z &= (\alpha+|\alpha|) (\alpha-|\alpha|) \\ z &= \frac{\alpha+|\alpha|}{|\alpha|+1+|\alpha-1|} \end{aligned}$$

<<参考>>

複素数平面上の一直線上にない 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を結び、 $\triangle ABC$ をつくる。 $\triangle ABC$ の内心を表す複素数を z とするとき、

$$z = \frac{|\alpha-\beta|\gamma + |\beta-\gamma|\alpha + |\gamma-\alpha|\beta}{|\alpha-\beta| + |\beta-\gamma| + |\gamma-\alpha|}$$

$\angle A$ の二等分線と BC の交点を D とし、点 D を表す複素数を z' とする。このとき、三角形の角の二等分線の性質より



$$\begin{aligned} z' &= \frac{|\alpha-\beta|}{|\alpha-\beta| + |\gamma-\alpha|} (\gamma-\beta) + \beta \\ &= \frac{|\alpha-\beta|\gamma + |\gamma-\alpha|\beta}{|\alpha-\beta| + |\gamma-\alpha|} \dots\dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$I(z)$ は $\triangle ABC$ の内心であるから、 $\angle B$ の二等分線と AD の交点である。したがって、

$$\begin{aligned} z &= \frac{|\alpha-\beta|}{|\alpha-\beta| + |\beta-z'|} (z'-\alpha) + \alpha \\ &= \frac{|\alpha-\beta|z' + |\beta-z'|\alpha}{|\alpha-\beta| + |\beta-z'|} \end{aligned}$$

これに①を代入して計算すると

$$\begin{aligned}(z \text{ の分子}) &= |\alpha - \beta| \frac{|\alpha - \beta|\gamma + |\gamma - \alpha|\beta}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} + \left| \frac{|\alpha - \beta|(\gamma - \beta)}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} \right| \alpha \\ &= \frac{|\alpha - \beta|}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} (|\alpha - \beta|\gamma + |\beta - \gamma|\alpha + |\gamma - \alpha|\beta) \\ (z \text{ の分母}) &= |\alpha - \beta| + \frac{|\alpha - \beta|(\gamma - \beta)}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} \\ &= |\alpha - \beta| \left(1 + \frac{|\beta - \gamma|}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} \right) \\ &= \frac{|\alpha - \beta|}{|\alpha - \beta| + |\gamma - \alpha|} (|\alpha - \beta| + |\beta - \gamma| + |\gamma - \alpha|)\end{aligned}$$

したがって,

$$z = \frac{|\alpha - \beta|\gamma + |\beta - \gamma|\alpha + |\gamma - \alpha|\beta}{|\alpha - \beta| + |\beta - \gamma| + |\gamma - \alpha|}$$

問題 D-1

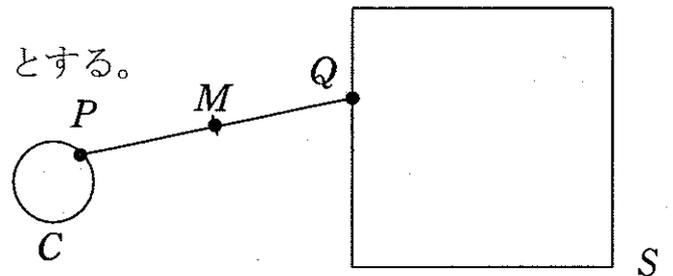
平面上に半径1の円 C とおよび1辺の長さが4の正方形 S があり、 C と S は共有点を持たないものとする。円 C の円周上に点 P を、正方形 S の周上に点 Q をそれぞれとり、線分 PQ の中点を M とする。点 P および点 Q がそれぞれ自由に動くとき、点 M が動いてできる図形を図示しその面積を求めよ。

《出題の意図》

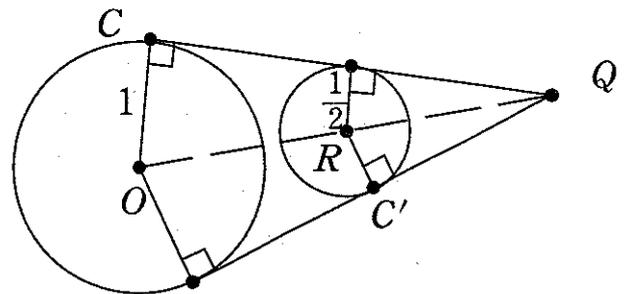
2つの動点が自由に動いてできる図形を考えるときに、一方を固定して図形の一部を捉え、他方を動かして図形の全体像をイメージしていく考え方が必要となる。

《解答》

まず、点 Q を固定して考える。円 C の中心を O とする。点 P を円 C 上で1周させると点 M の軌跡は、線分 OQ の中点 R を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円 C' を描く。

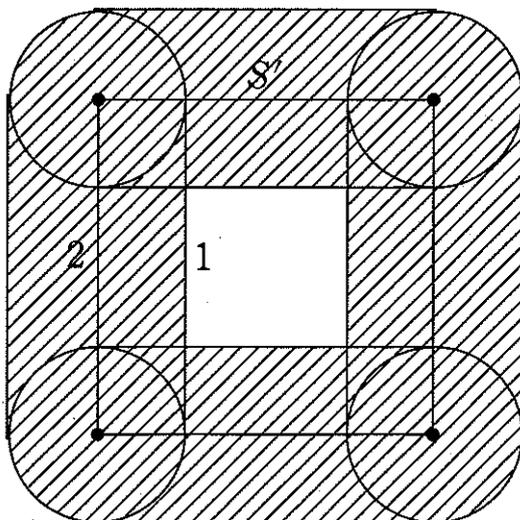
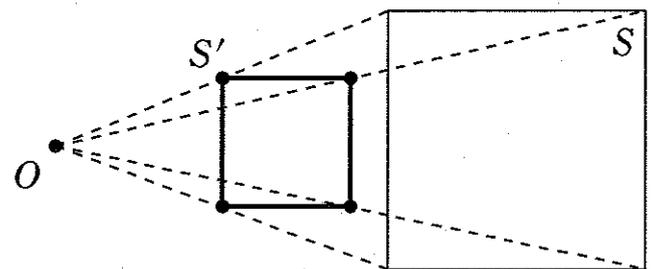


次に、点 Q を正方形 S の周上を動かすと、点 R も点 Q に応じて動き、点 R は1辺の長さが2の正方形 S' を描く。



ここで、 S' は S を点 O を中心として $\frac{1}{2}$ 倍に縮小した図形である。

したがって、円 C' を動かして考えると点 M の動く範囲は下図の斜線部分となる。



よって、点 M が動いてできる図形は図の斜線部分となる。ただし、境界線上の点を含む。
この図形の面積を S とおき、

$$S = (1\text{辺}2\text{の正方形}) + 4 \cdot \left(\text{縦}2\text{横}\frac{1}{2}\text{の長方形} \right) + 4 \cdot \left(\text{半径}\frac{1}{2}\text{の四分円} \right) - (1\text{辺}1\text{の正方形})$$

のように分割して考えると、

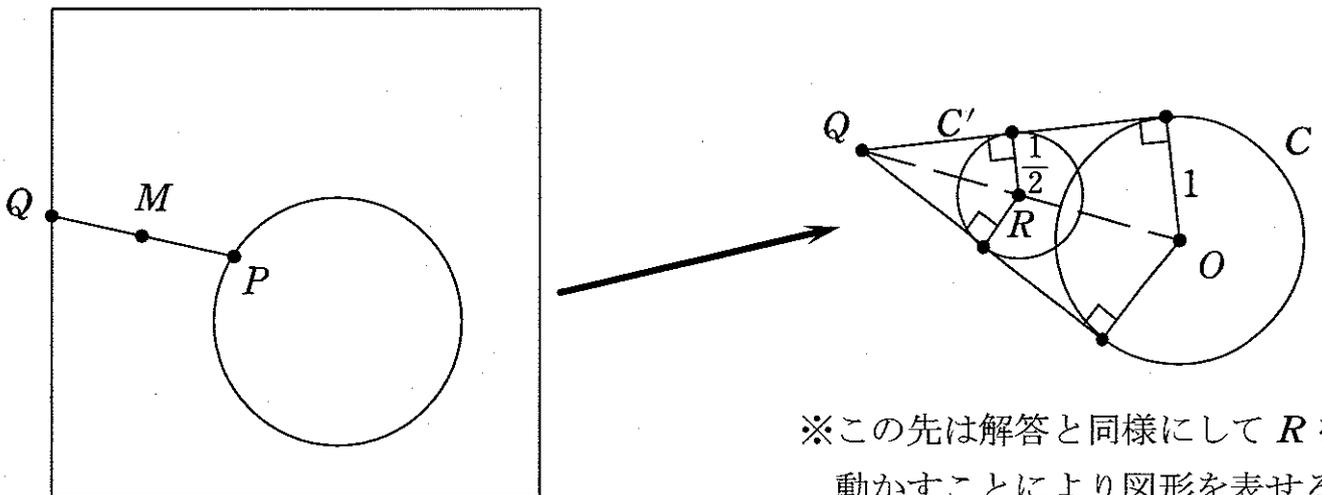
$$S = 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{4} - 1$$

$$= 4 + 4 + \frac{\pi}{4} - 1 = 7 + \frac{\pi}{4} = \frac{28 + \pi}{4}$$

終

《参考》

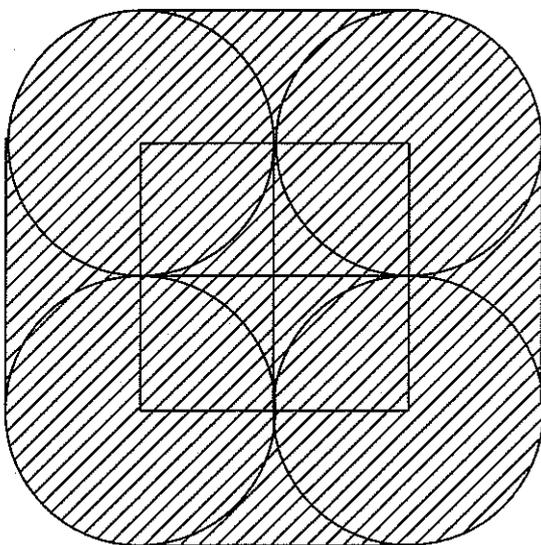
①与えられた2つの図形に位置関係によらず、得られる図形は同じとなる。



※この先は解答と同様にして R を動かすことにより図形を表せる。

②与えられた2つの図形の大小関係により、得られる図形の内部がくり抜かれたものになるかどうかが決まる。

例：半径1の円と1辺2の正方形の場合



③軌跡と領域（数学Ⅱ）における軌跡の教科書練習問題レベル問題において条件を変えてみるとどうなるかという点を問題作成の核として進めた。この類の基本的な問題には、 x - y 平面上で1つの定点と1つの動点でできる軌跡を問う問題があり、代数的な処理によって方程式を求めることにより軌跡を求めることができる。本問においては、固定された1つの定点をさらに動点として扱うとどうなるかという観点から、動かし方を基本的な図形上で考えることを思い付き、点の軌跡を求めるという定積的な問題ではなく領域の面積を求めるという定量的な問題として捉え直した。基本的な図形としては円や三角形や正方形などを考えてみたが、解答における適度な計算量を考えると半径1の円と1辺が4の正方形がよいと判断し、本問のような形式とした。

問題 D-2

$a \neq 0, b \neq 0$ とするとき、 x 切片 a 、 y 切片 b である直線の方程式は $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \dots \textcircled{1}$ と

表される。また、座標平面上で x 座標と y 座標がともに整数である点 (x, y) を格子点という。 $a \neq 0, b \neq 0$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) a, b を互いに素な整数とするとき、直線 $\textcircled{1}$ 上の格子点の座標を求めよ。

次に、3つの不等式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} < 1, x > 0, y > 0$ を満たす領域 D について考える。

(2) a, b を互いに素な正の整数とするとき、領域 D 上の格子点の個数を a, b を用いて表せ。

(3) $a, b (a > b)$ を互いに素な正の整数とし、 p を素数とする。領域 D 上の格子点の個数が p 個のとき、 a と b の組 (a, b) は何組あるか。

《出題の意図》

高校数学で扱う直線の方程式は、その時々に応じて使い分けることが必要とされる。本問においては、 xy 平面上の切片に注目した切片方程式を考える。そして、整数問題の内容を取り入れ、代数と解析の融合問題として扱った。

《考え方》

(1) 無限個ある格子点の個数を整数を用いて一般解として表す。

(2) 領域の境界上の点は含まれないことに注意する。

(3) (2) を利用し、素因数分解の仕方に着目する。

《解答》

(1) $a \neq 0, b \neq 0$ であるから、 $\textcircled{1}$ より直線の方程式を変形すると、

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{a} = 1 - \frac{y}{b} \Leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{b-y}{b} \Leftrightarrow x = a \frac{b-y}{b}$$

ここで、 a と b は互いに素であり、 $\frac{b-y}{b}$ は整数になればよいのでこれを k とおくと、

x は整数 k を用いて $x = ak$ と表される。

このとき、 $\frac{b-y}{b} = k$ より、 $b-y = bk$ なので $y = b - bk$ と表される。

ゆえに、格子点の座標は、 $(ak, b - bk)$ (k は整数) となる。

終

(2) 右図のように4点 O, A, B, C をとる。

四角形 $OACB$ 上の格子点の個数は、

$$(a+1)(b+1) \text{ 個} \quad \text{である。}$$

次に、周上について考える。

四角形の周上には、 $2(a+b)$ 個の格子点がある。

また、 a と b は互いに素であり、(1)より格子点は

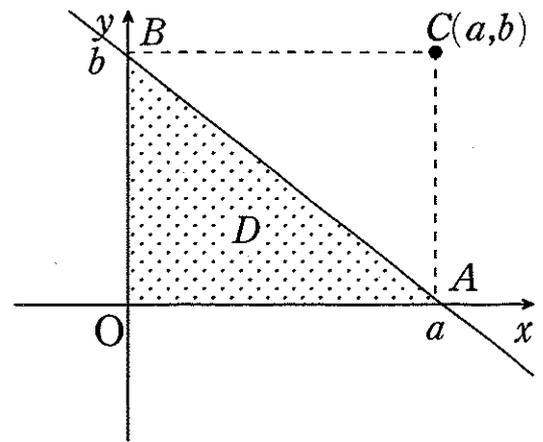
$(ak, b(1-k))$ (k は整数) と表されるので、端点

A, B を除いた線分 AB 上に格子点は存在しない。

ゆえに、領域 D 上の格子点の個数は、

$$\frac{(a+1)(b+1) - 2(a+b)}{2} = \frac{ab - a - b + 1}{2} = \frac{(a-1)(b-1)}{2}$$

したがって、領域 D 上には、 $\frac{(a-1)(b-1)}{2}$ 個の格子点がある。 □



(3) 領域 D 上の格子点の個数が素数 p 個なので、(2)より

$$\frac{(a-1)(b-1)}{2} = p \iff (a-1)(b-1) = 2p$$

が得られる。ここで、 p は素数であり、上式右辺の $2p$ は、

$$1 \times 2p, 2 \times p, p \times 2, 2p \times 1$$

の4通りの積の形で表される。

(i) $p=2$ のとき、 $a > b$ より

$$(a-1, b-1) = (4, 1) \quad \text{すなわち} \quad (a, b) = (5, 2)$$

このとき、5と2は互いに素であるから、条件を満たす (a, b) は1組のみ。

(ii) $p > 2$ のとき、 $a > b$ より

$$(a-1, b-1) = (2p, 1), (p, 2) \quad \text{すなわち} \quad (a, b) = (2p+1, 2), (p+1, 3)$$

① $(a, b) = (2p+1, 2)$ のとき

すべての素数 p について、 $2p+1$ と 2 は互いに素であるから条件を満たす。

② $(a, b) = (p+1, 3)$ のとき

素数 p で、 $p+1=3k$ すなわち $p=3k-1$ を満たす自然数 k が存在するとき、 a と b が互いに素であることに反するので、このときは条件を満たさない。

したがって、素数 p で、 $p=3k-1$ を満たす自然数 k が存在しないとき条件を満たす。

よって、(i), (ii)より、 (a, b) の組の個数は、

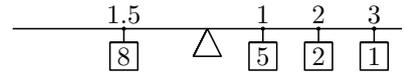
$p=3k-1$ を満たす自然数 k が存在するとき 1組

$p=3k-1$ を満たす自然数 k が存在しないとき 2組

□

問題 E-1

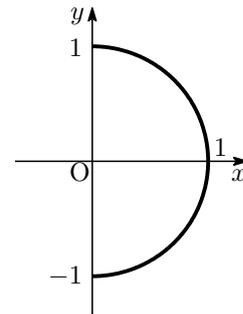
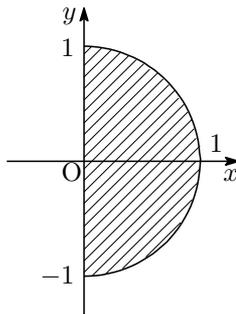
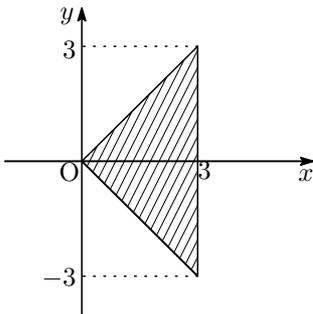
たとえば、右図のようなてこは、つり合う。これは、両側の重心が支点を中心にして左右対称の位置にあるからである。そこで、物体の重さと支点から重心までの距離の積の和を考えると、



$$1.5 \times 8 = 1 \times 5 + 2 \times 2 + 3 \times 1$$

で両側が等しくなることがわかる。すなわち、その物体の支点から重心までの距離は、 $\frac{(\text{距離} \times \text{重さ}) \text{の合計}}{\text{重さの合計}}$ で求められる。これは、つながった物体（密度は均一）だとしても、それを細かく切って考えれば、同様にできる。このとき、以下の物体の重心の位置を求めよ。

- (1) 直角二等辺三角形(斜線部) (2) 半円の内部(斜線部) (3) 半円型の線(実線部)



《 出題の意図 》

現在、数学 II で行う「微分法」「積分法」の内容では、積分は微分の逆であるということを先に学習する。これでは、積分は計算ができれば良く、また、生徒が「積分は面積を表している」という考えがなくなってしまうことも起こりうる。ともすれば「積分が面積を表す理由」である「区分求積法」が軽視されがちになるが、この考え方こそ他にも応用される、重要な考え方である。ぜひ、計算方法としての積分だけでなく、成り立ちにも注目してもらいたい。

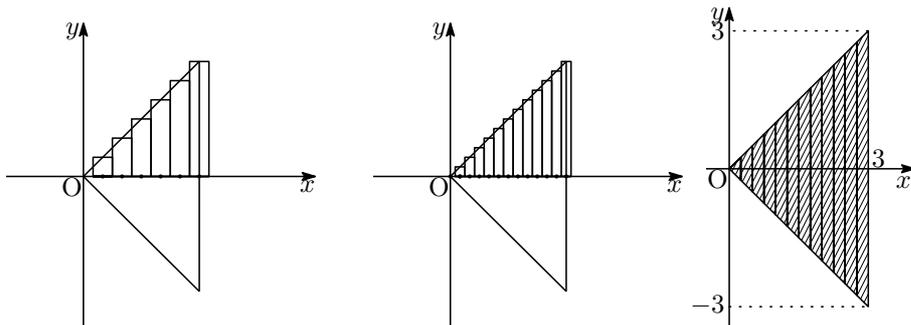
《 考え方 》

- (1) 区分求積のように、無限個の長方形に分けて考える。中線を 2 : 1 に内分する、という特徴からも、答えを確認できるのでやっておこう。
- (2) (1) と同様にやればよい。
- (3) 半円板の外側に、薄い半円環がついている物体の重心を考える。

例のように考えれば、 $(\text{半円板の重心} \times \text{重さ}) + (\text{半円環の重心} \times \text{重さ}) = (\text{全体の円板の重心} \times \text{重さ})$ が成り立つ。最終的に、この半円環の薄さを 0 に近づければよい。

《 解法 》

- (1) 図のように細かく分けて考える。



上下対称の図形なので、重心は明らかに x 軸上にある。

ここで、それぞれの帯の幅を $\frac{3}{n}$ とすると、 k 番目 ($1 \leq k \leq n$) の帯の面積 (すなわち重さ) は

$$\frac{3}{n} \cdot 2f\left(\frac{3k}{n}\right) = \frac{3}{n} \cdot 2 \cdot \frac{3k}{n}$$

したがって、求める重心の x 座標は、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \frac{3k}{n} \cdot \frac{3}{n} \cdot 2 \cdot \frac{3k}{n}}{\sum_{k=1}^n \frac{3}{n} \cdot 2 \cdot \frac{3k}{n}} = \frac{\int_0^3 x \cdot 2x dx}{\int_0^3 2x dx} = \frac{18}{9} = 2$$

したがって、求める重心の座標は $(2, 0)$ ……(答)

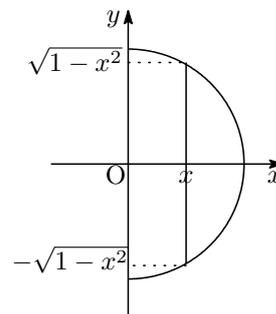
(2) (1) と同様に考える。

上下対称の図形なので、重心は明らかに x 軸上。

よって、求める重心の x 座標は、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot 2\sqrt{1 - \left(\frac{k}{n}\right)^2}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot 2\sqrt{1 - \left(\frac{k}{n}\right)^2}} = \frac{\int_0^1 x \cdot 2\sqrt{1 - x^2} dx}{\int_0^1 2\sqrt{1 - x^2} dx} = \frac{4}{3\pi}$$

したがって、求める重心の座標は $\left(\frac{4}{3\pi}, 0\right)$ ……(答)



(3) 右図のように、半径 1 の半円の外側に、幅 t の円環が接していると考える。

この円環の重心の位置を $(s, 0)$ とする。これが求める図形の重心である。

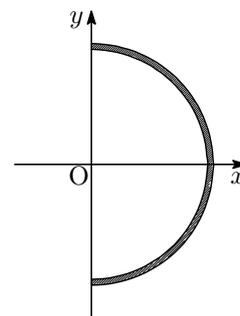
ここで、この 2 つの図形を合わせた重心の位置について、物体の重さと支点から重心までの距離の積の和は等しくなるから、(2) より、

$$\frac{4}{3\pi} \cdot \frac{\pi}{2} + s \cdot \left\{ (1+t)^2 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right\} = \frac{4}{3\pi} (1+t) \cdot \frac{\pi}{2} (1+t)^2$$

が成り立つ。よって、

$$\begin{aligned} s &= \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{3 + 3t + 3t^3}{2 + t} \\ &\rightarrow \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{3}{2} \quad (t \rightarrow 0) \\ &= \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

したがって、求める重心の座標は $\left(\frac{2}{\pi}, 0\right)$ ……(答)



《参考》

一般に重心と言えば「三角形の重心」を考え、それは「中線の交点」であるが、それは三角形に限った話である。一般的な図形の重心は、本問のように忠実に (距離 \times 重さ) を繰り返して求める。それはすなわち、1 つの物体を分割して考えているので、まさに「区分求積法」の考え方と一致する。

同様の考え方をすれば、平面だけでなく、立体の重心も求めることができる。例えば、中が空洞な半球の重心の位置はどこになるだろうか。興味があれば求めてみてほしい。そして、積分は「面積」「体積」を求めるだけでなく、その考え方をすることで「重心」を求めることもできることは、ぜひ知っておこう。

また、この作問と同時に「数学的活動を取り入れた問題」でもある。「計算で実際に出したもの（理論）を、実際に実験して確認する（実証）することができる」なら、生徒も数学と実社会のつながりを見ることができるだろう。

問題 E-2

今、飛行機 A はある高度を一定の速度を保ちながら直進している。

A のコックピットから、10 時の方角、仰角 60 度、はるか遠方に飛行機 B があることが確認できた。しばらく直進した後に再度確認すると、先ほどより大きくなったが、コックピットから見える B の位置はまったく同じだった。両機とも速度を変えずに直進していると仮定すると、この 2 機は衝突するか。「衝突する」「衝突しない」どちらかを宣言してそれを証明せよ。

《 問題の意図 》

幾何の問題であるが、出題され方はより実社会に即して書かれている。ここから必要な情報をきちんと図示できるかどうか、また、例えば「衝突する」とは数学的にいうとどういうことなのか、といった記号への変換等の力が求められる。

実際の内容は、単純なベクトルの問題なので、きちんと整理できれば簡単だろう。

《 解法 》

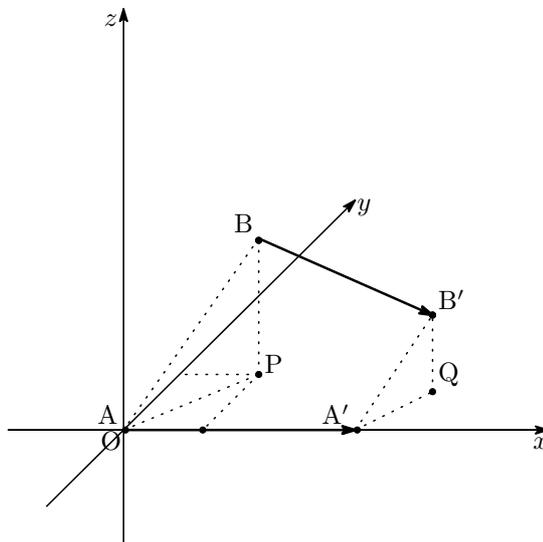
xyz 空間にモデル化して、それぞれをベクトルで表す。

同一平面上で平行でない 2 直線は、必ず交点を持つことを利用する。

《 解答 》

「衝突する」

A 機、B 機の前をそれぞれ A, B, 後の位置をそれぞれ A', B' とすると、条件を図に表わせれば次のようになる。



ここで、条件より、 $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ ($0 < k < 1$) と書ける。

したがって、

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AA'} + k\overrightarrow{AB}$$

\overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{AA'}$ は一次独立なので、4 点 A, A', B, B' は同一平面上にある。

また、飛行機 B が近づいてきていることから、明らかに AA' と BB' は平行ではないので、直線 AA' と直線 BB' は必ず交点 T を持つ。

よって、このまま直進すれば点 T で 2 機は衝突する。

《参考》

そのまま進み続ければ衝突するであろう一点に向かって等速直線運動をしている2つの車両や航空機同士が、視界が良好な場合であってもお互いを早期に視認することが著しく困難であるという現象を、「コリジョンコース現象」という。これは、人間の目が「動いているものの方が認識しやすい」特性を持つことに起因し、「相対的に動いていないもの」を認識できず、事故につながる、というものである。ここでは、そのうち「止まって見える」という条件だけを取り出し、衝突するか否かを判断する問題とした。

ここでは「この事故を回避するためにはどうすればよいか？」まで考えておきたい。今回は、「同一平面上」で「平行でない」ために、交点 T を持つ（つまり、衝突する）。したがって、どちらかが除外されれば2機は衝突しなくなる。すなわち、一定時間の間に相対位置が変われば衝突は回避できる。そのためには、進行方向を変える、速度を変える、高度を変える、などで対応すればよい。もちろん、「AとBが同じように変える」では意味がない。実際には目視だけでなく機器からの情報も含めて判断をするわけだが、その裏側にはこのような数学知識があることは知っていてほしい。

解いてしまえば、「ねじれの位置 or 平行」か「同一平面上で平行ではない」か、ということだけの話で、問題としては非常にやさしい。しかし、「お互いの飛行機の位置をどう表現するか」「衝突するとはどういうことか」といった「日常生活での話を、数学の空間に落とし込む」（モデル化）は、なかなか体験しないことではないだろうか。このような「数学っぽくない、数学」こそ、本来の数学の形かもしれない。

問題 E-3

任意に選んだ2つの自然数 a, b が互いに素である確率 P を求める。ただし、 $a = b$ であってもよい。

- (1) 任意に選んだ2つの自然数 a, b がともにある素数 z の倍数である確率を求めよ。
- (2) P を、(1) で求めた答えを利用して、数式で表せ。
- (3) $P \leq 4^2 5^2$ を示せ。

◀ 問題の意図 ▶

問題文から与えられる情報は、そのまま使う場合と、言い換えて使う場合がある。今回は、その言い換えをきちんと考えることができるかどうか、ではじめの一步が決まる。視点を変える、という意味でも、この工夫はできるようにしておきたい。

また、自分の持っている知識の「逆」を問われたとき、きちんと説明できるかどうか、も、大事なポイントである。

◀ 解答 ▶

- (1) 1以上 n 以下の自然数から2つを選ぶ選び方は、順番も考慮すれば、 n^2 通り存在する。

このとき、2つの自然数 a, b がともにある素数 z の倍数である確率は、

$$\left(\frac{\left[\frac{n}{z} \right]}{n} \right)^2 \quad \text{ただし、} [\] \text{ はガウス記号}$$

とかける。このとき、 $n = zm - \alpha$ (m は自然数、 α は $0 \leq \alpha \leq z - 1$ を満たす整数) とすると、

$$\left(\frac{\left[\frac{n}{z} \right]}{n} \right)^2 = \left(\frac{\left[\frac{zm - \alpha}{z} \right]}{zm - \alpha} \right)^2 = \left(\frac{\left[m - \frac{\alpha}{z} \right]}{zm - \alpha} \right)^2 = \left(\frac{m - 1}{zm - \alpha} \right)^2 \rightarrow \frac{1}{z^2} \quad (m \rightarrow \infty)$$

$n \rightarrow \infty$ のとき $m \rightarrow \infty$ なので、求める確率は、 $\frac{1}{z^2}$ ……(答)

- (2) a と b が互いに素であるならば、
 - (i) a, b のどちらかは2の倍数でない
かつ
 - (ii) a, b のどちらかは3の倍数でない
かつ
 - (iii) a, b のどちらかは5の倍数でない
かつ
 - (iv) a, b のどちらかは7の倍数でない
かつ
 - ……

を満たす。

ここで、 a と b のどちらかはある素数 z の倍数でない確率は、(1) より $1 - \frac{1}{z^2}$ なので、求める確率は

$$P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdots \quad \text{……(答)}$$

(3) (2) より,

$$\begin{aligned} P &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdots \\ &\leq \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25} = \frac{16}{25} = \frac{4^2}{5^2} \end{aligned}$$

《参考》

ところで、 P の値はいったいどのくらいになるのだろうか。

逆数をとって考えれば,

$$\begin{aligned} \frac{1}{P} &= \frac{2^2}{2^2-1} \cdot \frac{3^2}{3^2-1} \cdot \frac{5^2}{5^2-1} \cdots \\ &= \frac{1}{1-\frac{1}{2^2}} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3^2}} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{5^2}} \cdots \\ &= \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{(2^2)^2} + \cdots\right) \times \left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{(3^2)^2} + \cdots\right) \times \left(1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{(5^2)^2} + \cdots\right) \times \cdots \\ &= 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

となり、 $P \approx 0.607$ とわかる。なお、3行目の式の各項には、素数のべき乗が分母に存在しているので、それらを分配法則で展開すれば、必ずどこかに自然数のべき乗は現れる。しかしながら、この等号部分の証明は、「無限和」の「積」を利用しているため、厳密に成り立つかどうかは大学数学の範囲となる。一般に、無限級数の分配法則が成り立つには、

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty \quad (\text{絶対収束})$$

が成り立つことが条件となる。今回はこれを満たしているため、分配法則が成立し、等号が成り立つ。

なお、最後の1行で示されている $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$ は、バーゼル問題と呼ばれ、入試問題でも時々証明が扱われている。知っておくとよいだろう。

この問題の基になっているものは「2つの自然数を選んだ時に、互いに素になる確率は $\frac{6}{\pi^2}$ 」という事実である。その証明には『無限等比級数』の積が、すべての自然数の和で表される」という「素因数分解の逆」ともいうべき考え方で証明されており、非常にエレガントで面白い。今回は、その面白さを伝えるための問題とした。

問題 E-4

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とする. 次の問いに答えよ.

(1) $n \geq 2$ のとき, I_n を求めよ.

(2) $I_{2n+2} < I_{2n+1} < I_{2n}$ を示し, $\frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \frac{6 \cdot 6}{5 \cdot 7} \dots$ の値を求めよ.

<< 問題の意図 >>

(1) はウォリス積分, (2) はウォリス積と呼ばれている. 1つ1つの条件を丁寧に解いていけば, 何の問題もなくできるだろう.

<< 解答 >>

(1) $n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned}
 I_n &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin^{n-1} x dx \\
 &= [-\cos x \sin^{n-1} x]_0^{\frac{\pi}{2}} + (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x \cos 2x dx \\
 &= (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x (1 - \sin^2 x) dx \\
 &= (n-1) I_{n-2} - (n-1) I_n \\
 \therefore I_n &= \frac{n-1}{n} I_{n-2}
 \end{aligned}$$

したがって, n の偶奇で場合分けをすると,

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2} = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} I_{n-4} = \dots = \begin{cases} \frac{(n-1)!!}{n!!} I_1 = \frac{(n-1)!!}{n!!} & (n: \text{奇数}) \\ \frac{(n-1)!!}{n!!} I_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(n-1)!!}{n!!} & (n: \text{偶数}) \end{cases}$$

ただし, $n!!$ は n の二重階乗を示す.

(2) 条件より, $I_0 = [x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$, $I_1 = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ において, $0 < \sin x < 1$ だから, $\sin^n x > \sin^{n+1} x$
 したがって,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x > \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} x dx$$

よって, $0 < I_{2n+2} < I_{2n+1} < I_{2n}$ が成り立つ.

ここで, (1) より,

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2n+1)!!}{(2n+2)!!} < \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} < \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}$$

各辺に $\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}$ をかければ,

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{2n+1}{2n+2} < \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} \cdot \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} < \frac{\pi}{2}$$

ここで,

$$\begin{aligned}\frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} \cdot \frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} &= \frac{2n \cdot (2n-2) \cdot (2n-4) \cdots 4 \cdot 2}{(2n+1) \cdot (2n-1) \cdot (2n-3) \cdots 5 \cdot 3} \times \frac{2n \cdot (2n-2) \cdot (2n-4) \cdots 4 \cdot 2}{(2n-1) \cdot (2n-3) \cdot (2n-5) \cdots 3 \cdot 1} \\ &= \frac{(2n)^2 \cdot (2n-2)^2 \cdot (2n-4)^2 \cdots 4^2 \cdot 2^2}{(2n+1)(2n-1) \times (2n-1)(2n-3) \times \cdots \times 5 \cdot 3 \times 3 \cdot 1}\end{aligned}$$

$n \rightarrow \infty$ のとき, $\frac{2n+1}{2n+2} \rightarrow 1$ だから, はさみうちの原理より,

$$\frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \frac{6 \cdot 6}{5 \cdot 7} \cdots = \frac{\pi}{2}$$

《 参考 》

ウォリス積分の特徴は「積分計算すると同じ積分が出てくる」こと, ウォリス積の特徴は「極限值に π が出てくること」だろう. これらの特徴を利用する問題は, 多くの大学の入試問題で出題されている. 特にウォリス積分の方はできるようにしておきたい.

ウォリス積は, 円周率 π の近似値としても使われるが, 1000 項程度計算しても 3.1408... と小数第 2 位までしか一致しないため, 精度はあまりよくない.

ウォリスの無限積は, 有理数の積が無理数になる, という不思議な数である. しかも, その証明には三角関数を使う, という斬新な発想が基になっている. 今回は, その証明のために必要なことを (1) で準備し, (2) で実際に求める, という手順で問題を作成した.

問題 E-5

断面が正六角形の鉛筆を芯の中心から均等になるように削ったところ、右図のような削り跡になった。太線で描かれている曲線は、どのような曲線か。具体的な名称を答え、それを証明せよ。



◀ 問題の意図 ▶

二次曲線は思わぬところに現れる。ふと周りを見渡してみるのもいいだろう。

また、教科書には「事実」のみが告げられており、その証明が載っていないものも意外と少なくない。自分が使える「知識」とするためにも、証明まできちんとできるようにしておきたい。

◀ 解答 ▶

問題文より、「芯の中心から均等になるように削る」とあるので、形は円錐になる。しかし、鉛筆が正六角形であることから、鉛筆の側面は円錐の断面とみなすことができる。

側面はこの円錐の中心線に平行なので、削り跡の曲線は双曲線になる。

以下、これを示す。

上下対称にしたものをもう1つ上につける。上方の円錐に内接し、かつ側面に接する球 C_1 を考え、切断面との接点を F とする。

また、下方も同様に C_2, F' を考える。

削り跡の曲線上の任意の位置に点 P をとる。

円錐の頂点 O と P を結ぶ直線を引くと、この直線は2つの球 C_1, C_2 に接しており、接点を A, B とする。

PA も PF も球 C_1 への接線であるから、 $PA=PF$

PB も PF' も球 C_2 への接線であるから、 $PB=PF'$

よって、

$$|PF' - PF| = |PB - PA| = AB \quad (\text{一定})$$

したがって、点 P は側面上において、 F, F' を焦点とする双曲線上の点である。(証明終)

◀ 参考 ▶

実は、教科書には「円・楕円・放物線・双曲線は円錐曲線と呼ばれ、円錐の断面にみることができる」と記載はされているが、証明は載っていないことも少なくない。今回はその証明を題材としているが、では、(円は明らかだが)ほかの曲線はどう証明すればよいのだろうか？

教科書に載っていることを丸暗記するのもいいが、その内容の「なぜ？」が入試で問われることもある。それぞれの証明もきちんとできるようにしておきたい。もちろん、「公式」と載っているものも同様である。これを機に、他の証明も見直しておこう。

「ここはどうなる？」という些細なところに疑問を持つ視点と、「それ、ほんと？ 証明しようよ」という確かめる流れは、自然とできるようになってほしい考え方の1つである。今回のように、身近な題材を基に「日常に潜む数学」を考え、それを証明する、といったことをするようになれば、数学から様々な知識が広がっていくだろう。

難関大学入試記述模試

物 理

平成27年 月 日実施

〈80分 60点〉

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は表紙を除いて、7ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。指定欄は3箇所あります。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。

埼玉県立総合教育センター

第1問 図1のように、質量 $5m$ の物体Aと質量 m の物体Bを軽い糸でつなぎ、質量の無視できる動滑車にかけた。質量 $6m$ の物体Cを軽い糸でつなぎ、天井からつるされた2つの滑らかに動く定滑車にかけ、糸の他端を動滑車につないだ。

次にCの下方に、ばね定数 k の軽いばねを鉛直に立て、上端に質量 $4m$ の厚さの無視できる物体Dを取り付ける。物体Dにはたらく重力と弾性力が釣りあう位置に物体Dを静止させた後、質量 $6m$ の物体Cをばねが自然長の位置で静止させる。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。

(1) 図1において、自然長からのばねの縮みを求めよ。

図1の状態から、物体A～Cを静かに放すと、物体Cは下がり始めた。動滑車と定滑車が衝突したり、物体が床と衝突したりすることはないものとして、以下の問いに答えよ。

(2) 物体Cが下がり始めた後の物体A、物体B、物体Cの加速度の鉛直成分を α 、 β 、 γ とする。ただし、 α と β は鉛直上向きを正、 γ は鉛直下向きを正とする。動滑車に対する物体Aと物体Bの相対加速度の大きさが等しいことから、 α 、 β 、 γ の関係を式で表せ。

(3) 物体Aにはたらく張力の大きさを T として、 α を用いて、物体Aに成り立つ運動方程式を示せ。

(4) α を、 g を用いて表せ。

(5) 物体Cが下がり始めてから物体Dに衝突するまでに、物体Cにはたらく張力のする仕事を求めよ。

(6) 物体Cが物体Dに衝突する直前の速さ V を求めよ。

図2のように、物体Cが物体Dに衝突する直前に、物体Cにつながる糸を切断した。その後、2つの物体は一体になって運動した。ばねは鉛直方向にのみ運動するものとする。以下の問いに答えよ。

(7) 物体Cが物体Dに衝突する直前の速さを V として、一体になった直後の速さを、 V を用いて表せ。

(8) 一体になった時刻を0として、物体の速度を時間の関数としてグラフで表すとき、最も適当なグラフを図3のア～カの中から1つ選べ。ただし、鉛直下向きを正とする。

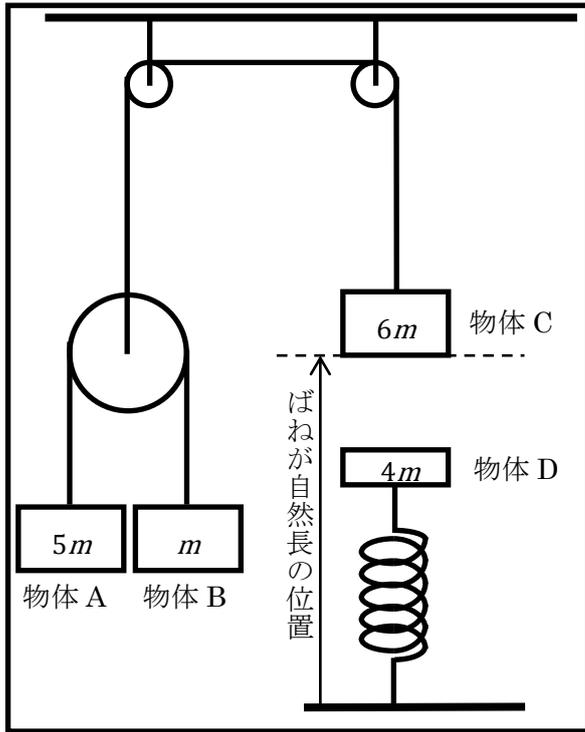


図 1

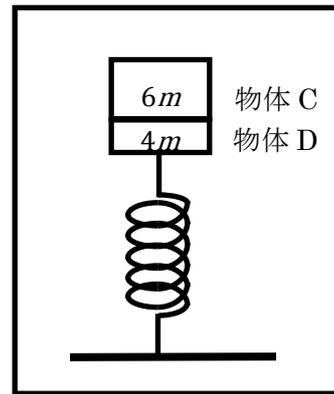


図 2

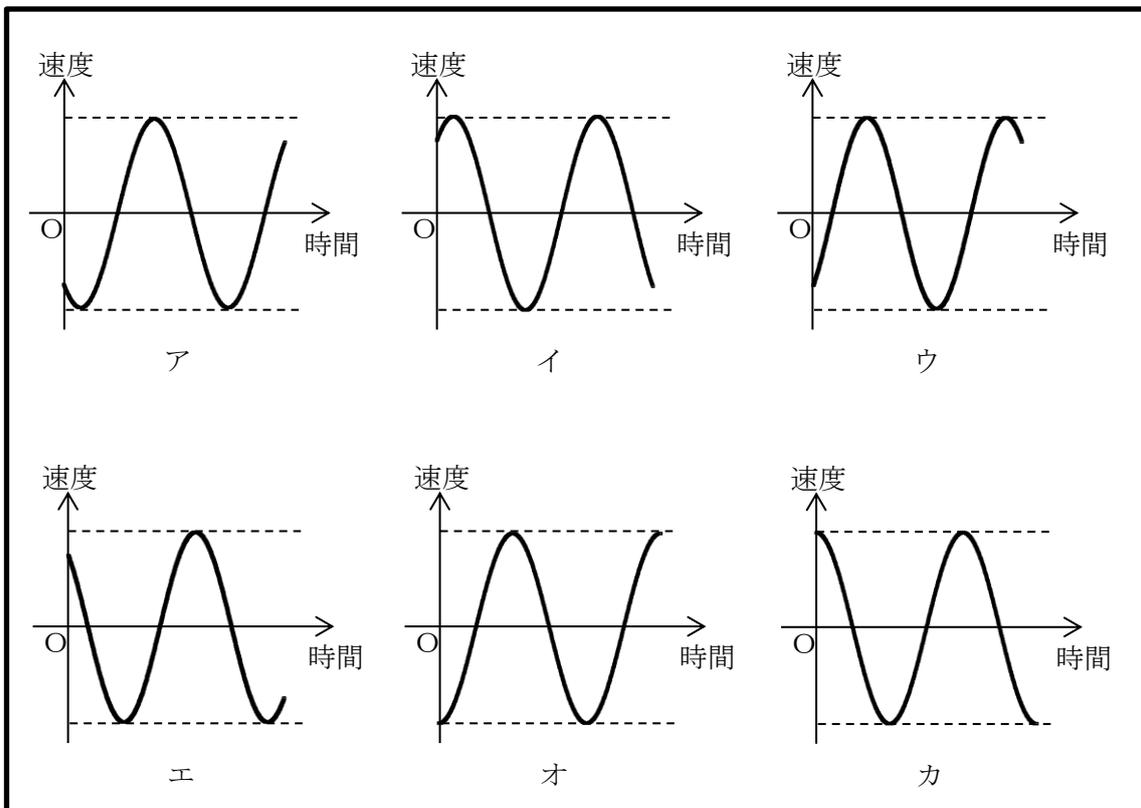


図 3

第2問 導体に囲まれた空間内には電場が存在しないことを利用して、周囲の電場の影響を受けないようにする技術を静電シールドと呼ぶ。静電シールドを行った場合、導体に囲まれた空間内の電場は 0 であるが、その外側の空間の電場の様子を定量的に調べるには工夫が必要となる。ここでは以下の順序に従って、導体の外側の空間における電場や導体にはたらく力などを求めてみよう。

図1のように、電気量 q_1 ($q_1 > 0$) の点電荷 A と電気量 $-q_2$ ($q_2 > 0$) の点電荷 B が距離 a だけ離れて置かれている (ただし, $q_1 > q_2$)。静電気に関するクーロンの法則の比例定数を k 、電位の基準を無限遠において 0 とし、以下の問いに答えよ。

- (1) 図2のように、点電荷 B の右側で電位が 0 となる点を P とする。A から P までの距離 r_1 と B から P までの距離 r_2 を求めよ。
- (2) 図3のように、点電荷 B の左側で電位が 0 となる点を Q とする。A から Q までの距離 r_3 と B から Q までの距離 r_4 を求めよ。
- (3) 「2 点からの距離の比が一定である点の集合は球である」ということから、図1の電荷配置による電位が 0 の点の集合は球となることが分かる。この球の中心位置と半径を求めよ。

次に、図4に示すように中心が $(0, 0)$ にあり帯電していない半径 r ($r < a$) の導体球殻と、点 $(a, 0)$ にある電気量 q_1 ($q_1 > 0$) の点電荷 A が作る電場を求めることを考える。

電気鏡像法によれば、導体球殻の代わりに仮想的な点電荷 C を置くことによって、点電荷 A と導体球殻による電場が表されるということが分かっている (導体球の外側のみ)。つまり図4の電場を求めるということは、「点電荷 A と仮想的な点電荷 C による電位 0 の等電位線 (面) が導体球殻の表面と一致する」ように、仮想的な点電荷 C の位置と電気量を求める問題に帰着する。

- (4) 図4において、導体球殻の代わりに仮想的な点電荷 C (電気量 $-q_3$ ($q_3 > 0$)) を置くべき位置 $(x_3, 0)$ を、(3)で求めた電荷間の距離と球の中心位置との関係を参考にして, q_1, q_3, a を用いて表せ。
- (5) 仮想的な点電荷 C の電気量の大きさ q_3 を, q_1, r, a を用いて表せ。
- (6) 点電荷 A を x 軸の正の方向へずらす時, 仮想的な点電荷 C を置くべき位置は x 軸の正の方向・負の方向いずれの方向にずれるか。
- (7) 点電荷 A と導体球殻による電場を表す電気力線は(a)~(d)のどれか。
- (8) 点電荷 A が点 $(a, 0)$ にある時に, 導体球殻上に分布した電荷が受ける合力の大きさを k, r, a, q を用いて表し, その力の向きも求めよ。

電氣量 $-q_2$ 電氣量 q_1

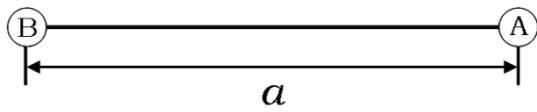


図 1

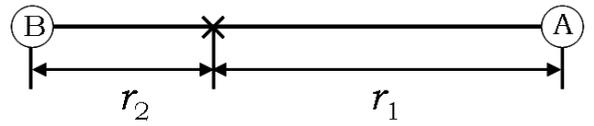


図 2

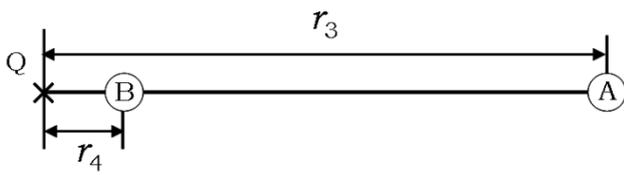


図 3

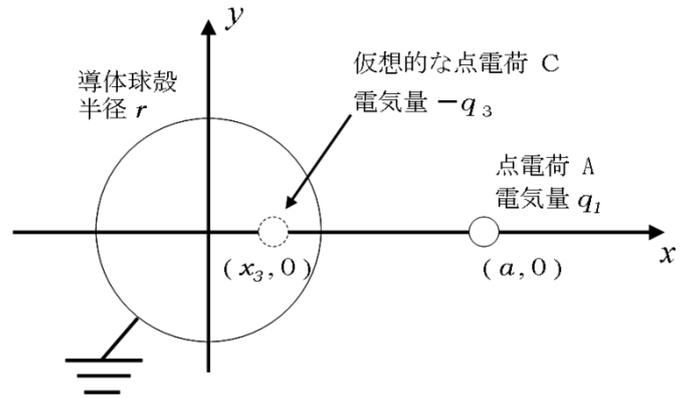
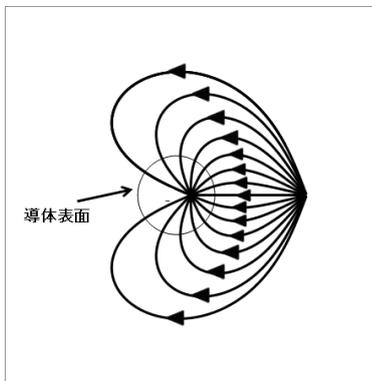
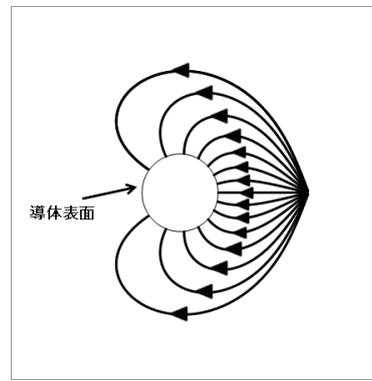


図 4

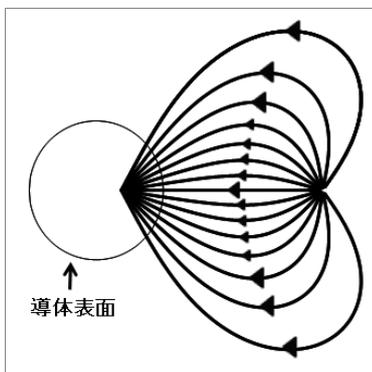
(a)



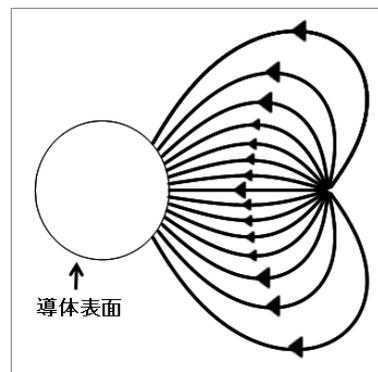
(b)



(c)



(d)



第3問 片側が平面，もう片側が球面のガラス（平凸レンズ）に平面側から光が入射する場合を考える。ガラスの屈折率を n とし，平凸レンズの外側は真空とする。また，球面の中心点を C とし，その曲率半径を R とする。

図1のように，点 P を通り光軸と平行な光が平凸レンズの平面側の光軸上の一点 F に達した。このとき光は平面上の点 D でガラスに垂直に入射し，球面上の点 E で屈折した。点 E での光の入射角を ϕ_1 ，屈折角を ϕ_2 とする。また，点 E から光軸に垂直に下ろした線と光軸の交わる点を O とし， $\overline{OF} = f$ ， $\overline{EO} = h$ ， $\angle ECO = \gamma$ ， $\angle EFO = \delta$ とする。ここで， h は R に比べ十分小さく， ϕ_1 ， ϕ_2 ， γ ， δ に対して，微小角 x の近似式 $\sin x \cong \tan x \cong x$ ， $\cos x \cong 1$ が成り立つものとして，以下の問いに答えよ。

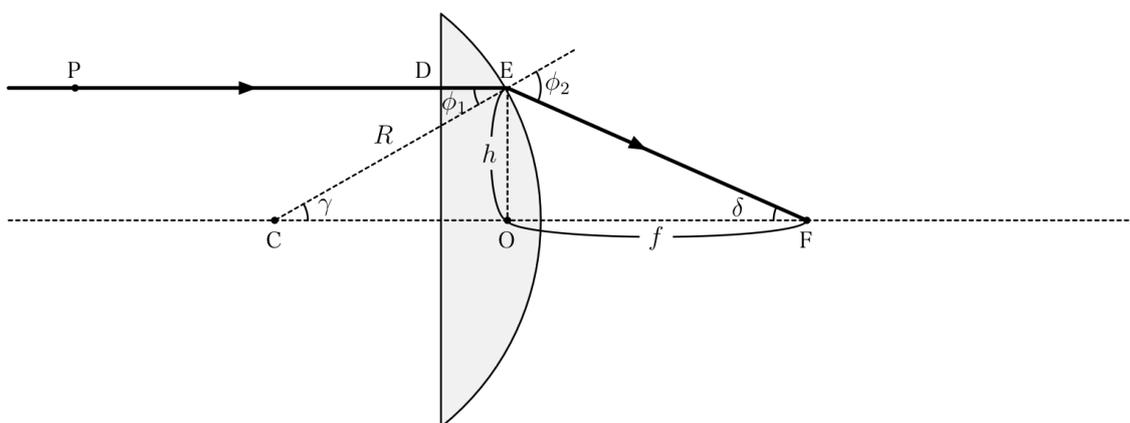


図 1

- (1) 屈折率 n を γ ， δ を用いて表せ。
- (2) f を n ， R ， h のうち必要なものを用いて表せ。また，図2のように光軸からの距離が $\frac{h}{2}$ となる点 D' に，光軸と平行な光が入射した場合，光の道筋はどのようなになるか，解答欄の図に示せ。

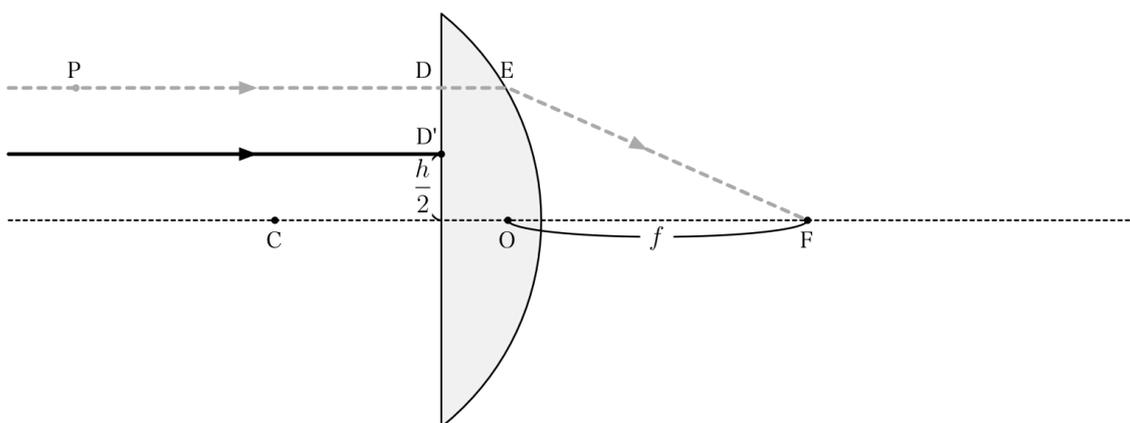


図 2

- (3) レンズによって光が集まるのは、光の干渉現象と考えることもできる。図3のように、光軸と平行な光が平凸レンズに垂直に入射すると、スクリーン上の点Fに明点が現れた。次の文章中の□に入るべき式を答えよ。

いま、点Pと光軸上の点Qを通る光は同位相であるとして、これらの光の干渉を考える。点Eから点Fまでの光学的距離を f 、 h を用いて表すと□ア□、点Oから点Fまでの光学的距離を f 、 h 、 R 、 n を用いて表すと□イ□となる。点Pと点Qを通る光の光路差が0になる点Fが明点になると考えると、

$$\square \text{ア} \square - \square \text{イ} \square = 0 \quad \dots \text{①}$$

をみたま f が焦点の位置になる。 h は f 、 R に比べ十分小さいものとして、近似式 $\sqrt{1+y} \cong 1 + \frac{1}{2}y$ ($|y|$ は1より十分に小さいものとする)を用い、①式を整理して、 f を n 、 R 、 h のうち必要なものを用いて表すと、 $f = \square \text{ウ} \square$ となる。

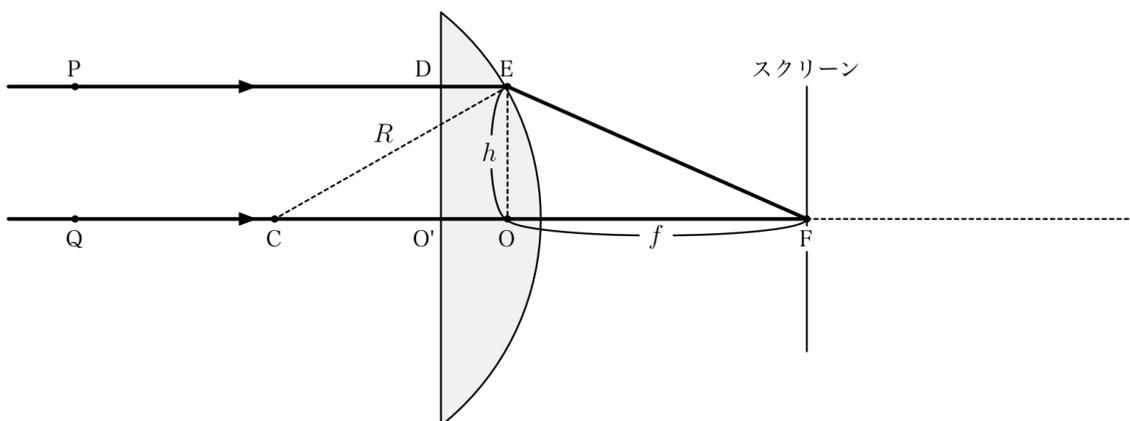


図 3

- (4) 次に、光軸に平行な白色光をレンズに垂直に入射させたところ、焦点で僅かな色の「にじみ」が生じ、光軸上の焦点の前にはレンズに近い側から紫、緑、赤というような色のグラデーションが見られた。これを軸上色収差と呼んでいる。このような軸上色収差が生じる理由を説明せよ。

図4のように光軸上の点Aを通る光が平凸レンズに入射し、平凸レンズを通過後、光軸上の点Bに達する場合を考える。このとき光は平面上の点Dでガラスに入るときに屈折し、球面上の点Eでガラスから真空中に出るときにも屈折する。点Dでの光の入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 、点Eでの光の入射角を θ_3 、屈折角を θ_4 とする。また、点Dから光軸に垂直に下ろした線と光軸の交わる点を O' 、点Eから光軸に垂直に下ろした線と光軸の交わる点を O とし、 $\overline{AO'} = a$ 、 $\overline{BO} = b$ 、 $\overline{DO'} = h'$ 、 $\overline{EO} = h$ 、 $\angle DAO' = \alpha$ 、 $\angle EBO = \beta$ 、 $\angle ECO = \gamma$ とする。ここで、 h 、 h' は R に比べ十分小さく、 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 α 、 β 、 γ に対して、微小角 x の近似式 $\sin x \cong \tan x \cong x$ 、 $\cos x \cong 1$ が成り立つものとして、以下の問いに答えよ。

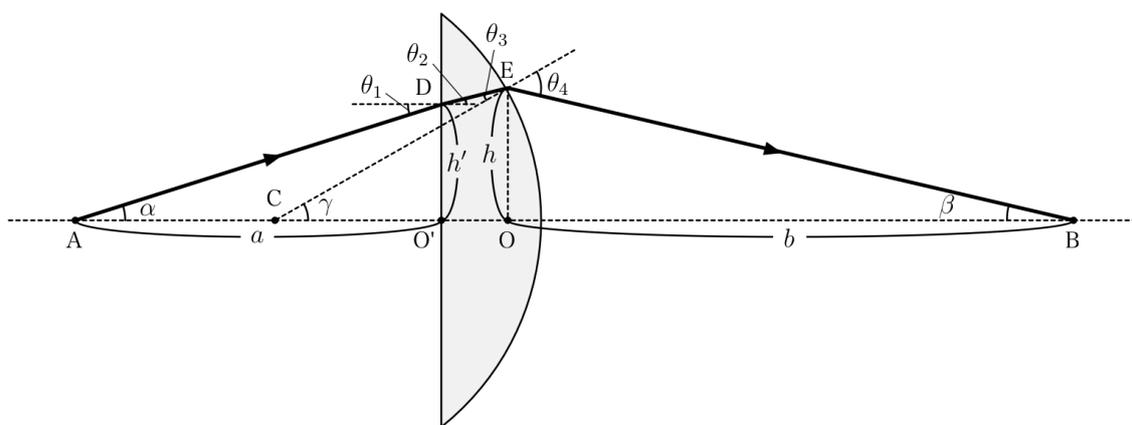


図 4

- (5) θ_1 、 $\theta_2 + \theta_3$ 、 θ_4 をそれぞれ α 、 β 、 γ を用いて表せ。
- (6) 屈折率 n を α 、 β 、 γ を用いて表せ。
- (7) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ を n 、 R 、 h のうち必要なものを用いて表せ。ただし、平凸レンズは薄く $\overline{O'O} \cong 0$ で $h' \cong h$ であるとする。

1	(1)	
	(2)	
	(3)	
	(4)	

1	(5)	
	(6)	
	(7)	
	(8)	

2	(1)	
	(2)	
	(3)	
	(4)	

2	(5)	
	(6)	
	(7)	
	(8)	

3	(1)		
	(2)		
	(3)	ア	
		イ	
		ウ	

3	(4)	
	(5)	
	(6)	
	(7)	

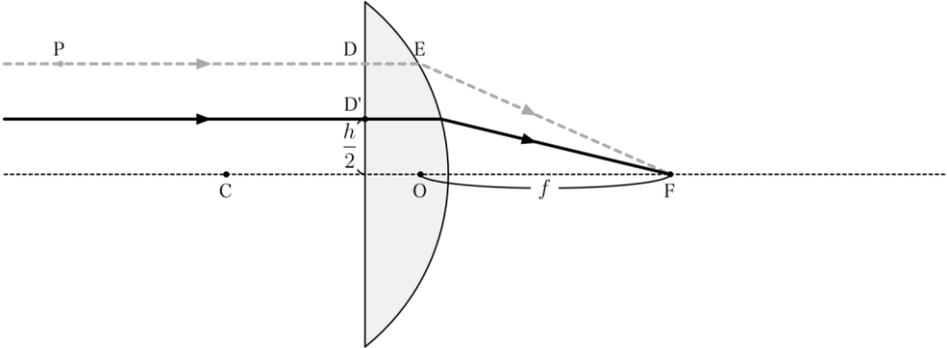
解答例・配点

1	(1) 2点	<p>自然長の位置からの縮んだ長さをxとすると、力のつり合いより</p> $0 = 4mg - kx$ $kx = 4mg$ $x = \frac{4mg}{k}$
	(2) 2点	<p>糸の全長が一定であるから、動滑車に対する物体 A と物体 B の相対加速度の大きさが等しいことより</p> $\alpha - \gamma = -(\beta - \gamma)$ $\alpha + \beta = 2\gamma \quad \cdots\text{①}$ <p>となる。</p>
	(3) 2点	<p>物体 A の運動方程式は</p> $5m\alpha = T - 5mg \quad \cdots\text{②}$ <p>が成り立つ。</p>
	(4) 4点	<p>軽い糸でつながれているので、物体 B にはたらく張力の大きさも T である。(2)の加速度を用いると、物体 B の運動方程式は</p> $m\beta = T - mg \quad \cdots\text{③}$ <p>が成り立つ。</p> <p>軽い糸でつながれた動滑車の加速度は物体 C と等しくなるので、(2)の加速度を用いると γ で表せる。物体 A と物体 B をつなぐ軽い糸から受ける張力の大きさは、それぞれ T で表せる。動滑車が物体 C とつながった軽い糸から受ける張力の大きさを S として、質量の無視できる動滑車の運動方程式を立てると</p> $0 \times \gamma = S - T - T$ $S = 2T$ <p>物体 C につながれた糸は軽いので、物体 C にはたらく張力の大きさは $2T$ で表すことができる。(2)の加速度を用いると、物体 C の運動方程式は</p> $6m\gamma = 6mg - 2T \quad \cdots\text{④}$ <p>が成り立つ。</p> <p>①②③④より β, γ, T を消去すると</p> $\alpha = -\frac{4}{7}g$ <p>物体 A の加速度は下向きで、大きさは $\frac{4}{7}g$ となる。</p>

1	(5) 3点	<p>物体 C にはたらく張力の大きさ $2T$ は、①②③④より α, β, γ を消去することにより</p> $2T = \frac{30}{7}mg$ <p>物体 B にはたらく張力のする仕事 W とすると、負の仕事であり</p> $W = -2Tx$ $= -\frac{30}{7}mg \times \frac{4mg}{k}$ $= -\frac{120m^2g^2}{7k}$
	(6) 3点	<p>物体 C において、物体 D の高さを基準とし、エネルギーと仕事の関係より</p> $6mgx + \frac{1}{2}6m \cdot 0^2 - 2Tx = 6mg \cdot 0 + \frac{1}{2}6mV^2$ $3mV^2 = -\frac{30}{7}mg \times \frac{4mg}{k} + 6mg \times \frac{4mg}{k}$ $3mV^2 = \frac{48m^2g^2}{7k}$ $V^2 = \frac{16mg^2}{7k}$ $V = 4g\sqrt{\frac{m}{7k}}$
	(7) 2点	<p>物体 C が物体 D に衝突した直後の速さを V' とすると、運動量保存の法則より</p> $6mV + 4m \cdot 0 = 10mV'$ $10mV' = 6mV$ $V' = \frac{3}{5}V$
	(8) 2点	<p>一体となった物体の質量 $10mg$ にはたらく重力と弾性力が釣りあう位置は、自然長の位置からの縮んだ長さを x' とすると</p> $0 = 10mg - kx'$ $kx' = 10mg$ $x' = \frac{10mg}{k}$ <p>一体となった物体の運動は単振動となる。そして、力のつり合いの位置が振動の中心となり、速度が最大となるので、時刻 0 の位置の速度より時間経過とともに増加するはずである。また、時刻 0 での速度は 0 ではないので、図 3 のイが最も正しいグラフである。</p>

2	(1) 1点	<p>図1及び図2より以下の式が成り立つ。</p> $r_1 + r_2 = a$ $\frac{kq_1}{r_1} - \frac{kq_2}{r_2} = 0$ <p>これを解くと、</p> $r_1 = \frac{q_1}{q_1 + q_2} a, \quad r_2 = \frac{q_2}{q_1 + q_2} a$ <p>が得られる。</p>
	(2) 2点	<p>図1及び図3より以下の式が成り立つ。</p> $r_3 = r_4 + a$ $\frac{kq_1}{r_4 + a} - \frac{kq_2}{r_4} = 0$ <p>これを解くと、</p> $r_3 = \frac{q_1}{q_1 - q_2} a, \quad r_4 = \frac{q_2}{q_1 - q_2} a$ <p>が得られる。</p>
	(3) 2点	<p>(1)と(2)の結果より、電位が0の場所は点電荷Aからの距離と点電荷Bからの距離の比が $q_1 : q_2$ となる場所であることが分かる。従って電位が0の点の集合は球となる。</p> <p>点Pと点Qを結ぶ線分はその球の直径を表し、点Pと点Qの中点はその球の中心を表すので、</p> <p style="text-align: center;">中心 : B の左側 $\frac{q_2^2}{q_1^2 - q_2^2} a$, 半径 : $\frac{q_1 q_2}{q_1^2 - q_2^2} a$</p>
	(4) 4点	<p>(3)より、導体球(電位0の等電位面)の中心位置は点電荷間の距離の $\frac{q_2^2}{q_1^2 - q_2^2}$ 倍だけ仮想的な点電荷Cの左側にあり、同時にこの点は座標原点でもあるため、</p> $x_3 - \frac{q_3^2}{q_1^2 - q_3^2} (a - x_3) = 0$ <p>が成り立つ。従って、</p> $x_3 = \left(\frac{q_3}{q_1}\right)^2 a$

2	(5) 3点	<p>(3)より、球の半径は点電荷間の距離の $\frac{q_1 q_3}{q_1^2 - q_3^2}$ 倍であるため、(4)の結果を踏まえると</p> $\frac{q_1 q_3}{q_1^2 - q_3^2} (a - x_3) = r$ <p>が成立する。従って</p> $q_3 = \frac{r}{a} q_1$
	(6) 2点	<p>(4)と(5)より、仮想的な点電荷 C を置く位置は</p> $x_3 = \frac{r^2}{a}$ <p>となるため、x 軸の負の方向に動く。</p>
	(7) 2点	<p>導体内部には電場は出来ないため、導体内部に電気力線が書かれている(a)と(c)は誤りである。</p> <p>更に(5)の結果について $r < a$ を踏まえると $q_1 > q_3$ となることから、点電荷 A と仮想的な点電荷 C の垂直二等分線上の任意の点における合成電場は水平方向よりも上側を向く。</p> <p>従って答えは(b)となる。</p>
	(8) 4点	<p>作用反作用の法則により導体球殻が受ける力の大きさと点電荷 A の受ける力の大きさは等しい。点電荷 A は導体球殻が作る電場、則ち仮想的な点電荷 C が作る電場から力を受けるので、その電場</p> $E_x(x, 0) = -\frac{kq_1 \frac{r}{a}}{\left(x - \frac{r^2}{a}\right)^2}$ <p>を用いて、その力の大きさ F は</p> $F = q_1 E_x(a, 0) = \frac{kq_1^2 ar}{(a^2 - r^2)^2}$ <p>と求められる。力の向きはx 軸の正の方向である。</p>

3	(1) 3点	<p>点 E での屈折の法則より，</p> $n \sin \phi_1 = 1 \sin \phi_2$ <p>が成り立つので，微小角の近似式 $\sin \phi_1 \cong \phi_1$， $\sin \phi_2 \cong \phi_2$ を用いると，</p> $n\phi_1 = \phi_2$ <p>となる。図から， $\phi_1 = \gamma$， $\phi_2 = \gamma + \delta$ の関係が成り立っているので，上式に代入し，整理すると，</p> $n = \frac{\gamma + \delta}{\gamma}$ <p>となる。</p>					
	(2) 3点	<p>図から， $\sin \gamma = \frac{h}{R}$， $\tan \delta = \frac{h}{f}$ である。ここで，微小角の近似式 $\sin \gamma \cong \gamma$， $\tan \delta \cong \delta$ より， $\gamma = \frac{h}{R}$， $\delta = \frac{h}{f}$ となるので，これを(1)の答えに代入し整理すると，</p> $f = \frac{R}{n-1}$ <p>となる。</p> 					
	(3) 各1点	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">ア 1点</td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">$\sqrt{f^2 + h^2}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">イ 1点</td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">$(n-1)(R - \sqrt{R^2 - h^2}) + f$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">ウ 1点</td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">$f = \frac{R}{n-1}$</td> </tr> </table>	ア 1点	$\sqrt{f^2 + h^2}$	イ 1点	$(n-1)(R - \sqrt{R^2 - h^2}) + f$	ウ 1点
ア 1点	$\sqrt{f^2 + h^2}$						
イ 1点	$(n-1)(R - \sqrt{R^2 - h^2}) + f$						
ウ 1点	$f = \frac{R}{n-1}$						

3	(4) 3点	(2)の答えから、光の集まる位置 F のレンズからの距離 f は屈折率 n が大きいほど小さくなる。ここで、同じガラスでも光の波長によって屈折率が異なり、可視光領域では波長が短くなるほど屈折率 n が大きくなる（光の分散）。つまり、波長の短い色ほど、 f が小さくなるため、光軸上の焦点の前後にはレンズに近い側から紫、緑、赤というような色のグラデーション（軸上色収差）が見られる。
	(5) 2点	図から、 $\theta_1 = \alpha$ $\theta_2 + \theta_3 = \gamma$ $\theta_4 = \beta + \gamma$ となる。
	(6) 3点	点 D と点 E での屈折の法則より、 $1 \sin \theta_1 = n \sin \theta_2, \quad n \sin \theta_3 = 1 \sin \theta_4$ がそれぞれ成り立つ。ここで、微小角の近似式 $\sin \theta_1 \cong \theta_1$, $\sin \theta_2 \cong \theta_2$, $\sin \theta_3 \cong \theta_3$, $\sin \theta_4 \cong \theta_4$ を用いると、 $\theta_1 = n\theta_2, \quad n\theta_3 = \theta_4$ となる。この2式と、(5)の答えの3式を連立させ、 n を α , β , γ を用いて表すと、 $n = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\gamma}$ となる。
	(7) 3点	図から、 $\tan \alpha = \frac{h'}{a}$, $\tan \beta = \frac{h}{b}$, $\sin \gamma = \frac{h}{R}$ である。ここで、微小角の近似式 $\tan \alpha \cong \alpha$, $\tan \beta \cong \beta$, $\sin \gamma \cong \gamma$ と、薄いレンズについての近似 $h' \cong h$ を用いると、 $\alpha = \frac{h}{a}$, $\beta = \frac{h}{b}$, $\gamma = \frac{h}{R}$ となるので、これを(6)の答えに代入し整理すると、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{n-1}{R}$ となる。

第1問 力学分野

● 出題のねらい

滑車やばねによる運動の基本的な理解力とそこで成立する力学法則についての関係を利用できるかをみる。また、力学分野における幅広い理解をもとに思考力や応用力が求められている。

● 解説

①

基本的な力学法則を使いこなすことができるかみる問題である。フックの法則を用いて、力のつり合いの関係を示すことで、縮んだ長さを求めることができる。

《POINT》

- ・ フックの法則 $F = kx$ を適切に使えるか。
- ・ 力のつり合いの関係を理解しているか。

②～④

基本的な運動の組み合わせで、どのような運動をするのかを考えさせる問題である。また、物体 C が下がることが本文中に示されているが、なぜそのような運動になるのかを発見・理解することが大切である。そのためには、設問の運動方程式を解く必要がある。

まず②で物体 A、物体 B、物体 C のそれぞれの加速度の関係を整理している。動滑車に対する、物体 A と物体 B の相対加速度の大きさが等しいことに気づくことがポイントである。

次に③④は、それぞれの物体についての運動方程式を立てることで、加速度とはたらく張力の大きさを求めることができる。4つの式の連立となるので、計算力も求められる。

《POINT》

- ・ 相対加速度について理解しているか。
- ・ 運動方程式を立式することができるか。

(5)~(6)

(5)では、物体Cは運動の方向と力の向きから負の仕事をする事となる。この場合における仕事の意味を理解することがポイントである。

そして、(6)は運動エネルギーの変化と仕事の関係であるエネルギーの原理を用いて、衝突直前の速さを求めることができる。

《POINT》

- ・ 負の仕事を理解しているか。
- ・ エネルギーの原理を用いて、速さを求められるか。

(7)

衝突に伴う運動の変化について、理解をみる問題である。

《POINT》

- ・ 運動量保存の法則を用いて、衝突後の速さを求められるか。

(8)

まず、この運動が単振動であることを理解していることが重要である。そして、物体Cと物体Dが一体となることから、振動の中心（力のつり合いの位置）を求めることで、運動の概要を知ることができる。

《POINT》

- ・ 単振動の運動の様子を理解しているか。

第2問 電磁気学分野

●出題のねらい

(1)～(3)：点電荷による電位を求める公式と、電位の重ね合わせに関する理解を問う問題。

図形の知識も上手く使って解答して欲しい。

(4)～(8)：「電気鏡像法」という高校物理では学ばない内容についての簡単な説明からその意味するところを理解出来るかどうかを問う問題。(1)～(3)の結果を上手に使うことによって、未習分野であっても解答が可能な問題である。

静電気に関する基本的な理解を問う問題でもある。

●解説

(1)～(3)

点電荷による電位の公式と図形に関する知識を使って解答する問題。座標を使わなくて済むような設定をしているため、図形に関する知識を上手に使うことで無駄なく計算を行って欲しい。点Pと点Qが球の中心を挟んで互いに反対側にある点であることに気が付けば容易に答えに辿り着く。

《POINT》

- ・点電荷による電位の公式を理解しているか。
- ・電位の重ね合わせ理解しているか。

(4)～(6)

「電気鏡像法」は高校では学習しないが静電気分野に関して学習していれば特に困難はない。問題文の「点電荷Aと仮想的な点電荷Cによる電位0の等電位線(面)が導体球殻の表面と一致するような仮想的な点電荷Cの位置と電気量を求める問題」という部分が大きなヒントになっているため、しっかりと読み取って欲しい。難関大学ではこのような出題形式(未習分野を文章で説明し理解を問う問題)が多く見られるが、本問のように必ずヒントとなるような文が書かれているため諦めずに取り組んでもらいたい。

本問は(1)～(3)の「誘導」に加えて(4)にはヒントもあるため、(1)～(3)と(4)の条件の違いを冷静に考えれば割とスムーズに解答に辿り着ける問題である。

《POINT》

- ・(1)～(3)の条件設定と(4)以降の条件設定の違いをしっかりと理解出来たか。
- ・前問で得られた結果の吟味をしっかりと行うことが出来たか。

(7)~(8)

(7)までできてようやく点電荷と導体球殻の作る電場について考える。正負等量の点電荷による電気力線は良く見掛けるが、等量でない場合は余り見掛けないと考え導体表面の電気力線に関する理解の程度を確認する意味も含めて出題した。点電荷を結ぶ垂直二等分線上における合成電場の向きを考えることにより、正しい電気力線の形を推測出来るのではないかと考えられるが、電場の強さと電気力線の間隔との関係に注目するのも一つの手段である。

(8)の導体表面に分布している微小な負電荷が点電荷 A から受ける力は、電荷分布に基づいて積分計算を実行することにより求めることが可能であるが、ここでは作用反作用の関係に気付かないと計算が出来ない。

何の説明も無く、点電荷 A と仮想的な点電荷 C の引き合う力を計算し解答としてしまうような答えは減点の対象とする。

《POINT》

- ・電気力線の接線の方向が電場の方向であることを理解しているか。
- ・電場の強さと電気力線の間隔との関係を理解しているか。
- ・作用反作用の関係に言及してから計算を行っているか。

第3問 波分野

● 出題のねらい

教科書では、レンズにおいて光軸に平行な光線が焦点に集まる理由など、数学的に細かい点まで使わない。本問は平凸レンズを題材に、焦点距離とレンズの曲率半径との関係や、レンズの公式の導出につながる関係式を問い、幾何光学と光の干渉の理解を確認するとともに、思考力、応用力をみる問題である。

● 解説

(1)~(2)

(1)は屈折の法則を利用する問題である。図から、 ϕ_1 、 ϕ_2 、 γ 、 δ の間に成り立つ関係を見だし、本文中にある微小角の近似式を適切に使えるかを確認する問題となっている。

(2)は(1)の結果を用いて、題意に沿って式変形を行う問題である。ここでも微小角の近似式を利用する。出てきた結果から、 f は h に依存しないため、光軸から $\frac{h}{2}$ の距離の点 D' を通る光軸に平行な光線も、点 F に達することがわかる。〔補足〕：この結果から、光軸に平行な光線が平凸レンズに入射するとき、平行光線はすべて光軸上の点 F （焦点）に集まることが分かる。）

《POINT》

- ・ 図から、 ϕ_1 、 ϕ_2 、 γ 、 δ の間に成り立つ関係を見いだせるか。
- ・ 微小角の近似式を適切に使えるか。
- ・ 結果から、 f は h に依存しないことを見抜けるか。

(3)~(4)

(3)のアは光学的距離についての問題だが、線分 EF 間は真空であるため、そのまま三平方の定理で線分 EF の長さを求めれば良い。

(3)のイも光学的距離を問う問題だが、点 O から点 F まででガラスの部分と真空の部分があるため、それぞれ分けて光学的距離を出し、たし合わせる必要がある。線分 OF 上の平凸レンズ表面の点を O'' とすると、点 O から点 O'' までの光学的距離は、線分 OO'' の長さに、ガラスの屈折率 n をかけた、 $n(R - \sqrt{R^2 - h^2})$ となる。また、点 O'' から点 F までは真空なので、光学的距離は線分 $O''F$ の長さに等しく、 $f - (R - \sqrt{R^2 - h^2})$ となる。よって、点 O から点 F までの光学的距離は、上2式の和になるので、 $(n - 1)(R - \sqrt{R^2 - h^2}) + f$ となる。式は若干複雑だが、三平方の定理と「光学的距離=実際の距離×屈折率」の関係を用いれば解答できる。

(3)のウは光の干渉の式から、 f を求める問題である。アとイの結果を用いて、本文にある通り、「光路差=0」の関係から、明点になる点Fの位置を求める。点Pからの光と、点Qからの光の光路差が0になる点Fが明点になるので、アとイの結果より、 $\sqrt{f^2+h^2}-$

$\{(n-1)(R-\sqrt{R^2-h^2})+f\}=0$ の関係式が成り立ち、式変形すると、 $f\sqrt{1+\frac{h^2}{f^2}}-$

$\{(n-1)\left(R-R\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}\right)+f\}=0$ となる。ここで h は f 、 R に比べて十分に小さいので、近似

式 $\sqrt{1+\frac{h^2}{f^2}}\cong 1+\frac{1}{2}\frac{h^2}{f^2}$ 、 $\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}\cong 1-\frac{1}{2}\frac{h^2}{R^2}$ を用いて上式を整理すると、 $f=\frac{R}{n-1}$ となる(この

結果は(2)の答えと同じ)。式変形を行い、近似式 $\sqrt{1+y}\cong 1+\frac{1}{2}y$ ($|y|$ は1より十分に小さい)を適切に利用することができるかがポイントとなる。〔補足〕:点Pからの光と点Qからの光の干渉を考えた場合、「光路差=0」となる点以外でも、「光路差= $m\lambda$ 」を満たす点、位相差で考えた場合には「位相差= $2\pi m$ 」を満たす点では明点になるはずである。しかし、点Fを通るスクリーン上の任意の位置 x での、点Pからの光と点Qからの光の位相差を求めてみると、「位相差=0」となる位置 $x=0$ の点を除いては、位相差は h に依存することがわかる。つまり、レンズを通過する無数の平行光線の干渉を考えた場合には、全体として、「位相差=0」となる点以外では打ち消し合い、「位相差=0」すなわち「光路差=0」を満たす点Fのみ明点が現れる。)

(4)は軸上色収差が起こる理由を問う問題である。(2)もしくは(3)の答えから、 f は屈折率 n が大きいほど小さくなることが分かるとともに、プリズムで見られるように、同じガラスでも光の波長によって屈折率が異なり、可視光領域では波長が短くなるほど屈折率 n が大きくなること、つまり「光の分散」を知っているかがポイントとなる。

《POINT》

- 光学的距離について理解しているか。
- 適切に式変形を行い、近似式 $\sqrt{1+y}\cong 1+\frac{1}{2}y$ ($|y|$ は1より十分に小さい)を利用できるか。
- 光の分散を理解しており、軸上色収差について適切に説明できるか。

(5)~(7)

(5)は図から各角度の間に成り立つ関係を見いだす単純な幾何学の問題である。

(6)は点Dと点Eでの屈折の法則と、(5)の結果を用い、題意に沿って適切に式変形をできるかを問う問題である。(5)の結果を用いるとともに、微小角の近似式を適切に利用できるかがポイントとなる。

(7)は(6)の結果を用いて、題意に沿って適切に式変形をできるかを問う問題である。微小角の近似式だけでなく、文中にある薄いレンズについての近似 $h' \cong h$ を使う必要がある。〔補足〕:(2)もしくは(3)の結果から、 $\frac{n-1}{R} = \frac{1}{f}$ なので、 a, b, f の間に成り立つ関係式は、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ となる。つまり、薄い平凸レンズにおいてもレンズの公式が成り立つことが分かる。)

《POINT》

- 図から、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \alpha, \beta, \gamma$ の間に成り立つ関係を見いだせるか。
- 題意に沿って適切に式変形できるか。
- 微小角の近似式と、薄いレンズについての近似 $h' \cong h$ を適切に使うことができるか。

2015_16
難関大学入試記述模試
英語

<60分 100点>

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は表紙を除いて6ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。指定欄以外に記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 第3問は聞き取り問題です。問題は試験開始後30分経過した頃から、約10分間放送されます。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。

埼玉県立総合教育センター

2015_16
難関大学入試記述模試
英語

問題

(注) 英語の聞き取り試験時間は約10分。

- 1 (A) 次の英文の内容を、90～100字の日本語に要約せよ。句読点も字数に含める。

The problem with the food supply is further complicated by the fact that while the food supply is threatened by environmental change, today's agricultural systems are also the single largest source of human-induced environmental change! In other words, the agricultural systems themselves are a source of the threat to future food production. The arrows of causation run in two directions. On the one side is environmental change that threatens food production—climate change, ocean acidification, and retreating glaciers. Yet at the same time, agriculture as it is currently practiced gravely threatens the natural environment. Agriculture is a major source of CO₂ emissions through land use, but also a major source of the second- and third- ranking greenhouse gases. Nitrous oxide is also emitted from agriculture, for example, through the chemical changes to nitrogen-based fertilizers.

The damage agriculture does to the physical environment adds yet another dimension to the challenge of feeding the planet in a sustainable way. Our problem is not only about how to feed more people and how to feed the growing population more nutritiously than today. It is also the challenge of changing current agricultural practices in order to stop inflicting so much environmental damage from the agricultural sector itself. Yet because farm systems differ so much around the world, there will have to be distinctive, localized problem solving in order to make local farm systems compatible with conservation of ecosystem functions, the preservation of biodiversity, and the reduction of human impacts on the climate system and freshwater supplies.

The agricultural sector is in fact the most important sector from the point of view of human-induced environmental change. Many people imagine the automobile or perhaps coal-fired power plants to be the biggest source of human-made environmental damage. And they are indeed major causes of global environmental unsustainability. Yet it is food production that takes the dubious prize as the most important single driver of environmental harms.

The Age of Sustainable Development Jeffery D. Sachs Columbia University Press (2015)

(B) 次の文を読み、以下の問いに答えよ。

Our brains are extraordinary. The typical brain consists of some 100 billion cells, each of which connects and communicates with up to 10,000 of its colleagues. Together they forge an elaborate network of some one *quadrillion* (1,000,000,000,000,000) connections that guides how we talk, eat, breathe, and move. James Watson, who won the Nobel Prize for helping discover DNA, described the human brain as “the most complex thing we have yet discovered in our universe.” (Woody Allen, meanwhile, called it “my second favorite organ.”)

Yet for all the brain’s complexity, its broad topography is simple and symmetrical. Scientists have long known that a neurological Mason-Dixon Line divides the brain into two regions. The left side, the theory went, was the crucial half, the half that made us human. The right side was subsidiary—the remnant, some argued, of an earlier stage of development. The left hemisphere was rational, analytic, and logical—everything we expect in a brain. The right hemisphere was mute, nonlinear, and instinctive—a vestige that nature had designed for a purpose that humans had outgrown.

(A)
(B)
(C)
(D)

Thanks to Sperry’s pioneering research, Edwards’s skillful popularization, and the advent of technologies like the fMRI that allow researchers to watch the brain in action, the right hemisphere today has achieved a measure of legitimacy. It’s real. (a)It’s important. (b)It covers the six essential abilities you’ll need to make your way across this emerging landscape. (c)It helps make us human. (d)No neuroscientist worth her PhD ever disputes that. Yet beyond the neuroscience labs and brain-imaging clinics, two misconceptions about the right side of the brain persist.

A Whole New Mind: Why Right-Brainers Will Rule the Future Daniel H. Pink River Books(2006)

(1) 次の文は ～ のどの位置に補うのが最も適切か。その記号を記せ。

And until surprisingly recently, the scientific establishment considered the two regions separate but unequal.

- (2) 文中で空欄になっている(A)から(D)には、次のア～オのうち4つの段落が入る。それらを最も適切な順番に並び替えよ。

ア This research helped earn Sperry a Nobel Prize in medicine, and forever altered the fields of psychology and neuroscience. When Sperry died in 1994, The New York Times memorialized him as the man who “overturned the prevailing orthodoxy that the left hemisphere was the dominant part of the brain.” He was the rate scientist, said the Times, whose “experiments passed into folklore.”

イ This view prevailed for much of the next century—until a soft-spoken Caltech professor named Roger W. Sperry reshaped our understanding of our brains and ourselves. In the 1950s, Sperry studied patients who had epileptic seizures that had required removal of the corpus callosum, the thick bundle of some 300 million nerve fibers that connects the brain’s two hemispheres. In a set of experiments on these “split-brain” patients, Sperry discovered that the established view was flawed. Yes, our brains were divided into two halves. But as he put it, “The so-called subordinate or minor hemisphere, which we had formerly supposed to be illiterate and mentally retarded and thought by some authorities to not even be conscious, was found to be in fact the superior cerebral member when it came to performing certain kinds of mental tasks.” In other words, the right wasn’t inferior to the left. It was just different. “There appear to be two modes of thinking,” Sperry wrote, “represented rather separately in the left and right hemispheres, respectively.” The left hemisphere reasoned sequentially, excelled at analysis, and handled words. The right hemisphere reasoned holistically, recognized patterns, and interpreted emotions and nonverbal expression. Human beings were literally of two minds.

ウ Partly in response to the tide of inane things that have been said about the right brain, a second, contrary bias has also taken hold. This view grudgingly acknowledges the right hemisphere’s legitimacy, but believes that emphasizing so-called right-brain thinking risks sabotaging the economic social progress we’ve made by applying the force of logic to our lives. All that stuff that the right hemisphere does—interpreting emotional content, intuiting answers, perceiving things holistically—is lovely. But it’s a side dish to the main course of true intelligence. What distinguishes us from other animals is our ability to reason analytically. We are humans, hear us calculate. That’s what makes us unique. Anything else isn’t simply different; it’s less. And paying too much attention to those artsyfartsy, touch-feely elements will eventually dumb us dumb and screw us up. “What it comes down to,” Sperry said shortly before he died, “is that modern society discriminates against the right hemisphere.” Within the saboteur position is the residual belief that although the right side of our brains is real, it’s still somehow inferior.

エ As far back as the age of Hippocrates, physicians believed that the left side, the same side that housed the heart, was the essential half. And by the 1800s, scientists began to accumulate evidence to support that view. In the 1860s, French neurologist Paul Broca discovered that a portion of the left hemisphere controlled the ability to speak language. A decade later, a German neurologist named Carl Wernicke made a similar discovery about the ability to *understand* language. These discoveries helped produce a convenient and compelling syllogism. Language is what separates man from beast. Language resides on the left side of the brain. Therefore the left side of the brain is what makes us human.

オ Sperry, though, had some help transporting his ideas from the laboratory to the living room—in particular, a California State University art instructor named Betty Edwards. In 1979, Edwards published a wonderful book titled *Drawing on the Right Side of the Brain*. Edwards rejected the notion that some people just aren't artistic. "Drawing is not really very difficult," she said. "Seeing is the problem." And the secret to seeing—really seeing—was quieting the bossy know-it-all left brain so the mellower right brain could do its magic. Although some accused Edwards of oversimplifying the science, her book became a best seller and a staple of art classes.

(3) 最終段落の文(a)～(d)のうち、その段落の展開の中で不必要なものを一つ選び、その記号を示せ。

2 (A) あなたは、食堂で友人の Yuko と、新しく来た留学生の Nick と話をしている。途中、別の留学生 Minho が会話に参加する。空欄を(1)は 20～30 語で、(2)は 30～40 語で埋めて、全体として意味の通った文章にせよ。また、(1)、(2)のそれぞれが複数の文になってもかまわない。

Nick: Well, I've been in Japan for only 3 days, and everything is so exciting! I want to see as much as possible while I'm here. What do you think is an interesting aspect of Japanese culture? And which places should I visit to see it? I have some more time during winter vacation.

Yuko: I don't know... an interesting thing about our culture.... It's probably old temples and shrines. Yeah, traditional things, I guess. You should go to ... Kyoto. How about joining a tour? You can see some of the famous temples. Oh, Nara might be a good place, too. I don't know. Well, excuse me, but I have to make a phone call to my friend. I'll be back soon.

(Yuko leaves.)

(Minho, another new student from abroad comes to the table.)

Minho: Hi. What are you guys talking about?

Nick: I was asking where I can see some interesting aspects of Japanese culture. Yuko just told us what she thinks about it.

Minho: What did Yuko say?

You: (1) _____

Minho: I see. I've been to Kyoto and Nara before. I came to Japan on a trip three years ago, and I visited Kyoto and Nara, and saw many of the famous temples. Hey, I'm thinking of visiting Tokyo soon. I heard we can see different aspects of Japanese culture from what we can see in Kyoto. I wonder what kind of special things we can see in Tokyo. Please let me know your ideas.

You: (2) _____

Minho: Sounds interesting! I'll definitely do that.

(B) 下記のことわざについて、賛成か反対かを明示し、思うところを 50～70 語の英語で記せ。Speech is silver, silence is golden.

3 放送を聞いて問題に答えよ。

注意

- ・聞き取り問題は試験開始後 30 分経過した頃から約 10 分間放送される。
- ・聞き取り問題は 2 回放送される。
- ・放送を聞きながらメモを取ってもよい。
- ・放送が終わったあとも、この問題の解答を続けてかまわない。

これから放送する講義を聞き、(1)～(5)の質問に対する適切な答えをそれぞれ (ア) ～ (エ) から選び、記号で答えなさい。

- (1) What is the difference between the forests the speaker is referring to and the conventional plantation?
- (ア) They grow 10 times faster and are 30 times denser, but 100 times less biodiverse than conventional plantation.
- (イ) They grow faster, but the groundwater dries up during the summer.
- (ウ) They are rich in moisture all year round, have great biodiversity, and grow quickly.
- (エ) In over a decade, the speaker was finally able to harvest fruit from his forest.
- (2) Why does the speaker use *heijunka*, his car company's production system, to create forests?
- (ア) He uses it to reduce the waste of vertical space.
- (イ) He uses it to speed up the growth of the forest.
- (ウ) He uses it to increase the variety of plants in the forest.
- (エ) He uses it to reduce the cost of growing the forest.
- (3) What does "simple improvisations" refer to?
- (ア) The rate at which the forest grows.
- (イ) The cost of growing the forest.
- (ウ) The use of natural materials to fertilize the forest.
- (エ) The water to prevent the soil from drying up.
- (4) How will the "Internet-based platform" help people create their own forests?
- (ア) With the use of equipment, people can remotely test the soil and receive instructions on how to grow the forest.
- (イ) People can visit a Website where they can buy the native species of trees that grow well in their area.
- (ウ) People can share their different methods of forest-making on an open source.
- (エ) The scientists monitor the forest online and then visit the forest in person to make improvements.

(5) Which of the following is NOT true about the speaker?

- (ア) He joined the project to make a factory more carbon-neutral.
- (イ) He owns his own company that helps to plant these natural forests.
- (ウ) His project to grow forests is environmentally friendly but expensive.
- (エ) He stated that dense forest could be grown in a small space.

2015_16
難関大学入試記述模試
英語

解答用紙

受験番号		氏名		※	/100
------	--	----	--	---	------

1 (A)

										90									100

1 (B)

(1) _____

(2) _____ ⇒ _____ ⇒ _____

(3) _____

1 (A)	15 - 減点箇所/15 :	_____ %	正答
1 (B)	正答数/3問/15 :	_____ %	正答

2 (A)

(1)

(2)

2 (B)

2 (A)	22	－	減点箇所/22	:	_____	%	正答
2 (B)	18	－	減点箇所/18	:	_____	%	正答

3 (A)

(1)_____ (2)_____ (3)_____ (4)_____ (5)_____

3 (A) 正答数/5問: _____% 正答

難関大学入試記述模試 2015_2016

英語

解答・解説

1 (A) 15点

***** 解答例 *****

農業制自体が自然環境を脅かし、将来の食糧供給に対する脅威となっている。農場形態を生態系や気候体系など自然環境と調和のとれたものにするため、地域に応じた持続可能な問題解決が求められている。(93字)

◆◆◆◆◆◆◆◆ 全 訳 ◆◆◆◆◆◆◆◆

食糧供給に関する問題は、ますます複雑なものになっている。というのも、環境の変化によって食糧供給が脅かされている一方で、今日の農業制も、人間が引き起こした環境の変化の唯一最大の原因であるという事実があるためだ。言い換えれば、農業制それ自体が将来の食糧生産に対する脅威の源なのである。以下の2方向に注意を向けるべきだ。まず一つの側面として、気候変動や海洋の酸性化、氷河の後退といった、食糧生産を脅かす環境の変化がある。しかし、同時に、現行の農業は自然環境にとって深刻な脅威でもある。土地利用を通じて最も二酸化炭素を排出しているのは農業であり、(排出量) 2、3番目の温室ガスについても同様だ。例えば、窒素酸化物も農業によって排出されるが、これは窒素を主材料とする肥料への化学変化の過程で生じる。

農業が物理的環境に与える危害は、持続可能な方法でこの惑星に食糧を供給するという難問にもう1つの側面を加える。我々の抱える問題は、どのようにしてより多くの人々に食糧を供給するかということや、どのようにして今日よりも高い栄養価で増加する人口に食糧を供給するかということだけではない。農業分野自体が環境面で大きな危害を加えるのを止めるために、現行の農業を変えていくという難題も含んでいる。しかし、農場形態は世界中でかなり異なるため、特徴的かつ局地的な問題解決がなされるべきである。というのも、それは特定の地域における農場形態を、生態系の機能の保護や生物多様性の維持、気候体系や真水の供給に対する人間の影響力の縮小といったことと両立させるためである。

農業分野は、実際のところ、人間が引き起こした環境の変化という視点に立つと、最も重要なものである。多くの人々は、自動車や、もしかすると石炭火力発電所を、人間が作った最も大きな環境への危害の原因だと思い込んでいる。実際のところ、それらも世界規模で環境が持続できなくなっている主な要因ではあるのだが。しかし、環境に危害を与えている最も重大な一つとして不名誉な評価を受けるのは、食糧生産なのである。

語数 320words

出典 *The Age of Sustainable Development* Jeffery D. Sachs Columbia University Press (2015)2015_16

◇◇◇◇◇◇◇◇ 解 説 ◇◇◇◇◇◇◇◇

[第1段落]

The problem with the food supply is further complicated by the fact that while the food supply is threatened by environmental change, today's agricultural systems are also the single largest source of human-induced environmental change!

→ 冒頭の文から、「食糧供給が環境の変化に脅かされている」ことと、「農業制が環境に変化を及ぼしている」ことの2点によって食糧供給に関する問題が複雑化していることが読み取れる。

In other words, the agricultural systems themselves are a source of the threat to future food production.

→ 「言いかえれば、農業制それ自体が将来の食糧生産に対する脅威の源なのである。」

【言い換え】

[第2段落]

Our problem is not only about how to feed more people and how to feed the growing population more nutritiously than today. It is also the challenge of changing current agricultural practices in order to stop inflicting so much environmental damage from the agricultural sector itself.

→ 増加する人口を養っていく方法のみならず、農業分野が環境に危害を及ぼすのを止めるため、現行の農業を変えていくことが必要であることが読み取れる。

there will have to be distinctive, localized problem solving in order to make local farm systems compatible with conservation of ecosystem functions, the preservation of biodiversity, and the reduction of human impacts on the climate system and freshwater supplies.

→ 波線部に示された事柄と各地の農場形態を両立させるため、それぞれの地域に応じた特徴的な問題解決がなされるべきだ、と述べられている。 【筆者の主張】

[第3段落]

Many people imagine the automobile or perhaps coal-fired power plants to be the biggest source of human-made environmental damage.

「多くの人々は、自動車や、もしかすると石炭火力発電所を、人間が作った最も大きな環境への危害の源だと思い込んでいる。」

Yet it is food production that takes the dubious prize as the most important single driver of environmental harms.

→ 環境に最も危害を加えているのは食糧生産（＝農業）であると述べられている。

【帰結】

1 (B) 15点 (1) 4点、 (2) 7点、 (3) 4点

***** 解 答 *****

(1) ウ (2) エ ⇒ イ ⇒ ア ⇒ オ (3) (b)

◆◆◆◆◆◆◆◆ 全 訳 ◆◆◆◆◆◆◆◆

我々の脳は並外れたものだ。典型的な脳は約1000億個の細胞から成り立っており、それぞれが、最高で1万個の細胞との間でつながり、情報伝達をしている。それらは、我々がどのように話しどのように食べ、どのように呼吸をし、どのように動くのかを導く、約1千兆の繋がりの中から精巧なネットワークを築く。James Watson、彼はDNAの発見に寄与したとしてノーベル賞を受賞したのだが、彼は人間の脳を「我々の世界でこれまでに発見された最も複雑なもの」と呼んでいる。

脳は複雑であるにもかかわらず、表面的特徴は簡素で対称的である。科学者達は神経科学上のメーソン＝ディクソン線は1つの脳を2つの領域に分割するということをずっと知っていた。また、驚くほど最近まで科学的機関は2つの領域は分かれているが、性質は不揃いであるとみなしてきた。その理論はこう続く。左側はきわめて重要で、我々を人間にした部分である。右側は補助的なものであり、いくらか議論にあがったように、初期の発達段階の残存物であった。左半球は理性的、分析的、論理的であり、我々が脳内で考える全てなのである。右半球は静かで直線的でなく本能的でもない、自然が人間を大きくするためにデザインしたため生じた残存物なのである。

エ Hippocrates (古代ギリシャの医学・薬学者) の時代まで遡ると、物理学者は心臓があるのと同じ左側が必要不可欠なものであると信じていた。そして1800年代まで、科学者はその見方を支持するため証拠を蓄積し始めた。1860年代、フランスの神経学者である Paul Broca は、左半球の一部が言葉を話す能力をコントロールしているということを発見した。10年後、Carl Wernicke という名のドイツの神経学者が言葉を「理解」する能力について似たような発見をした。これらの発見は、簡便で説得力のあるもっともらしい理由付けをする手助けとなった。言語は、人間を獣から分離するものだ。言語は脳の左側に備わっている。それゆえ、脳の左半球は我々を人間にする。

イ 穏やかな口調で話す Roger W. Sperry 教授が我々の脳と我々自身の理解を作り変えるまで、この考えは次の世紀へと渡っていった。1950年代、Sperry 教授は脳梁(脳の2つの半球をつなぐ約3億の神経組織の厚い束)の摘出を必要とするてんかんの発作を持つ患者を研究した。この「分離脳」の患者に対する一連の実験で、Sperry 教授は既定の見方に間違いがあることを発見した。そう、我々の脳は2つに分けられた。しかし、「いわゆる付属品、マイナーな半球、それは我々が以前無学で精神的に遅れているとみなし、幾つかの権威によって意識があるときえ思われていなかったのだが、ある種の心理的作業を行うという話になると、実際は優勢な脳の一部であった。」言い換えれば、右半球は左半球に劣っていないということだ。本当に違っていたのだ。Sperry 教授はこう書いている。「考え方には2つの型があるようだ」「左半球と右半球のそれぞれにおいてかなり別々に表れていた」左半球は、連続的に推論し、分析に秀で、言葉を扱った。右半球は全体的に推論し、パターンを認識し、感情や非言語表現を解釈した。人間には文字通り2つの心があったのだ。

ア Sperry 教授はこの調査によりノーベル医学・生理学賞を受賞し、またこの調査によって心理学や神経科学分野では永遠の改変が起こった。1994年に Sperry 教授が亡くなった時、ニューヨークタイムズ紙は彼を、「左半球は脳内において優性である、という通説をひっくり返した」人として追悼する記事を載せた。同紙にはこう書いてある、彼は「自らの実験が伝説になった」影響力のある科学者であると。

オ しかし、Sperry 教授は、彼の考えを研究所から一般へ運び出すためのきっかけとなった。とりわけ、カリフォルニア州立大学の芸術の教授 Betty Edward 氏にとって。1979年、Edward 教授は *Drawing on the Right Side of the Brain* というタイトルの素晴らしい本を出版した。Edward 氏は、芸術的でない人もいるという考えを受け付けなかった。彼女は言う、「描くことは本当はそれほど難しくはない。」「見ることが問題だ。」そして、見ること一本当に見ること—は、威張り散らした知ったかぶりの左脳を黙らせるので、より円熟した右脳が魔力を披露することができたのだ。中には Edward 教授のことを、科学を簡略化しすぎていると非難した人もいたが、彼女の本はベストセラーとなり、行動段階の定礎となった。

Sperry 教授の先駆的な研究や Edward 教授のみごとな大衆化、そして研究者に脳が見えるようにした fMRI のような技術の出現のおかげで、今日右半球は一定の正当性に達した。それは本物だ。(a)そして重要なものなのだ。(b)それは、この新興の分野を渡ってあなたが道を作るのに必要だろう6つの必須能力の全てに及ぶものである。(c)それは我々を人間にする手助けをする。(d)彼女の博士号に値するどの神経科医も決してそれを問題にしない。だが、神経科学研究所や脳の画像診断診療所を越えたところで、脳の右側についての2つの思い違いは残存するのである。

語数 776 語

出典 *A Whole New Mind: Why Right-Brainers Will Rule the Future* Daniel H. Pink River Books

(2006)

<不要な段落>

ウ 右脳について言われてきた無意味な事の高まりに少し応えて、副次的で反対の先入観も根付いてきた。この見方は、右脳の正当性を嫌々認めるが、いわゆる右脳思考には、論理力を生活に適用することで、我々が作り上げてきた経済社会の進展をわざと妨害する危険があると信じるものである。右脳がやっていること—感情を解釈したり、直感的に答えを引き出したり、全体的に物事を把握したりすること—は全て素晴らしい事だ。しかし、それは本当の知性の付け合わせにすぎない。我々を他の動物と区別するのは、分析的な論理的思考力だ。我々は人間であり、我々が計算するのを耳にする。それは我々を無類のものにする。他の生物は何も単純に異なっているのではなく、劣っているのだ。また、そうした芸術家気取りの感覚的な要素に注意を向けすぎること、結局我々は投げ捨てられ、めっちゃめっちゃにされるだろう。Sperry教授は亡くなる少し前にこう言った。「辿りついたのは、現代社会は右脳を差別視するということだ。」妨害活動家の中にあるのは、右脳は本物だが未だどうも劣等であるという旧態依然とした考えなのである。

◇◇◇◇◇◇◇◇ 解 説 ◇◇◇◇◇◇◇◇

(1) 補う文は、「また、驚くほど最近まで科学的機関はその2つの領域は分かれているが、性質は不揃いであるとみなしてきた。」という意味である。つまり補う文には、脳の「2つの領域」、それらの「性質が不揃いであること」が述べられている。第1段落は、脳の内部構造や働きなど全体についての話であり、脳の「2つの領域」については言及がないためア、イは当てはまらない。続いて第2段落を見てみよう。脳が「2つの領域に分かれているが、性質が不揃いであるとみなされてきた」ということについて、直後の文で「左側」と「右側」に分けてそれぞれ具体的説明がなされている。よって、補う文はウの位置に来ることが分かるはずである。エについては、直前の2文をかけて述べられている脳の「左側」と「右側」について、空欄の直後で具体的に説明したり、言い換えたりしているだけである。よって不適切。

(2) 段落整除

<第2段落から(A)へのつながり>

第2段落で、脳の「左側」は「きわめて重要」とあるのに対し、「右側」は「補助的」で「初期の発達段階の残存物」とされている。これを受けエの段落では、古代ギリシャに遡っても、「物理学者は左脳が必要不可欠だと信じていた」と現代との共通点を伝えていると考えるのが自然であろう。どちらの段落でも、左脳の重要性が述べられているが、エの段落では「言語は脳の左側に備わっている」という情報が追加されている。

<(A)から(B)へのつながり>

エで古代ギリシャから19世紀に至るまで「左脳の重要性」が伝えられてきたことを述べた後で、「この考えは次の世紀へ渡っていった。」と述べている。この段階では、「この考え」の示すものは不明である。しかし、Sperry教授が分離脳の患者への実験結果から、「右半球は左半球に劣っていない」「本当に違っていた」と書いており、右脳の優勢な面に言及している。よって、「この考え」＝左脳の重要性だと読み取れる。よって、イが正答である。

<(B)から(C)へのつながり>

上記の通り、イでは右脳の優勢性について言及している。特に第2段落では、「左脳の重要性」ばかりが伝えられてきていたとあるため、イで述べられているSperry教授の研究結果は、大変意義深いものだと推察できる。よって、アが正答となる。

<(C)から(D)そして最終第7段落へのつながり>

アでは、Sperry 教授がノーベル医学・生理学賞を受賞し、通説をひっくり返したことが述べられているが、その後の Edward 氏による大衆化について書かれているのが後に続く。さらにその後はまとめとして、前述の内容を挙げながら脳の右半球の一定の正当性について述べている。

- (3) この段落の第1文で、「今日（脳の）右半球は一定の正当性に達した」と述べられている。(a)は「それは重要なものだ」といい、直前の文と共に正当性に達した右脳について言及している。つまり、「それ」の正体は「右脳」である。(c)の中の「それ」についても同様であり、(d)についても「それ」を表す内容は「今日右半球が一定の正当性に達していること」を表している。(b)の文には、「右脳の正当性」に関する記述がなくその前後の文脈と異なっていることが分かる。

2 (A) 40点 ((1) 10点、 (2) 12点、 (2B) 18点)

***** 解答例 *****

- (1) Yuko said Nick should see traditional things, for example, old temples in Kyoto or Nara. She also thinks joining a tour would be a good idea. (26 words)
 (2) You can see the culture of young people in Tokyo. If you go to an area called Harajuku, you can see the fashion of young people. You'll probably see people wearing colorful, eccentric, and fun clothing there. (37 words)

<別解>

- (1) She thinks Nick should go to Kyoto and Nara to see old temples, because she thinks it's better to see old Japanese traditions. She also suggested joining a tour. (28 words)
 (2) Anime and manga are very famous around the world, and they are an aspect of Japanese culture we are proud of. You might like Akihabara because there are many shops, cafes and markets that feature manga and anime. (38 words)

◆◆◆◆◆◆◆◆ 全訳 ◆◆◆◆◆◆◆◆

ニック: あのさあ、ボクはまだ日本に3日しかいないけど、全部が面白いよ！でも日本にいる間になるべくたくさんものを見たいんだ。日本の文化で興味深いところって何だと思う？あとそれを見るにはどこに行けばいいかな？冬休みに時間があるから。

ユウコ: ええと…私たちの文化で興味深いもの…昔のお寺とか神社じゃないかなあ。うん、伝統的なものじゃないかと思う。うんと、京都に行くといいんじゃない。ツアーに参加するのはどう？有名なお寺をいくつも見られるよ。あ、奈良もいい場所かもしれないね。分からないけど。ええっと、失礼、友達に電話をしなきゃいけないの。すぐ戻るね。

(ユウコが席を立つ)

(もう一人の新しい留学生のミンホがやってくる)

ミンホ: みんな何話していたの？

ニック: 日本の文化で興味深い側面をどこで見られるかを訊いていたんだ。ユウコがちょうどどう思うかを教えてくれていたんだよ。

ミンホ: ユウコはなんて言ったの？

あなた: (1) _____
 ミンホ: なるほど。でも僕は前に京都と奈良に行ったことがあるんだ。3年前に日本に旅行に来て、京都と奈良に行って、有名なお寺をたくさん見たんだ。ねえ、近いうちに東京に行こうと思っているんだ。京都で見られるのとは違った日本文化の側面を見られるって聞いたんだけど。東京ではどんな特別なものが見られるの？
 あなた: (2) _____

◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆

解答例の全訳

- (1) ニックが伝統的なもの、例えば京都や奈良の古いお寺を見るのがいいとユウコは言っていたよ。有名なお寺を見るために、ツアーに参加するのがいいと思うって。
 (2) 東京では若者の新しい文化が見られるよ。原宿という場所に行けば、若者のファッションが見られる。カラフルで、奇抜で、面白いファッションがそこで見られるかもしれないよ。

<別解>

- (1) ユウコはニックが古いお寺を見に京都と奈良に行くといいと思うってさ。日本の伝統を見るのがいいと思うから。ツアーに入ることも勧めていたよ。
 (2) アニメとか漫画は世界中で有名で、日本人が誇りに思う日本文化の一面だよ。アニメとか漫画を扱っているお店や、カフェ、マーケットがあるから、秋葉原を気にしているかもしれないよ。
 (2) 「下町文化」が東京では見られるよ。「下町」というのは江戸時代に栄えた東京の地域で、職人とか商人が文化の中心だったんだ。その時代の神社仏閣とか、下町文化の博物館があるよ。

2(B)

***** 解答例 *****

I agree with this idea. It's often important to say things or your opinions that you need others to know, but you should know when to be quiet or listen to others. For example, when someone is upset at you, you should listen to them instead of telling them excuses. It would be more effective to be quiet than to speak up, to let them know that you are sorry. (70 words)

<別解>

I disagree with this idea. You need to be careful about how you tell others what you want to say, but it's usually better to be honest and straightforward. You may sometimes hesitate to say your opinion because you are afraid that it might hurt somebody, but even if what you say hurts them, it will be helpful in the long run. (62 words)

◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆

全訳

雄弁は銀、沈黙は金

◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆ ◆◆◆◆◆◆◆

解答例の全訳

私はこの考えに賛成だ。他人に知ってほしい事や自分の意見を言うことが大事なことは多いが、沈黙を守るべきときや他人の言うことを聞くべきときを知るべきである。例えば、人があなたに対して気分を害しているときに、あなたは彼らに言い訳を述べるのではなく、彼らの言うことを聞くべき

である。自分が申し訳ないと思っていることを知ってもらうには、発言をするより、黙っていたほうが効果的である。

<別解>

私はこの考えに反対だ。自分が言いたいことを、どのように相手に伝えるのかについては、注意をする必要があるが、大抵は正直で、率直であった方が良い。そうすることで他人を傷つけるかもしれないと恐れ、自分の意見を述べることをためらうことがあるかもしれないが、あなたが言ったことが相手を傷つけても、長い目で見ればそれは有益なものになるだろう。

3 配点30点 (各6点)



放送英文



I'm an industrial engineer. The goal in my life has always been to make more and more products in the least amount of time and resources. While working at a car industry, all I knew was how to make cars until I met a Japanese professor, who came to our factory to make a forest in it in order to make the factory carbon-neutral. I was so fascinated that I decided to learn this methodology by joining his team as a volunteer. Soon, I started making a forest in the backyard of my own house.

These forests, compared to a conventional plantation, grow 10 times faster, they're 30 times denser, and 100 times more biodiverse. Within two years of having this forest in our backyard, I could observe that the groundwater didn't dry during summers, and the number of bird species I spotted in the area doubled. Air quality became better, and we started harvesting the seasonal fruits growing right in the backyard of our house.

I wanted to make more of these forests. I was so moved by these results that I wanted to make these forests with the same acumen with which we make cars or write software or do any mainstream business. So I founded a company which is an end-to-end service provider to create these native natural forests. But to make afforestation as a mainstream business or an industry, we had to standardize the process of forest-making. So we benchmarked our company's production system known for its quality and efficiency for the process of forest-making.

The core of our company's car production system lies in *heijunka*, which is manufacturing different models of cars on a single assembly line. We replaced these cars with trees, and now we can make multi-layered forests. These forests utilize 100 percent vertical space. They are so dense that one can't even walk into them. For example, we can make a 300-tree forest in an area as small as the parking spaces of six cars. In order to reduce cost and our own carbon footprint, we started utilizing local biomass as soil amender and fertilizers. For example, coconut shells crushed in a machine are mixed with rice straw. The powder of rice husks mixed with organic manure is finally dumped in the soil on which our forest is planted. Once planted, we use grass or rice straw to cover the soil so that all the water which goes into irrigation doesn't get evaporated back into the atmosphere. Using these simple improvisations, today we can make a forest for a cost as low

as the cost of a smartphone.

Today, we are making forests in houses, in schools, even in factories. (with the help of corporations.) But that's not enough. There is a huge number of people who want to take matters into their own hands, so we let it happen. Today, we are working on an Internet-based platform where we are going to share our methodology on an open source. On this platform, anyone can make their own forest without our physical presence being there, using our methodology. At the click of a button, they can get to know all the native species of their area. By installing a small hardware probe on site, we can do remote soil testing, using the results we can give step-by-step instructions on forest-making remotely. We can also monitor the growth of this forest without being on site.

This methodology, I believe, has a potential. By sharing, we can actually bring back our native forests. Now, when you go back home, if you see a barren piece of land, do remember that it can be a potential forest.

Thank you very much. Thanks. (617words)

- ***** 解答 *****
- (1) (ウ) (2) (ア) (3) (ウ) (4) (ア) (5) (ウ)

◆◆◆◆◆ 全訳 ◆◆◆◆◆

私は産業技術者です。私の人生の目標は、最小限の時間と資源の中で、より多くのものを生産することです。自動車業界で働く間、ある日本人の教授と出会うまで私が知っていたことの全ては、自動車の製造方法でした。教授は、温室効果ガスの排出量を減らすために、工場内に森を作りにやってきました。私はとても魅了され、有志として彼のチームに加わり、技術を学ぶことに決めました。すぐに、私は家の裏庭に森を作り始めました。

裏庭の森は、従来の造林と比較すると、10倍早く成長し、30倍密集していて、そして100倍の生物多様性が存在します。裏庭の森を所有して2年以内で、私は夏季に地下水が枯れないことや、この場所で見かける野鳥の種類が2倍になったことに気がつきました。空気がきれいになり、私たちはちょうど家の裏庭で季節の果物を収穫し始めました。

私はもっと森を作りたいと思いました。これらの成果にとっても感動したため、自動車製造やソフトウェア作成、またはあらゆる主幹産業へ懸ける労力と同じくらいの力を注いで、森を作りたいと考えました。天然林を作るために、エンドツーエンドのサービスプロバイダー会社を設立しました。しかし、造林を主幹産業や事業にするには、造林工程をシステム化しなければなりません。したがって、造林工程を考えるのに、質と効率性で知られている弊社の自動車生産方式を基準にしました。

弊社の自動車生産方式は平準化に頼っています。すなわちそれは単一の製造ラインで、異なるモデルの自動車を製造することです。私たちは自動車を木々に置き換えて考えました。それは、重層的な森を作ることです。重層的な森は100%縦の空間を活用します。森はとても密集しているので、誰も中に踏み入ることはできません。例えば、6台分の駐車スペースに300本の森が生まれます。費用と、二酸化炭素排出量を削減するために、その土地にある生物資源を土壌改良材や肥料として利用し始め

ました。

例えば、ココナッツの殻を機械で砕いたものを、藁と混ぜます。そして籾殻粉を天然の肥やしと混ぜ、それらを森が植えられる土の中に投入します。一度植えた後は、用水路に向かう全ての水が空気中に蒸発しないようにするために、草や藁を使って土を覆います。そして生物資源を使用するシンプルな方法を使って、今日私たちはスマートフォンの代価と同じくらいの低費用で森を作ることができます。

今日、私たちは森を住宅や学校、工場内にまで作っています。しかし、それは十分ではありません。自ら行動に移したい多くの人々がいます。だから、私たちはそれを実現させます。今日、私たちはインターネットを利用したプラットフォームを開発しています。そのプラットフォームでは、私たちの手法をオープンソース上で共有します。私たちの手法を使えば、誰もが実際に現場に行かなくとも自分たちの森を作ることができます。ボタンをクリックすれば、自分たちの場所に生息する全ての特有种を知ることができます。その場所に小さな装置を設置することによって、私たち研究者が遠隔土壌調査を行うことができ、その結果を用いて、造林に関する段階的な指示を遠隔操作で与えることができます。また、現場に居なくてもこの森の成長をモニターで確認することができます。

この手法は、私が思うに、成功する可能性があります。共有することによって、実際に天然林をよみがえらせることができます。さあ、あなたが家に帰って不毛の土地を1区間見つけたら、ぜひそれは森になる可能性を秘めていることを思い出してください。

◇◇◇◇◇◇◇◇ 解説 ◇◇◇◇◇◇◇◇

- (1) 「話者が述べている森は従来の森とどのように異なるか。」正解は (ウ) の「年中水が豊富で、生物多様性が豊かであり、早く成長する。」。第2段落にある1文目から3文目にかけて、(These forests, compared to a conventional plantation, grow 10 times faster, they're 30 times denser, and 100 times more biodiverse. Within two years of having this forest in our backyard, I could observe that the groundwater didn't dry during summers,~) “これらの森は、従来のプランテーションと比較すると、10倍早く成長し、30倍密集していて、そして100倍の生物多様性が存在します。私たちの裏庭にあるこの森を所有して2年以内で、私は夏季に地下水が枯れない~” の内容と一致する。(ア) は、less biodiverse、(イ) は、the groundwater dries up during the summer、(エ) は、In over a decade、の箇所がそれぞれ本文と異なるため不正解。
- (2) 「話者はなぜ自動車生産方式である平準化を造林のために使っているのか。」正解は (ア) の「無駄な縦の空間を減らすために使っている。」。4段落、1文目 (The core of ~) では、“平準化とは、同じ製造ラインで異なるモデルの自動車を製造することである。” と述べられている。話者はこの手法を造林に応用したと述べているため、4文目 (These forests utilize 100 percent vertical space.) から、これらの森が100%縦の空間を活用していることが分かる。(イ) の「森の成長を早めるため。」、(ウ) の「木々の種類を増やすため。」は本文の内容と一致しない。(エ) の「森を育てる費用を削減するため。」は、4段落、6文目 (In order to~) より、“費用を削減するためにその土地にある生物資源を土壌改良材や肥料として利用し始めた” とあるため、平準化使用の目的ではない。
- (3) 「“シンプルな方法”は何を指しているのか。」正解は (ウ) の「森を肥やすために天然素材を使うこと。」。4段落、8文目 (For example~) では、ココナッツの殻を藁や籾殻粉と混ぜて肥料として活

用したことが述べられている。(ア)の「森が育つ割合」と(エ)の「土の乾燥防止のための水」については、本文では述べられていない。(イ)の「造林の費用」は、その土地にある生物資源を肥料として使用することにより、造林の費用の削減が可能になるため、“シンプルな方法”の説明としては不適切である。

(4)「インターネットを利用したプラットフォーム」は、人々が自身の森を造ることをどのように助けるのか。正解は(ア)の「装置を使って、人々は遠隔操作で土壌調査を行い、森の育て方に関する指示を受け取ることができる。」。5段落、8文目 (By installing a small~)、 “その場所に小さな装置を設置することによって、私たち研究者が遠隔土壌調査を行うことができ、その結果を用いて、造林に関する段階的な指示を遠隔操作で与えることができる。” という内容と一致する。(イ)の「人々はその土地でよく育つ品種の木々をウェブ上で購入することができる。」は、人々は原生林の種類を知ることができるが、購入できるという説明はないため誤り。(ウ)の「人々はオープンソース上で造林に関する異なる方法を共有することができる。」では、人々は話者が開発した造林に関する手法を共有することができるのであり、異なる造林方法を共有するものではないため誤り。(エ)の「研究者は森をオンラインで観察し、実際にその地を訪れ改良を施す。」では visit the forest in person to make improvements の部分が誤りである。

(5)「正しくないものはどれか。」正解は(ウ)の「彼の造林計画は環境に優しいが、費用がかかる。」。4段落、後半部 (And using these~)、 “そして生物資源を使用するシンプルな方法を使って、今日私たちはスマートフォンの代価と同じくらいの低費用で森を作ることができる。” という内容と一致しない。(ア)は、1段落、5文目 (I was fascinated ~)、(イ)は3段落、3文目 (I founded a company ~) (エ)は4段落、5文目 (For example, we can make ~) の内容とそれぞれ一致している。

経済学の定義

経済学は常に隠されたイデオロギーを含み持つ。中立・客観的な経済学は存在しない。

一九七〇年代には「現実の見方」が争われた。緊張感があつた。

今日では市場中心主義は教科書化することで「正しい」ものとなり、そのイデオロギー性が押し隠された。【設問一】

《自然科学》

特徴…「価値」を含まない（没価値性）

「事実」によって確認されるかどうか

【設問二】

《人文・社会科学》

社会現象に適用するわけにはいかない。

「理由」観察者自身が社会の中で活動しているため、社会の外から眺めることはできないから。

「理論」を前提にして「現実」を理解【設問三】

事実と照らし合わせる「検証」が難しい

現実をみる一定の見方が持ち込まれる

《経済学の考え方》

ある「価値観」の枠組みのなかで妥当
「実証」ではなく「解釈」が問題

「科学」と「思想」「事実」と「価値」

の関係は簡単に割り切れるものではない。【設問四】

「教科書」の恐ろしさ 目に見えない暴力性

・社会科学はその前提として見えざる思想を含んでいる緊張を押し隠してしまう
・「教科書」からはずれたものは「間違つたもの」になる 知的真摯さの喪失

現代のアメリカの市場主義経済学の制覇

隠された「思想」をあえて隠蔽して「科学としての経済学」の装いを確立【設問五】

- ⑳すべてが「教科書」へと収斂し、「教科書」への従属が始まった。「教科書」を疑う、という知的真摯さが失われてしまった
- ・ 限定する条件 …… 教科書に対する懐疑が薄まった現代、
 - ・ 主語 …… アメリカの市場中心主義は

作問の意図

筆者の主張を理解できているか。

作問の難しさ

設問(一)との解答の重複。正答とする線引き。

作問の難しさ

設問(三)における「理論」と「現実」の解釈と同様、「事実」と「価値」という二つの解釈の問題となってしまったこと。また、設問(二)においても「事実」というものを答えさせていること。

設問(五)『隠された「思想」をあえて隠蔽して「科学としての経済学」の装いを確立した』(傍線部オ)とはどういうことが、本文全体の主旨を踏まえた上で、一〇〇字以上二二〇字以内で説明せよ。

解答

教科書に対する懐疑が薄まった現代、本来は特定の思想を踏まえなければ成立しない経済学において、アメリカの市場中心主義は、教科書に掲載することで、それが客観的普遍的な事実の記述であるかのように理解されるようになった、ということ。(1113字)

傍線部の「内容」を本文全体の主旨を踏まえて説明する問題。

筆者の主張を、全体を通して考える問題である。今日においては、社会科学における前提であるイデオロギーの存在を「教科書」が覆い隠してしまっている。「教科書」を疑うという緊張感、知的真摯さが喪失してしまったのである。

番号は形式段落

【第一の要素】

経済学は常に隠されたイデオロギーを含み持っている。中立的。客観的な経済学などというものは存在しない。

結果として市場経済学の考え方が「正しい」ものとなってしまった。おまけにそれはアメリカでりっぱに「教科書」に仕立て上げられてしまった。

「科学」とは何か。一定の条件のもとで客観的、普遍的に成立する

それをそのまま社会現象に適用するわけにはいかない。

社会科学は「実証科学」ではなく、現実をみる「解釈」を与える指針と考えるべき

・隠された「思想」 …… 本来は特定の思想を踏まえなければ成立しない経済学において

・あえて隠蔽して …… 教科書に掲載する

・「科学としての経済学」の装いを確立した …… 客観的普遍的な事実の記述であるかのように理解されるようになった

【第二の要素】

②3 「教科書」 社会科学が前提として見えざる思想を含んでいるという点が見えざる思想を隠してしまう。

②6 一九七〇年代にはまだ「教科書」への疑いがあった。

設問(四)『いいかえると「事実」と「価値」の関係は簡単に割り切れるものではないのである。』(傍線部E)とはどういうことか、説明せよ。

解答

社会科学においては、研究されたものが観察された事実なのか、特定の価値判断で示された解釈の産物なのか、判定しがたいということ。(62字)

傍線部の「内容」を説明する問題。言い換えの内容を明確にする。

「事実」と「価値」「科学」と「思想」の関係とは何かを具体的に述べることが求められる。

自然科学における「科学」とは事実によつて確認されたものであるが、社会科学においては必ずしも事実を確認することはできないため、解釈ふまえて事実を理解している。

そのため、社会科学においては、その研究がどちらの立場に立ったものなのか判断が難しいのである。

番号は形式段落

前文を参考に「科学」「事実」「思想」「価値」と考えることができる。

「科学」とは何か 「科学」の最大の特質は、それが「価値」を含まないこと

事実によつて確認されるかどうか

「思想」とは何か 「価値観」をある程度、体系的でまとめたものに仕立て上げたもの

解釈の仕方、すなわち「価値観」

一つの「ものの見方」なのだ。つまり「解釈」であり

「特定の人物や集団の価値判断を含」んでいるもの

【第一の要素】

「事実」 …… 観察された事実

「価値」 …… 特定の価値判断で示された解釈の産物

【第二の要素】

限定する条件 …… 社会科学においては

割り切れるものではない …… 判定しがたい

作問の意図

「事実」と「価値」の解釈の仕方を読解し、言語化する。

設問(三)『「理論」を前提にして「現実」を理解している。』(傍線部ウ)とはどういうことか、説明せよ。

解答

経済学では、観察者自身が社会の中にあり、多様な現実の検証は難しいため、価値観に基づいた解釈をすることで現実を見ているという(こと)(67字)

傍線部の「内容」を説明する問題。

「経済学」における「理論」と「現実」との関係性を具体的に述べることが求められる。

自然科学とは違い社会科学においては、観察者自身が社会の中で活動しているので、実験や事実と照らし合わせて観察するということができない。社会科学における「理論」とは「仮説」である。その仮説を現実の事実に合わせて考えている。そのため、取り扱う「現実」は既に解釈に基づいているのである。

番号は形式段落

【第一の要素】

そのように理論を組み立てて、現実を眺めているわけである。

この「見方」すなわち「価値観」をもとに「市場」を理解している

・「理論」を前提にして「現実」を理解している …… 価値観に基づいた解釈をすることで現実を見ている

【第二の要素】

観察者自身が社会の中で活動している

事実と照らし合わせるという「検証」がたいへん難しい。

・主語 …… 経済学では

・条件 …… 観察者自身が社会の中におり、多様な現実の検証は難しい

作問の意図

この文章における「理論」と「現実」の解釈の仕方を読解し、言語化する。

当初、この問題を「理由説明」の問題としていたが、因果関係を明確にすることが難しく、「内容説明」の問題とした。

解答の難しさ

解答の要因となるものが、傍線部の前後に分かれてしまっていること。

設問(二)『「事実」に符合することだけが「科学性」を担保することになる。』(傍線部イ)とはどういうことか、説明せよ。

解答

一定の条件で客観的普遍的に成立することが確かめられた事実と照合できることではじめて、科学は科学と認められるようになるといふこと。(64字)

傍線部の「内容」を説明する問題。言い換えの内容を明確にする。

自然科学における「事実」との関係性を具体的に述べることが求められる。

科学性とは、「現実」「こそが」「理論」となるものである。実験による検証がなされることで理論が成立する。

「事実妥当性」「没価値性」

本文中に「一定の条件のもとで客観的、普遍的に成立するもの」「科学性を担保するものは『事実』によって確認されるかどうか」とあるので、それをまとめる。

番号は形式段落

【第一の要素】

一定の条件のもとで客観的、普遍的に成立する

科学性を担保するものは「事実」によって確認されるかどうか

- ・「事実」…一定の条件で客観的普遍的に成立することが確かめられた事実
- ・符合することだけが…照合できることではじめて

【第二の要素】

「科学」の最大の特徴は、それが「価値」を含まないという点にある。

科学性を担保するものは「事実」によって確認されるかどうか

- ・「科学性」を担保することになる…科学は科学と認められるようになる

作問の意図

この文章における「事実」とは何であることを明確にし、科学と関連付けて答える。

解答の難しさ

60字前後で答える上で、「事実」「科学性」ともに答えに組み込むことが難しいこと。

傍線部の「内容」を説明する問題。言い換えの内容を明確にする。

「教科書化することで『正しい』ものとなる」とはどついついことか、「イデオロギー性を押し隠す」とはどついついことか、を具体的に述べるのが求められる。

経済学はイデオロギーを含み持つており、一九七〇年代まではその「現実の見方」こそが争われていた。しかし、今日ではある価値観を含んだ経済学の見方が教科書となり、経済学が価値を含まない科学を装うようになってしまったのである。

番号は形式段落

【第一の要素】

市場主義経済学の考え方が「正しい」ものとなってしまった。おまけにそれはアメリカでりっぱに「教科書」に仕立て上げられている。

- ・教科書化する …… 教科書に載る
- ・「正しい」ものとなり …… 経済学の基準として捉えられるようになった

【第二の要素】

経済学は常に隠されたイデオロギーを含み持つている。…一定の角度からの「現実の見方が内包されている。

- ・イデオロギー性 …… 内包する特定の価値観
- ・押し隠されてしまった …… 表面化させない

作問の意図

経済学には表面化しないイデオロギーがあるということ、一定の見方により作成されたものが「教科書」だということを正しく理解し、言語化する。

作問の難しさ

意味段落の第一段落の内容でまとめられる問題をと考えたが、「教科書」の解釈の仕方によっては、後段の内容まで踏み込んだ解答となってしまうこと。

解答の難しさ

第五問の内容と解答の方向性が似てしまうこと。

「価値観」()の言葉を解答に組み込むか否か、ということ。

「教科書化することで」という部分を、因果関係のある回答とする(教科書に載る 正しい)か否か、ということ。
本文中では因果関係を確定できないため、並列の解答とした。

【第一問】 佐伯啓思『経済学の犯罪』

《本文要旨》

本文全体は、二十七の形式段落から成り、その展開と内容から大きく四つに分けてとらえることができる。

第一段落（形式段落 〱）

経済学は、一定の角度からの「現実の見方」が内包されている。一九七〇年には、この「現実の見方」こそが争われた。しかし今では、市場経済学の考え方が「正しい」ものとなり、それが「教科書」になることで、「現実の見方」が隠されてしまった。

第二段落（形式段落 〱）

科学の最大の特徴は、それが価値を含まないという点である。自然科学の場合、「没価値性」を持った客観的「科学」が可能である。しかし、社会科学の場合、現実には多様で複雑であり、観察者自身が社会の中で行動しているため、理論と事実を照らし合わせる検証がむずかしい。そのため、必ず主観的な「ものの見方」が持ち込まれてしまう。

第三段落（形式段落 〱）⁽²²⁾

「価値観」を体系的にまとめたものを「思想」と呼ぶ。経済学を含めた社会科学は、「思想」から切り離せない。そのため、「事実」と「価値」の関係も簡単には割り切ることはできない。

第四段落（形式段落⁽²³⁾）⁽²⁷⁾

社会科学を教科書にすることによって、社会科学の前提である「見えざる思想」が隠されてしまう。教科書からはずれたものは間違っただけのものとなり、それは「教科書の暴力」である。しかし、現代のアメリカは、隠された「思想」を隠蔽することによって「科学としての経済学」を確立した。

設問（一）「市場中心主義は教科書化することによって、正しいものとなり、そのイデオロギー性が押し隠されてしまった。」（傍線部ア）とはどういふことが、説明せよ。

解答

市場中心主義は、教科書に載り、内包する特定の価値観を表面化させないまま、経済学の基準として捉えられるようになったといふこと。（62字）

配点と採点基準 (第一の要素ができていた上で、第二の要素は加算する)

設問(一) 5点

第一の要素 教科書に載ることによって経済学の基準として捉えられるようになった (3点)

第二の要素 内包する特定の価値観を表面化させぬ (2点)

設問(二) 5点

第一の要素 一定の条件で客観的普遍的に成立することが確かめられた事実 「事実」ができていて3点

第二の要素 科学と認められるようになる (2点)

設問(三) 5点

第一の要素 価値観に基づいた解釈をすることで現実を見ている (2点)

第二の要素 主語 : 経済学では (1点)

条件 : 観察者自身が社会の中におり、多様な現実の検証は難しい (2点)

設問(四) 5点

第一の要素 「事実」 : 観察された事実 「価値」 : 特定の価値判断で示された解釈の産物 (3点)

第二の要素 限定する条件 : 社会科学においては (1点) 割り切れるものではない : 判定しがたい (1点)

設問(五) 15点

第一の要素 隠された「思想」 : 本来は特定の思想を踏まえなければ成立しない経済学において (4点)

あえて隠蔽して : 教科書に掲載する (3点)

「科学としての経済学」の装いを確立した : 客観的普遍的な事実の記述であるかのように理解されるようになった

(4点)

第二の要素 限定する条件 : 教科書に対する懐疑が薄まった現代、(2点)

主語 : アメリカの市場中心主義は (2点)

解答案

(一) 市場中心主義は、教科書に載り、内包する特定の価値観を表面化させないまま、経済学の基準として捉えられるようになったということ。(62字)

(二) 一定の条件で客観的普遍的に成立することが確かめられた事実と照合できるところではじめて、科学は科学と認められるようになるということ。(64字)

(三) 経済学では、観察者自身が社会の中におり、多様な現実の検証は難しいため、一定の価値観に基づいた解釈をすることで現実を見ているということ。(67字)

(四) 社会科学においては、研究されたものが観察された事実なのか、特定の価値判断で示された解釈の産物なのか、判定しがたいということ。(62字)

(五) 教科書に対する懐疑が薄まった現代、本来は特定の思想を踏まえなければ成立しない経済学において、アメリカの市場中心主義は、教科書に掲載されることで、それが客観的普遍的な事実の記述であるかのように理解されるようになった、ということ。(113字)

設問

- (一)「市場中心主義は教科書化することで「正しい」ものとなり、そのイデオロギー性が押し隠されてしまった。」(傍線部ア)とはどういうことか、説明せよ。
- (二)『「事実」に符合することだけが「科学性」を担保することになる。』(傍線部イ)とはどういうことか、説明せよ。
- (三)『「理論」を前提にして「現実」を理解している。』(傍線部ウ)とはどういうことか、説明せよ。
- (四)『いいかえると「事実」と「価値」の関係は簡単に割り切れるものではないのである。』(傍線部エ)とはどういうことか、説明せよ。
- (五)『隠された「思想」をあえて隠蔽して「科学としての経済学」の装いを確立した』(傍線部オ)とはどういうことか、本文全体の主旨を踏まえた上で、一〇〇字以上一二〇字以内で説明せよ。

特に今日の経済学の教科書などは、この「道具箱」の性格を強め、そこにはほとんどありとあらゆるものを詰め込んでいる。実際、経済学者はいうだろう。「教科書」といつてもそれほど固定的なものではない。その内容も時とともに変化し、さまざまな考え方が取り入れられている。それを必要に応じてうまく使えばよいのだ、と。この「道具箱」を携えているものはとても思想やイデオロギーをかついでいるとは思わないであろう。

だがそれでも「教科書」にすれば、そこからはずれたものは「間違ったもの」になってしまう。学生は「教科書を学ぶ」のである。スミスやマーシャルやケインズやシュンペーターやハイエクの経済観に接するのではない。学生にとっては、教科書に書かれていないことは存在しないことになってしまう。「教科書」が基準になって正解と不正解に分かれてしまうとすれば、それは「教科書の暴力」といわねばならない。一九七〇年代にはまだ「教科書」への疑いがあった。

だが、何かが変わった。この緊張を当然のものと思わすわれわれの側の緊張感がなくなってしまったのである。すべてが「教科書」へと収斂し、「教科書」への従属が始まった。「教科書」を疑う、という当然の知的真摯さが失われてしまったように私には思われる。「教科書」を成り立たせている隠された前提を疑うことができなくなってしまった。そこには隠された思想があった。だが「隠された「思想」をあえて隠蔽して「科学としての経済学」の装いを確立したところに、現代のアメリカの市場主義経済学の制覇が生み出されたのだ。いつもの覇権であり、虚飾の勝利である。

(佐伯啓思『経済学の犯罪』による)

ない。そもそも観察者自身が社会のなかで活動しているのだから、社会の外からそれを眺めるなどということができないからだ。たとえば経済学のもっとも基礎になっている単純な命題である「市場では需要・供給によって価格が決まる」という命題一つをとってみよう。

実は、そのことさえも厳密には実証できないのである。そのように解釈しているだけなのだ。「市場」というものが目に見えてあるわけではない。われわれは「市場」という概念を「需要と供給がであう場」というふうに理解しているだけである。そのように理論を組み立てて、現実を眺めているわけである。「現実」がまずあって「理論」を作っているのではなく、「理論」を前提にして「現実」を理解している。

ここでもうしても「価値観」あるいは、「ものの見方」が入り込んできている。「需要・供給によって価格が決まる」というように現実を見ているのであり、この「見方」すなわち「価値観」のもとに「市場」を理解しているのである。

近代の実証科学ではこの「理論」は「仮説」と呼ばれる。「仮説」はあくまで現実を説明するための頭の中の産物である。それが正しいのか妄想なのかを判定するのは、現実の事実にあうかどうかである。ところが、社会科学の場合、これを事実と照らし合わせるという「検証」がたいへんに難しい。「現実」はあまりに多様であまりに複雑だからである。だから、ここに、すでに現実をみる一定の見方が持ち込まれてしまう。

ここにあるのは、客観的な意味の市場ではなく、一つの「ものの見方」なのだ。つまり「解釈」であり、それは暗黙裡に「ヴィジョン」を含み持っている。

それゆえ、本当に問われるべきは、解釈の仕方、すなわち「価値観」である。「実証」ではなく「解釈」が問題なのである。社会科学は「実証科学」ではなく、現実をみる「解釈」を与える指針と考えるべきである。

そこで、「価値観」をある程度、体系的でまとめたものに仕立てあげたものを「思想」と呼んでよいだろう。とすれば、経済学はどうしても「思想」から切り離せないであろう。むしろこれは経済学だけのことではない。いわゆる社会科学全般にいえることである。

私が経済学を中心とする社会科学の研究を始めた一九七〇年代前半は、まだこのような考え方が残っていた。少なくとも、経済学は「科学」なのか「思想」なのか、という激しい議論がなされていたのであった。

社会・人文科学と自然科学はまったく別物ではないか、という一九世紀末の新村ト学派の議論がまだ意味を持っていたのである。マックス・ウェーバーの「学問の没価値性」をめぐる議論もリアリティを持っていた。社会科学の場合、「科学」と「思想」の関係、エ

いいかえると「事実」と「価値」の関係は簡単に割り切れるものではないのである。それを「教科書」にしてしまうと、この緊張が見えなくなってしまうのだ。社会科学がその前提として見えざる思想を含んでいるという点が見え隠れしてしまう。それでは困るのである。ここに強い緊張がなければならぬ。「教科書」が恐ろしいのは、この緊張を押し隠してしまう目に見えない暴力性にある。

もちろん、私は、「教科書」にすべからず反対すべしといっているわけではない。「思想」を理解したり検討したりするためにも、最低限知っておかねばならない知識や、理解しておかねばならない理論はある。それは大切なことで、その意味での「道具箱」としての教科書まで否定する気は毛頭ない。ある程度、抽象的レベルでの理論もある。

第一問

次の文章を読んで、後の設問に答えよ。

経済学は常に隠されたイデオロギーを含み持っている。中立的・客観的な経済学などというものは存在しない。一定の角度からの「現実の見方」が内包されている。一九七〇年代にはこの「現実の見方」こそが争われたのだった。

今日でも事態の本質は変わっていないはずだ。しかしそれが見えないのである。「ツール」の側面だけがやたら強調されて、「ヴィジョン」が水面下に隠されてしまっており、結果として市場主義経済学の考え方が「正しい」ものとなってしまった。おまけにそれはアメリカでりっぱに「教科書」に仕立て上げられている。

だが、教科書に書かれていることが「正しい」という理由は実際にはどこにもないだろう。一九七〇年代にある高名な経済学者が次のようにいったことがある。「経済学は科学である。なぜなら経済学には教科書があるから」と。

むろん、これは本末転倒にすぎない。「科学であれば教科書は書ける」かもしれない。しかし、「教科書があるから科学である」という理屈にはならない。「教科書」を疑う権利は誰にでもある。

にもかかわらず、市場中心主義は教科書化することで「正しい」ものとなり、そのイデオロギー性が押し隠されてしまった。そのことこそが大きな問題だと私には思われる。

実は、これは社会科学や人文科学の場合にはたいへん重要な問題である。この場合には経済学の「科学性」ということに関わる。「科学」とは何か。「科学」の最大の特質は、それが「価値」を含まないという点にある。

アイザック・ニュートンが発見した引力の法則は、ニュートン自身の嗜好や宗教を反映しているわけではない。ニュートンがケンプリッジのトリニティ・カレッジ(三位一体の学寮)に属するキリスト教徒だということは、彼が発見した万有引力とは何の関係もない。

あるいは、その法則が「善い法則」か「悪い法則」かといっても意味がない。「私は万有引力は大嫌いだ」などと叫んでも意味をなさない。それは、一定の条件のもとで客観的、普遍的に成立するのであって、特定の人物や集団の価値判断を含んでいないわけではない。

この場合に、科学性を保証するものは「事実」によって確認されるかどうかという点にかかってくる。「事実」に符合することだけが「科学性」を担保することになる。

物理学などの自然科学なら一応はこのようにいうことはできるだろう。実際には、その物理学でさえ、そもそも「事実とは何か」といえば問題はそれほど容易ではなく、量子論までくれば「観察された事実」などというものもあやしくなるようだが、いまそこまで話を厳密化する必要はないであろう。

自然科学の場合、右に述べた「事実受当性」としての、それゆえ「没価値性」を持った「科学」が仮に可能だとしておこう。だとしても、それをそのまま社会現象に適用するわけにはいかない。

経済現象の場合、ある理論があったとして、それを実験によって確かめることもできず、事実_に照らし合わせて観察することもでき

平成二十七年 度

難関大学入試記述模試

国語

注意事項

- 一、試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 二、この問題冊子は表紙を除いて四ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 三、解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 四、解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 五、解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効とします。
- 六、解答は、一行の枠内に二行以上書いてはいけません。
- 七、解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。これらに違反した答案は、無効とします。
- 八、この問題冊子の余白は、草稿用に使ってもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 九、問題冊子は、持ち帰ってかまいません。

c 直後に、日露戦争の勝利は日本中を熱狂の中に巻き込んだ、とある。この熱狂は、勝利や前進、進攻、進歩や発達によってもたらされていくことが随所から読み取れる。

d 高度成長の時代には、個人と社会の間の虚無的な関係を覆い隠すような熱狂があった、と述べて説明している文脈であることを読み取る。

e 近現代の人間は現実の世界ではなくイメージの世界に生きているため熱狂の時代が成立した、という文脈から、イメージの世界なしでは存在できないという意味の語がふさわしいことを読み取る。なお、伝統的な読みは「イゾン」であるが、近年、「イゾン」と読む人が増えており、NHK放送でも今春より「イゾン」から「イゾン」へと読み方の優先順を変更したことを受け、問題としての読みは「イゾン」とした。

どれも難問ではないが、本文の文脈を踏まえてふさわしい漢字を書くことが求められる。語句の意味とともに覚えておきたい。

ポイントは、以下の二点である。

ここでの「今日」の状況を「近現代」と比較して説明する。

「亀裂」によって分かれたる双方の立場を示す。

前半の「今日」とは、ナポレオン時代のフランスや、日露戦争、経済成長時代の日本に見られる「近現代」の特徴とは違い、人々が国家や社会に対して抱いていた不信感が表面化しつつある時代である。また、「私たち」は、群れとしてしか認識されなくなっている個人の集まりである。この部分は、意味段落1、2の内容を踏まえて説明することが求められる。

後半の「亀裂」とは、今までしっくりいっていた関係がこじれて、険悪になったり絶縁したりする意。直前の、「虚無的な関係が成立していることを感じる人たち」と、「これまで依存してきたイメージの世界を守り抜こうとする人たち」という二つの立場が表れてきたことを示す必要がある。「虚無的な関係」については前半部で説明した内容と重なるが、「イメージの世界を守り抜こうとする」については、意味段落3、4の内容を踏まえて戦勝や躍進に熱狂した時代を説明することが求められる。

設問(六)

傍線部 a・b・c・d・e のカタカナに相当する漢字を楷書で書け。

a ユイツムニ b シツキヤク c ヤクシン d マイボツ e イソン

解答

a 唯一無二 b 失脚 c 躍進 d 埋没 e 依存

a 「唯一無二」…ただ一つだけで、二つとないこと。唯一無比。

b 「失脚」…立場を失うこと。要路の地位を失うこと。しくじり。失敗。

c 「躍進」…急激に進歩・発展すること。目ざましい勢いで進出すること。

d 「埋没」…埋れ隠れること。埋れて見えなくなること。また、比喩的に、あることにひたりこんでしまうこと。

e 「依存」…他のものをたよりとして存在すること。「イソン」とも読む。

「広辞苑 第六版」より

a 直後に、この世にたった一人しかいない貴重な、と言い換えられている。

b 前後を見ると、敗北をきっかけにしてエルバ島に流されるという内容があり、敗北によりナポレオンが皇帝の地位を失ったことが読み取れる。また、「失脚」の本来の意味は「足を踏みはずすこと」であることから、「却」ではなく「脚」であることを理解しておく
とよい。

とである。では、「イメージ」とは何かというと、「我々は日本人であるとか、フランス人である」という「国家」の中の「国民」というイメージであり、それは『我々は勝利しつつある』あるいは『世界の指導者になった』という思い、さらには「科学技術や経済力で世界の列強に伍していき、豊かさを獲得していく」という思いを共有することで作られていく。よって、勝利・前進・進歩・発達といった前向きな観念が必要なのは、社会の中で感じる個人の虚無感を覆い隠すためである。

設問（五）

「今日の私たちは、この亀裂の時代にいる」（傍線部オ）とはどういうことが、本文全体の主旨を踏まえた上で、一〇〇字以上一二〇字以内で説明せよ。

解答

国家や社会の中で個人が固有の人間として扱われない虚しさは、かつては熱狂の中で露見しなかったが、勝利や豊かさの実現が難しくなった今日、私たちはかつての熱狂への執着の一方で、個人の抱える虚しさが表面化しつつある時代にいるということ。（114字）

傍線部の内容を、本文全体の主旨を踏まえて説明する問題。

1) 7) 段落

「個人」は、そもそも一人ひとりがかけがえない個性を持った存在であるが、「個人」の集まりが、群れである「国民」「人々」として認識される時、その中の一人は他の人と置き換えることのできる存在になってしまう。そのため、この時代の人は自分の存在価値を感じ取りづらくなり、「国家」や「社会」に対して根源的な不信感を抱くことになった。

8) 13) 段落

近現代において、社会の中で自己を認められない「個人」と、国家や社会との関係は虚無的なものになった。しかし革命や戦争が勃発したり、経済成長が進んだりする中で、勝利や成長に熱狂することは、人々の「国家」や「社会」に対する不信感を覆い隠していた。

14) 18) 段落

近現代において、人々が「国民」というイメージに熱狂したのは、革命や戦争における勝利と、技術・経済の力による高度成長が、人間たちに「国民」「人々」というイメージを共有させたからである。一方で勝利や成長が現実化しなくなると、「国民」というイメージへの熱狂は薄れる。

19) 20) 段落

今日の世界では、国家と個人との関係に対して二つのスタンスが生じている。

よって、「国家」は「個人」の中で、その存在価値が相対的に軽くなる。つまり、「国家」は、「個人」の自己保身のために一応認められはするが、全幅の信頼は置かれていないのである。

設問(三)

「熱狂の時代がつづいた」(傍線部ウ)とあるが、どのような現象を指すか、説明せよ。

解答

近現代の国家や社会と個人との間には不信任が存在するが、それを忘れるほどに人々が国家の発展や前進に夢中になっている現象。(59字)

傍線部の内容を説明する問題。

「熱狂」とはどのような現象なのかを説明する。

傍線部を含む段落から、近現代における「国家・社会」と「個人」との間に存在する「虚無的な関係」を、あたかも「覆い隠すかのように」な現象が「熱狂」であるとわかる。

直後のフランスのフランス革命・ナポレオンなどの例、日本の日露戦争・高度経済成長の例などが「熱狂」の具体例である。よって、それらを抽象化して言い換えると、「国家の発展、前進」ということになろう。「熱狂」の本来の意味は「狂うばかりに夢中になること(広辞苑)」であるから、「夢中になる」という語句は解答に入れたい。

設問(四)

「勝利や前進が、進歩や発達という観念が必要なのである」(傍線部エ)とあるが、それはなぜか、説明せよ。

解答

勝利や前進といった前向きな観念によって、国民というイメージが共有され、近現代の社会で個人が感じる虚しさが忘れられるから。(60字)

傍線部の理由を説明する問題。

傍線部直後の一文に注目する。つまり、イメージを現実化できなくなると、個人と社会との虚無的な関係が露見してしまうということ

設問(一)

「社会化された瞬間に『私』は遠くに逃げていく」(傍線部ア)とはどういうことか、説明せよ。

解答

個人が社会構造に組み込まれ、その中の一員として認識されると、個性ある自己としての存在感が感じにくくなるということ。(57字)

傍線部の内容を説明する問題。

「社会化」と『私』、「遠くに逃げる」の示すものを適切に説明することが求められる。「社会化」とは、個人が社会や集団において、「国民」や「人々」のような群れの一員となることである。また、『私』とは、集団に対しての個人を指し、一人の人間として自己認識される自身を意味する。つまり、私が社会化されることは、ただ一人の人間であるはずの貴重な私自身が、社会構造の中で「人々」という群れの中の一人とされることで、他とおき換えることのできるどうでもいい人間になってしまうことである。そうすると、『私』は自分自身の個性を見失い、自己の存在感が薄まっていくように感じてしまう。「遠くに逃げる」とは、この、個としての貴重さを感じられなくなっていくことを比喩的に表現したものである。

本文中の多様な言い換えを利用しながら、できるだけ平易な表現に置き換えて説明することがポイントとなる。

設問(二)

「国家や社会もまた、その基盤を脆弱にしたのである」(傍線部イ)とはどういうことか、説明せよ。

解答

国家や社会が個性をないがしろにし、個人を交換可能な存在とすることで、国民を統治できず、信頼を得られないまま成立しているということ。(65字)

傍線部の内容を説明する問題。

ここでは「個人・一人の人間」と「国家・社会」が対比されて論が進んでいる。傍線部以前では、「国家・社会」の中で「個人・一人の人間」が「交換可能」な「国民」になったとある。裏を返せば、「国家」は「個人」の個性をないがしろにし、「国民」として一緒にたにしてしまったということである。つまり、「国家」は「個人」の存在価値を相対的に軽くしたこと。傍線部「国家や社会もまた、その基盤を脆弱にした」とあるが、「国家」の「基盤」とはもちろん「国民」であるから、「もまた」という語に注目すると、そのように「国家」が「個人」を扱うのと正反対の関係が成り立つということである。

17 段落 「…宿命を背負っていることになる。」の後

仮に日露戦争で日本が敗れていたとしたら、個人と国民の一体化は実現しなかったことだろう。

19 段落 「…あがきも強まっている。」の後

その人たちは、勝利する成功神話を再びつくりだそうとする。

〈本文要旨〉

本文全体は、二十の形式段落から成り、その展開と内容から大きく四つに分けてとらえることができる。順に概要を確認してみよう。

1 7 段落 近現代における人間・社会のあり方

私たちは、一人一人個性ある生き方をしている人間であるが、社会構造の中に組み込まれた途端、「人々」という群れの中の一人、交換可能な人間として認識される。このような自己認識と社会的自己との断絶は、現代の人々に自己の存在感の薄さを感じさせるようになった。社会の中で自己が自己として扱われないのであれば、私たちは冷めた感覚で社会をながめる。自己と社会の間には、虚無的な関係がつくられることになるのだ。その結果、国家や社会はその基盤を脆弱にしていった。

8 13 段落 熱狂の時代の到来

近現代には、人々が国家の躍進に熱狂する時代が続いた。フランスでは、フランス革命やナポレオンの侵攻に、日本では、日露戦争の勝利や高度経済成長に、人々はそれぞれ熱狂し、根源的に成立するはずの個人と社会の間の虚無的な関係は、表面化してこなかった。

14 18 段落 近現代の二つの世界

近現代の人々は、現実には虚無感を抱えているにもかかわらず、イメージの世界に生きることによってそれを隠蔽してきた。フランスでも日本でも、勝利や前進、豊かさの獲得といったイメージを人々が共有することで、個人と国民という「人々」は一体化していた。しかし、イメージの世界は、システムの現実化をもたらさない限り機能しない。それが実現できなくなれば、自己と社会の間に根源的に存在する虚無的な関係が表面化することになってしまう。

19 20 段落 今日の世界、今日の私たち

今日、人々の間で勝利や前進などの概念が共有できなくなりつつある。日本をふくむ世界では、それまでのイメージの世界を守ろうとするあがきの一方で、自己と社会の間の虚無的な関係を感じ取る人々が増えてきている。

の消費にすぎない。消費が上向いたとか低下しているとかいうときの数字の一億分の一ほどの意味しか保有していない。こうして消費者という存在もまた「私」という固有性を失なって、消費者一般という遠い世界に逃げ去る。

国民、市民、資本家、労働者という「人々」、消費者という「人々」、学校の教員はこの社会のもとは先生という「人々」である。自己認識された自分は、納税者という「人々」、教育者であったとしても、今日の社会、教育システムのなかでは交換可能な先生という「人々」の一人にすぎない。自分にしかできない教育者であったとしても、今日の社会、教育システムのなかでは交換可能な先生という「人々」の一人にすぎない。大きな企業になれば管理職も、管理職という「人々」の群れにすぎないし、芸能人もまた交換可能な芸能人の「人々」の群れとして、この社会に存在している。それは人間だけのことでなく、企業もまた企業という群れとして社会のなかに存在し、ある企業が倒産しても別の企業が台頭すれば帳尻の合う世界が形成されている。こうしてこの世界は「人々」や「群れ」に覆われるようになった。だからこそ現代世界では、存在の不調和が発生してしまうのである。

9 段落 はじめ

これまでしばしば事例として用いてきた

10 段落 「…熱狂の渦のなかに巻き込んだ。」の後

全国各地で戦勝記念祝賀会が開かれ、このときおこなわれた戦勝記念植樹運動によって、ソメイヨシノが日本中に植えられていった。

15 段落と 16 段落の間

それと比べるなら、市民と個人の関係は、日本でははるかに冷めたものだったのかも知れない。だがこの関係もまた、「市民が社会を変える」とか「市民こそが社会の主人公だ」というような言説をもつことによって一体化したのである。ここでは歴史を発展させていく言説を確立することによって、個人と市民は一体化した。そしてここにあったのも、市民社会のイメージであり、市民のイメージである。このイメージに包まれて、個人と市民は一体化した。

16 段落と 17 段落の間

しかも日露戦争以降の日本が列強への道を着実に歩んでいったように、高度成長期の日本も、高度成長期型のイメージを着実に実現させていった。日本は確かに先進国に復帰した。確かに私たちは経済的豊かさを手にするようになった。このイメージの現実化がおこることによって、その時代に提起されたイメージはゆるぎないものとして、人々を統合するイデオロギーになっていったのである。

《出典》内山節『新・幸福論 「近現代」の次に来るもの』
内山節（うちやまたかし）

一九五〇年生まれ。哲学者。立教大学教授。都立新宿高校卒業後、大学へは進学せず、書籍や研究会で哲学を学んだ。一九七〇年代に、釣りによく通っていた群馬県上野村に古民家と耕作地を得て、村と東京とを行き来する生活をはじめようになる。村人と交わり、畑を耕し、山の手入れをし、釣りをするという上野村での生活は、内山の思想に大きな影響を与えた。内山は、現代日本人の主体性の喪失は、過剰な経済合理性とそれによる自然破壊にあるとする。自然との共生を求め、人間性の回復を図ろうとするのが内山の哲学の特徴である。主な著作として『自由論』、『里』という思想、『怯えの時代』、『文明の災禍』など。なお、本文は『新・幸福論 「近現代」の次に来るもの』（新潮選書、二〇一三年）によった。

《省略部分》

問題文には省略箇所がある。

2 段落と3 段落の間

この関係は市民においても、資本家や労働者においてもあてはまる。自己認識された自分は唯一無二の人間でも、社会においては交換可能な一人にすぎない。一人の労働者が辞めても一人の労働者を雇えばそれで片は付く。新しい企業を起こし、その企業を大きくしてきた経営者は、いわばベンチャー企業の経営者である。本人は自分の能力と努力によって経営を成功に導いたと思っっている。唯一無二の自分がここにいて、と。しかし社会としては、彼もまた交換可能な経営者にすぎない。起業家という群れのなかの一人にすぎない以上、彼がこの世を去ろうと、あるいは彼の企業が経営的に行き詰ろうとも何の意味もないのである。新しい起業家はこれからも出てくるだろう。新しく大きくなっていく企業もこれからも生まれるだろう。そういう群れのなかのひとコマにすぎない。

4 段落「…根源的な不調和がある。」の後

私も毎年いくらかの税金を払っている。ここでは納税者という「人々」の一人である。毎日買物をしたり食事をしたりしている。ここでは消費者という「人々」の一人だ。国家においては私は納税者にすぎないし、経済のなかでは消費者にすぎないのである。

手元にあるお金は、誰でもそうであるように、自己との関係のなかで具体性をもっている。そのお金は生活資金かもしれないし、ちよつとした旅行費用かもしれない。ある人にとっては教育資金や住宅ローンの資金、老後の備えかもしれない。しかし納税者という「人々」の群れのなかでは、それは具体性をもたないお金として支払わされていく。こうして具体性をもっていたお金は、遠くに逃げ去っていく。

消費者としても一人一人の人間は具体的である。必要なものを吟味して購入している。しかし経済のなかにおいては、合算された「人々」

解答案

(一) 個人が社会構造に組み込まれ、その中の一員として認識されると、個性ある自己としての存在感が感じにくくなるということ。(57字)

(二) 国家や社会が個性をないがしろにし、個人を交換可能な存在とすることで、国民を統治できず、信頼を得られないまま成立しているということ。(65字)

(三) 近現代の国家や社会と個人との間には不信感が存在するが、それを忘れるほどに人々が国家の発展や前進に夢中になっている現象。(59字)

(四) 勝利や前進といった前向きな観念によって、国民というイメージが共有され、近現代の社会で個人が感じる虚しさが忘れられるから。(60字)

(五) 国家や社会の中で個人が固有の人間として扱われない虚しさは、かつては熱狂の中で露見しなかったが、勝利や豊かさの実現が難しくなった今日、私たちはかつての熱狂への執着の一方で、個人の抱える虚しさが表面化しつつある時代にいるということ。(14字)

(六) a 唯一無二 b 失脚 c 躍進 d 埋没 e 依存

設問

(一)「社会化された瞬間に『私』は遠くに逃げていく」(傍線部ア)とはどういうことか、説明せよ。

(二)「国家や社会もまた、その基盤を脆弱にしたのである」(傍線部イ)とはどういうことか、説明せよ。

(三)「熱狂の時代がつづいた」(傍線部ウ)とあるが、どのような現象か、説明せよ。

(四)「勝利や前進が、進歩や発達という観念が必要なのである」(傍線部エ)とあるが、それはなぜか、説明せよ。

(五)「今日の私たちは、この亀裂の時代にいる」(傍線部オ)とはどういうことか、本文全体の主旨を踏まえた上で、一〇〇字以上一
二〇字以内で説明せよ。

(六)傍線部 a・b・c・d・e のカタカナに相当する漢字を楷書で書け。

a ユイツムニ b シツキヤク c ヤクシン d マイボツ e イゾン

日本をふくむ今日の世界からきこえてくるのは、この足音である。だから若い世代を中心に、自分と国家、自分と社会、自分と経済などの間に虚無的な関係が成立していることを感じる人たちがふえている。他方では自分がこれまで、イソソしてきたイメージの世界を守り抜こうとするあがきも強まっている。

オ今日の私たちは、この亀裂の時代にいる。

(内山節『新・幸福論―「近現代」の次に来るもの』による)

持によって、ナポレオン・ボナパルトを皇帝として即位させている。十年後の一八一四年にはナポレオンはロシア戦線での敗北をきっかけにして、反フランス連合軍のパリ進攻により、シツキヤクし、エルバ島に流されるが、翌年にはエルバ島を脱出し再びパリへと入城する。このときも「人々」は熱狂的にナポレオンを迎えた。一八五二年にはナポレオン・ボナパルトの甥にあたるルイ・ナポレオンを再び国民投票によって皇帝にしている。

近現代とは熱狂の時代でもあったのである。第二次欧州戦争を終えたフランスでは、戦後的熱狂の時代を迎える。その意味では「人々」は決して虚無的關係を表面化させてはいなかった。

同じことが日本でもいえた。日露戦争の勝利は日本中を熱狂の渦のなかに巻き込んだ。一九四五年（昭和二十年）の敗戦が近づくと、人々は「ヤクシンする日本に熱狂していたのである。

日本の熱狂は敗戦後には否応なく消滅する。だが高度成長が始まると、人々は新しい熱狂の渦のなかに飲み込まれていった。経済成長、企業の発展、豊かさの獲得という熱狂のなかに。

根源的には個人と社会の間には虚無的な関係があるはずなのに、現実には両者が一体化したかのような熱狂が生まれる。それが近現代という時代でもあった。一体、何がこのような現象を生み出すのであろうか。

その理由は、近現代の人間たちは、現実の世界に生きているのではなく、イメージの世界に生きているということにある。国民国家の成立は、人間たちを国民という「人々」に変えた。固有の個人としては扱われない「人々」に、である。そのとき形成されたのは、我々は日本人であるというイメージであり、フランス人であるというイメージであった。このイメージの確立で大きな役割をはたしたのが、日本では日露戦争であり、フランスではフランス革命と後のナポレオンによる「戦勝の時代」であった。「我々は勝利しつつあるのだ」という思いが、あるいは「我々は世界の指導者になった」という思いが、国民というイメージを共有させた。このイメージのなかで、個人と国民という「人々」とが一体化した。

この関係は高度成長の時代にも成立していた。日本は科学技術や経済の力で再び世界の列強に伍していくのだというイメージがこの時代を支配していた。さらには、そのことをとおして豊かさを獲得していくというイメージもあった。経営者という「人々」の世界、労働者という「人々」の世界、さらには消費者という「人々」の世界の一員としてカウントされていただけの人間たちが、このイメージに包まれることによって、個人と「人々」とを一体化させた。

だがそうであるとするなら、このイメージはシステムの現実化をもたらさないかぎり機能しないという宿命を背負っていることになら。もしも高度成長がイメージを現実化させるほどの成果をだしていなかったとしたら、高度成長のイメージのなかに個人がこれほど「マイボツ」することはなかっただろう。

その点ではナポレオンも同じだった。皇帝になったナポレオンは、フランスの栄光というイメージを現実化するために、勝ちつづけなければならなかったのである。だから敗戦のきつかけとなる、モスクワまでの進撃を実行しなければならなかった。イメージを現実化することによって、イメージのなかに人々を包み込んでいくためには、エ勝利や前進が、進歩や発達という観念が必要なのである。それが実現できなくなれば、近現代の社会が根源的にもっている、個人と「人々」として私たちを位置づける社会との虚無的な関係が、姿をみせはじめることになるだろう。

第一問

次の文章を読んで、後の設問に答えよ。

結び合う社会から離れた個人という人間たちの登場が、「人々」を誕生させたのである。個人は自己認識としては、ユイツム二の人間、この世にたった一人しかいない貴重な人間であるが、社会構造のなかでは「人々」として存在する。そしてこのくい違いが、人々に所在なさを与えることになった。

自己認識された自分はこの世に一人しかいない、個性ある生き方をしている人間である。しかし国民としては、国民という群れのなかの一人であり、「人々」でしかない。海外からの帰国時に入国審査を受けようとして並んでいる群れの一人ではないのだ。たとえ私がこの世を去ったとしても、そのとき新たな一人が生まれていれば国民としては同数である。私はここではどうでもいい一人であり、他の人とおき換えることのできる、その意味で交換可能な人間、国民にすぎない。

それは草原を歩くキリンやバッファローの群れと同じである。その一頭一頭にはドラマがあり、ときに何か起きていても、外からみればつねに群れが存在しているだけである。

私たちが生きているのは、こういう鬱陶しい世界だ。自己認識された自分と、社会的自己が断絶し、切り裂かれている。ここには根源的な不調和がある。「私」は私自身でしかないはずなのに、社会的存在としての私は「人々」や「群れ」のなかの一人にすぎない。「人々」の誕生はこのような問題を発生させた。

それは「人々」に、自己の存在感の薄さを感じさせるようになった。「私自身」を社会は「人々」としてしか認識しない。「私」を「私」として承認するものが「私」しかないのである。ア社会化された瞬間に「私」は遠くに逃げていく。そんな感覚がこの時代の人たちを覆うようになる。

この現実には人間たちに重荷を与えただけではなかった。イ国家や社会もまた、その基盤を脆弱にしたのである。

国家や社会、経済や企業などのなかでは、自己が自己として扱われないのであれば、私たちは冷めた感覚で国家や社会、この経済社会をながめるだろう。自己保身のためには、それらを承認するふりをするかもしれない。しかし、その価値を信じてはいないだろう。どことなく、どうでもいいものなのである。国家や社会の側が自分をどうでもいいものとして扱うのなら、自分にとつても国家や社会がどうでもいいものになる。そういう虚無的な関係が自己と国家、社会、経済、企業との間につくられる。そうである以上、近現代という時代は、根源的な不信感を内包しながら展開することになる。根源的な国家や社会も経済や企業も人間たちを統治することができず、人間たちは本気でそれらに従おうとしない。そういうものを内部にもちながら、社会は動いていくことになる。

近現代とは、そのような時代だった。そしてこのような時代には、根源的には成立するはずの虚無的な関係を覆い隠すかのように、ウ熱狂の時代がつづいた。

フランスをみても、一七八九年にフランス革命に熱狂したフランス人たちは、十五年後の一八〇四年には国民投票による圧倒的な支

平成二十六年 度

難関大学入試記述模試

国語

注意事項

- 一、試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 二、この問題冊子は表紙を除いて四ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 三、解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 四、解答用紙の指定欄に、受験番号を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 五、解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効とします。
- 六、解答は、一行の枠内に二行以上書いてはいけません。
- 七、解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。これらに違反した答案は、無効とします。
- 八、この問題冊子の余白は、草稿用にしてもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 九、問題冊子は、持ち帰ってかまいません。