

中学部第3学年 数学科学習指導案

日時 令和〇年〇月〇日 (〇)
第〇校時〇〇:〇〇~〇〇:〇〇
場所 〇〇〇 教室
生徒数 〇名
授業者 〇〇 〇〇

1 単元名 カエルの数列 (中3での数列の導入)

2 単元について

(1) 生徒観

省略

(2) 単元観

小学部では、様々な計算問題の中で大きい数や小さい数を含め様々な数に触れる。中学部1年生では数が増えたり減ったりするとき n 番目の数は? というような導入で文字の概念を学ぶ。2年生では文字式による「偶数や奇数の表し方」で文字式とは偶数奇数をだけでなく様々な倍数を表すことを学ぶ。そして高等部に進学すると数列を学んでいく。

本教材は、カエルの数と移動回数の関係から、数の並びを考え最小手数を求める法則を見つける教材である。最小手数の法則がカエルの数に関する二次式になることから、中学部学習内容を活かしながら文字を一般化することに気付くことができる。また、ルールが単純で先が読みやすいこと、誰もが必ず同じ手順で最小手数に達成できる。そして数学的法則が複数存在するものである。中学部の間に学んだ文字を利用し数学的な表現や、根拠を明らかにする活動を目的に、生徒同士の話し合い活動を中心に進められる。それと同時に高等部での学習内容である数列へ結びつく活動ができる教材である。

(3) 生徒の実態

省略

(4) 指導観

本単元では中学部で学習してきた基礎が定着していないと取り扱うことが難しい内容である。3人で力を合せて問題解決を目指す。話し合い活動を中心とした学習活動を行うことを第一の目標とした授業を展開していけるようにする。そのために、問を投げかけたあとは生徒同士の話し合い活動を中心に進めていく。

同時に、数を取り入れたゲームという生徒にとって取り組みやすい教材から導入し最終的には文字式を用いた一般項を見つけることにより、中学部で学んだ文字式について応用的に使うことが出来るようになったという自信をもって高等部へ進学できるような授業にしたい。

3 単元の目標

- (1) 興味をもって教具を積極的に操作する。(学びに向かう力, 人間性等)
- (2) 教具で取り扱うものが移動する最小手数を求めることができる。(知識及び技能)
- (3) 教具で取り扱う物移動の最小手数における一般項を立てることができる。(思考力, 判断力, 表現力等)

4 指導の評価の計画（全2時間扱い）

時間	指導内容	評価計画		
		知識及び技能	思考力, 判断力, 表現力等	学びに向かう力, 人間性等
1	ハノイの塔	円盤の数が増えても計算することができるか。	ルールを守り手数を考えることができる。円盤の数と手数の関係を数字で対比させることができる。	教具を用いて積極的に参加することができたか。
2	カエルの数列	文字を用いて表すことでカエルの数がいくつであっても表す事が出来るということを理解することができる。	カエルの数と移動の最小手数の中にどのような関係が成り立っているか、式を立てて考えることができる。カエルの数と手数を対比させ、文字を使いながら表す事ができる。	カエルの移動させる活動に関心をもち積極的に取り組む。カエルの数と移動の最小手数との間にどのような関係があるのかに関心を持つ。

5 主体的・対話的で深い学びの実現に向けての授業改善の視点

数学の学習では式の計算でも答えにたどり着く思考の道筋はひとつだけではなく単なる繰り上がりの足し算についても分解合成をどう考えるかはその人次第である。答えが一つに定まることが数学の良いところでもあり、答えが間違えてしまえばその思考の道筋を否定されてしまう「間違い」として処理されてしまうことで他の考え方は良くないことと勘違いされがちである。授業の展開も年間の内容を学習するためにいろいろな考え方を持ち対話していくこと、相手の考え方と自分の意見との違いや、どうしてその考え方に至ったかなどを考えることは後々の学力定着に結びつくのではないかと考える。この授業の中だけでは主体的に考えたり発言する力や対話する力がいきなりつくわけではないが、数字の羅列からいろいろな視点をもちいままでの数学内容で出てきたことを使いながら数字の並びに隠れている法則を見つけ出すことは今後生徒側だけでなく教師側の授業改善にも繋がっていくのではないかとと思われる。さらに、それが一つの式に定まることでいろいろな考え方の先に答えが一つに定まるという経験を積むことにもなる。

6 本時の学習（2/2時間）

(1) 本時の目標

- ① 実際にカエルを移動させて積極的に手数を求めることができる。(学びに向かう力, 人間性等)
- ② カエルの数と手数の関係を積極的に考えることができる。(知識及び技能)
- ③ 文字式を用いた一般項がひとつの形になることが理解できたか。(思考力, 判断力, 表現力等)

(2) 本時の展開

段階	学習内容・学習活動	○：指導上の留意点支援方法、◇：評価	備考
導入 5分	前回の内容を確認する。 本時の活動内容を提示する。 カエル移動ゲーム (①スタートとゴールを示す。 ②ルールを示す)	○今回の内容との共通点を話すことで、見通しを持てるようにする。 ○スタートの状態とゴールになる状態を示す。 ○ルールに関して実際に見本を示し、説明する。 ◇本時の活動内容を理解することができたか。 ルール①前に進む。②相手の蛙を一匹だけ飛び越えることができる。③後ろに下がってはいけない。	黒板用カエル跳びゲーム

展開 40 分	本時の課題を説明する 「カエルの数と移動の関係を考えよう」 カエルが赤青1匹のとき、最小手数が3手になることを示す。 机を移動させる。 「赤青2匹ずつのとき」 実際にカエルを動かしてカエルの数が、赤青2匹ずつの時の最小手数を求める。 求めた数を記録する。 「赤青3匹ずつのとき」 実際にカエルを動かしてカエルの数が、赤青3匹ずつの時の最小手数を求める。 求めた数を記録する。 「赤青4匹ずつのときを予測してみよう」 これまで求めたカエルの手数が1, 2, 3匹のときを参考に4匹のときの最小手数を予測する。 中学部で学習した比例・一次関数の数の並びを復習する。 これまで求めた数の関係をみて4匹の移動回数を式にする。	○実際にカエルが赤青1匹ずつの状態の時、3回の移動でゴールになることを示す。 ○ルールや活動内容について理解が難しい生徒がいたら、ルール等も補足説明しながら示す。 ◇カエル移動の目標を理解することができたか。 ◇カエル移動のルールを理解することができたか。 ○3人で一緒に課題に取り組めるような位置にする。 ○手元にある教具を使って実際に移動してみる。 ○3人で相談する。 ◇カエルの数が赤青2匹のときカエル移動に積極的に取り組むことができたか。 ◇カエルの数が赤青2匹の時の最小手数を理解することができたか。 ○手元にある教具を使って実際に移動してみる。 ○3人で相談する。 ◇カエルの数が赤青3匹のときカエル移動に積極的に取り組むことができたか。 ◇カエルの数が赤青3匹の時の最小手数を理解することができたか。 ○何回位で移動できそうか各自予想する。 ○数の並びには意味がある並び方があることを理解する。 ○比例の時の数の並びかた ○一次関数の時の数の並び方 ○偶数、奇数の時の数の並び方 ○2乗のときの数の並び方 ○それぞれの並び方を式で表す。 ◇数の並び方から式を考えることができたか。	個人用ホワイトボード カエル操作 用 点字使用者用カエルを ペットボトルキャップ に置き換えた教具
------------------------	--	---	---

	(ヒント) ①文字を使って式を立てる。 ②なんの数を文字にするか。 ③カエルの数が1,2,3匹のとき、カエルの数を使って移動回数を表すとどんな式ができるのか。 ④最小手数はいずれもある数の2乗に近い。	○実際にカエルを動かすのではなく、式を立てて求めることができないか話し合うように促す。 ○話し合いの内容に応じて助言を行う。 ◇積極的に話し合い活動に参加することができたか。 ◇カエルの数を文字とした一般項をたてることができたか。 【予想される方程式】 ① $a_n = n \times (n + 2) = n^2 + 2n$ ② $a_n = k^2 - 1$ ③ (最小手数) = (1つ前のレベルの最小手数) + (マス数) $a_n = a_{n-1} + m$ ④ $a_n = (n + 1) \times n \times 2 - n^2 = n^2 + 2n$ ⑤ $a_n = 2 \sum_{k=1}^n k + n = 2 \cdot \frac{1}{2} n(n + 1) + n = n^2 + 2n$ ⑥ $a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k + 3) = 3 + 2 \cdot \frac{1}{2} (n - 1)n + 3(n - 1) = n^2 + 2n$	
まとめ 3分	どの考え方も展開すると1つの同じ式になることを確認する。 中学部で学習したことと本時の学習内容、高等部の学習内容の繋がりについて話す。	文字式をたててn番目を求める式を一般化といい、高等部で学ぶ内容であることを確認する。 ○中学部では文字式を用いて様々な数を表すことを学習した。 ○今後高等部で今回の内容を扱う単元があることを話す。	

7 本時の評価

(1) 生徒の学習評価

教具を操作して結果を見つけ出すことや(学びに向かう力)それをどう考えるか(知識及び技能)(思考力, 判断力, 表現力等)いろいろな要素が入った教材なので数学の楽しさやを感じて数学を好きになって欲しい。

- ① 積極的にカエルの移動に取り組むことができたか。(学びに向かう力, 人間性等)
- ② 積極的に話し合い活動に参加することができたか。(知識及び技能)
- ③ 文字式を用いた一般項を理解することができたか。(思考力, 判断力, 表現力等)

(2) 教師の授業評価

① 授業の構成について

それぞれ話し合うことの経験が少ない生徒たちに、対話するきっかけとなる授業を構成することができたか、進めることができたか。点字を使う生徒にわかりやすい教具となったか、発言をすることが苦手である生徒が意見が言いやすい環境を整えることができたか。

② 教師による評価について

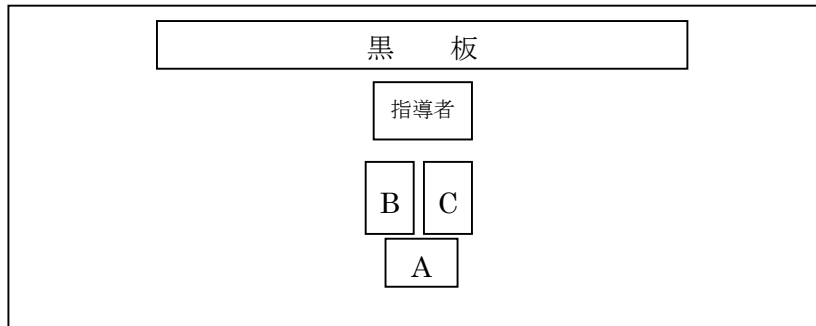
生徒の主体的な学びに向け、触察の手順に見通しを持たせるための視覚的支援や言葉がけを工夫で

きたか、生徒の力を引き出すために一人ひとりの実態に基づいて、個に応じた指導・支援に取り組むことができたか（主体的な学び）

教材や教具の活用を通じて、生徒同士で話し合う場面を設定できたか（対話的な学び）

これまでの単元の学習で得られた自分の知識や経験を活用して他者に考えを伝えることや、自分にはない他者の考えを受け入れる場面が見られたか。（深い学び）

8 生徒の座席表



9 教具



ペットボトルのふたで作った教具。 ⇒
もちやすく前方向が触れて分かるようになっている



カエルのパズル

一列に並んだ水草の上に、1枚の水草をはさんで赤ガエルと青ガエルが同数ずつ向かい合っています。次のルールに従って水草の上でカエルを移動して、赤ガエルと青ガエルの場所を入れ替えてください。



《ルール》 ① 目の前の水草が空いていれば、1回に1枚分だけ前に進める。

② 異なる色のカエルの先の水草が空いていれば、1匹だけ飛び越すことができるが、同じ色のカエルは飛び越せない。

③ 後戻りをしたり、水草の外に出てはいけません。



〔問1〕このルールに従う1回の移動を「1手」と数えると、3枚の水草の上の両側に、赤青1匹ずついて向かい合っているときは、最少3手で入れ替えることができます。実際にカエルを動かして、次の問いに答えなさい。

(1) 5枚の水草の両側に、赤青2匹ずついて向かい合っているとき、最少何手で入れ替えができますか。

赤青1匹ずついて向かい合っているとき



手

(2) 7枚の水草の両側に、赤青3匹ずついて向かい合っているとき、最少何手で入れ替えができますか。



手

〔問2〕問1の結果を下表にまとめ、それらの数から、両側に、赤青4匹ずついる場合の最少入れ替え手数を予想し、予想の根拠を書きなさい。

片方にあるカエルの数(匹)	1	2	3	4
最少入れ替え手数(手)				

予想

〔予想の根拠〕

予想した手数で、4匹ずつの入れ替えができるかやってみよう。



〔問3〕このことから両側に、赤青 n 匹ずついる場合の最少入れ替え手数を n を用いて表し、なぜそのような式になるか考えてみよう。

最少入れ替え手数

理由

「カエルの数列を盲学校の全盲生徒に扱える教具を作るにあたって」

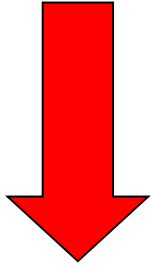
図①



←初めに、蓮の上にカエルが乗っていて向かい合っていることを全盲の生徒にも扱える教具にする為に板にペットボトルキャップが入る穴を開け、掴みやすいように高さを2倍にしたキャップを入れてカエルに見立て、3 匹対 3 匹が向かい合っている様子を表わした。

問題点① 青は右を向いていて、赤は左を向いていることを変換するには右を向いているのか左を向いているのか方向が分かる必要があるが、向きを表すのに円状の物は適していない。キャップを入れ替えていくとクルクル回ってしまう。写真のように赤いフェルトをつけたが、入れ替えているうちに方向が回転してしまう。

問題点② 赤と青のカエルを入れ替えるという移動について、どのキャップをどの方向に移動するのか、さらに移動途中の様子を触ってわかるようにするにはどうしたらよいか。



図②



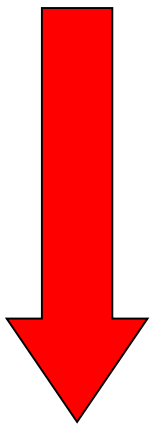
問題①と②を解決するために 「青」と「赤」と、見て分かるものを、「タイル」と「フェルト」と触ってわかるようにキャップに貼り付けた。さらにハメ込む板にもタイルはタイルのついているエリアに移動するように板にも「タイル」と「フェルト」を貼り付けることで目的の方向と位置をわかるようにした。

問題点③ 向かい合っているカエルの数が1匹、2匹…と変化するとき、蓮の数が変化するのに木の板では穴の数を変えることが出来ない。

図③



※キャップにフェルトがついていたら、板の右フェルトエリアに移動することが触って分かる。



問題③を解決するために 2 対 2 で向かい合っているときに両端の穴をなくすために穴がふさがるように蓋をした。

今後の改善点 方向や目的の位置はタイルやフェルトを貼り付けることでわかるようになり、時間をかければ全盲の生徒にもカエルの操作をできるような教具はできたが、丸いキャップではなく四角い何かであればクルクル回ってしまわずに方向を触ってわかるように工夫できたかもしれない。