

第3学年○組 数学科 学習指導案

令和〇〇年〇〇月〇〇日 (○) 第○校時
秩父市立秩父第二中学校 高橋 直人

1 題材名 「式の計算の利用」

2 教師の題材観・指導観

(1) 題材観

第2学年では、文字を用いて数量の関係や法則などを考察する力を養うとともに、簡単な数式の加法・減法、単項式の乗法と除法の計算について学習している。また、数量や数量の関係を捉え説明するのに文字を用いた式が活用できることや、目的に応じて簡単な式を変形することについて学習している。

第3学年では、これらの学習の上に立って、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明する力を養うようにする。

因数分解の公式は、一次式の乗法や式の展開の公式の逆であることを理解し、その方法を見いだすことができるようにする。例えば、 $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ や $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ を用いて下のように計算することが考えられる。

【 $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ を活用】

$$\begin{aligned} &101^2 \\ &= (100+1)^2 \\ &= 100^2+2\times 100\times 1+1^2 \\ &= 10201 \end{aligned}$$

【 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ 活用】

$$\begin{aligned} &13^2-12^2 \\ &= (13+12)(13-12) \\ &= 25\times 1 \\ &= 25 \end{aligned}$$

(2) 指導観

本時の内容は、「式の計算の利用」の1時間目に実施する。前時の授業までに、展開や因数分解における学習を行っている。本時の導入では生徒の学習意欲を高めるために、教師がその題材の不思議さ、面白さについて触れられるよう、問題を設定する。始めに2乗の数について、いくつか質問を投げかける。 1^2 から 10^2 までの数は、ほとんどの生徒が即答する。 11^2 から 20^2 までの数は、何人かの生徒は知っていると考えられる。そこで、授業者が□と○に自然数を当てはめて、生徒に $\square^2-\bigcirc^2$ の答えを求めさせる。□や○の自然数が、絶対値の小さい数ならば早く計算することができる。しかし、絶対値の大きい数であると早く計算することができない。授業者は、次の問題を1秒で求めるよう伝え、あえて絶対値が大きい数を当てはめる。計算の仕組みが理解できている生徒は1秒で求めることができるが、多くの生徒は1秒で答えを求めることができない。1秒で答えを求めるには、何か秘密があるはずだと考え、生徒は今までの計算結果を振り返り、自ら考えるようになると思われる。生徒の中には、因数分解を利用して答えを求めている。この考え方こそが本時の授業の核ではあるが、1秒で答えを求めることにこだわれば、数字を書き表していると1秒で答えを求めることはできない。特別な条件を設定することで、単に因数分解の利用の学習に終始せず、因数分解を利用するよさや、その公式の中身について詳しく考えていきたいと考える。

本時の授業の流れについては、生徒の疑問を大切に、生徒が考えてみたいことを授業で扱うようにしていきたい。例えば、 $\square-\bigcirc=1$ のときに、 $\square^2-\bigcirc^2=\square+\bigcirc$ が成り立つことが証明できた後に、数の範囲を拡張して、負の数や分数、小数においても同様のことが言えるのか

確認するという授業の流れが考えられる。実際には□と○を使って証明済ではあるが、生徒から確かめてみたいという意見が出れば、確認する時間を確保するようにしていきたい。

授業のまとめには、この授業で適用範囲を広げてきた法則について振り返る。適用範囲を広げ、 $\square - \bigcirc$ の絶対値が大きいと、1秒で計算することが難しいとわかる。最終的には、適用範囲を広げていったものは因数分解の公式で学習した公式4'であることにまとめられるが、生徒が授業の始めに感じた疑問や不思議に思った気持ちを大切にして、解決過程を経る中で、気がつけばそこに数学の公式が存在していることを実感してもらいたい。

3 目標及び内容

簡単な多項式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすること。

(イ) 簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解をすること。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 既に学習した計算の方法と関連付けて、式の展開や因数分解をする方法を考察し表現すること。

(イ) 文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること。

4 単元計画と評価規準

全 18 時間計画

次	項 目	評価規準				時間数
		関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解	
1	多項式と単項式の乗除	○多項式と単項式の乗法や除法に関心を持ち、計算しようとしている。		○単項式と多項式の乗法の計算ができる。 ○多項式を単項式でわる除法の計算ができる。	○単項式と多項式の乗法、多項式を単項式でわる除法の計算方法を理解している。	2
2	多項式の乗法	○多項式と多項式の乗法に関心を持ち、計算方法を考えたり、計算したりしようとしている。	○多項式と多項式の乗法を、面積図を使ったり、1つの多項式を文字におきかえたりして考えることができる。	○多項式どうしの積を展開することができる。	○式を展開することの意味を理解している。	2
3	乗法公式	○特別な形をした式の展開に関心を持ち、公式をつくったり、公式を利用して式を展開したりしようとしている。	○ $(x+a)(x+b)$ を展開したり、面積図を用いたりして、乗法公式1を導くことができる。 ○乗法公式1をもとにして、乗法公式2, 3, 4を導くことができる。 ○式の一部を1つの文字におきかえて、乗法公式の形に帰着させて考えることができる。	○乗法公式1, 2, 3, 4を利用して、式を展開できる。 ○乗法公式を利用して、いろいろな式をくふうして展開できる。	○乗法公式1, 2, 3, 4を理解している。	4
4	因数分解	○式の因数分解に関心を持ち、多項式をいくつかの式の積で表そうとしている。		○共通な因数をくり出して、式を因数分解できる。	○式の因数、式を因数分解することの意味を理解している。	2

5	公式を利用する 因数分解	○乗法公式を逆に使う因数分解に関心を持ち、公式を利用して、式を因数分解しようとしている。	○公式1'の因数分解で、a, bの見つけ方を、面積図を使って考えることができる。 ○式の一部を1つの文字におきかえて、因数分解の公式の形に帰着させて考えることができる。	○公式1', 2', 3', 4'を利用して式を因数分解できる。 ○因数分解の公式を使って、いろいろな式をくふうして因数分解できる。	○因数分解の公式1', 2', 3', 4'を理解している。	4
6	式の計算の利用	○式の展開や因数分解を利用して、数の計算や式の値をくふうして求める方法を考えようとしている。 ○数や図形の性質を、文字を使った式でとらえることに関心を持ち、式の計算を利用して考えようとしている。	○数の計算をくふうするために、乗法公式や因数分解の公式の形に帰着させて考えることができる。 ○数や図形の性質が成り立つことを、式の計算を利用して証明したり、他者の証明を読みとったりすることができる。	○式を因数分解してから数を代入して、式の値を求めることができる。 ○目的に応じて、式を展開したり因数分解したりすることができる。	○文字を使うと、数や図形の性質を一般的に説明することができることを理解している。	3 〔本時〕 1/3
7	問題練習					1

5 本時の学習指導

(1) 目標

- ・問題に対して疑問を抱き、その理由について考えようとしている。
(数学への関心・意欲・態度)
- ・因数分解を利用して、数の計算について数学的に説明することができる。
(数学的な見方や考え方)

(2) 学習過程

	学習活動と予想される生徒の反応	・指導上の留意点	☆数学的活動 ○評価
導入 5分	1 計算問題を提示して、答えを求める。 □, ○に自然数を当てはめます。答えがいくつになるか計算してみましょう。 ただし、$\square > \bigcirc$とします。 $\square^2 - \bigcirc^2 = ??$ 問1 $\square^2 - \bigcirc^2 = ??$ (答え 19) 問2 $\square^2 - \bigcirc^2 = ??$ (答え 15) 「次の問題を1秒で計算してみましょう」 問3 $\square^2 - \bigcirc^2 = ??$ (答え 199)	・授業者が□と○に自然数を当てはめて、一斉に計算を始める。 ・計算方法の指定はしない。 ・それぞれが自力解決を行う十分な時間を確保する。 ・問3では、時間を設定し計算させる。	

6 見つけた法則を証明する。 【証明】(□と○を使った証明) 大きい数を□, 小さい数を○とする。 このとき, $\square - \bigcirc = 1$ が成り立っていると仮定する。 $\begin{aligned}\square^2 - \bigcirc^2 &= (\square + \bigcirc)(\square - \bigcirc) \\ &= (\square + \bigcirc) \times 1 \\ &= \square + \bigcirc\end{aligned}$ したがって, 大きい数を□, 小さい数を○として, $\square - \bigcirc = 1$ が成り立っている場合, $\square^2 - \bigcirc^2$ の計算結果は $\square + \bigcirc$ になる。 (見つけた法則) $\square^2 - \bigcirc^2 = \square + \bigcirc$ (ただし, $\square - \bigcirc = 1$ のとき) 7 見つけた法則の適用範囲を広げる。 $\square - \bigcirc = 1$ ではない時に, 答えを 1 秒で求める方法はあるのか? (予想される生徒の反応) $\square - \bigcirc = 2$ のとき (例) $\begin{aligned}10^2 - 8^2 &= 100 - 64 \\ &= 36 \\ 10^2 - 8^2 &= (10 + 8)(10 - 8) \\ &= (10 + 8) \times 2 \\ 15^2 - 13^2 &= 225 - 169 \\ &= 56 \\ 15^2 - 13^2 &= (15 + 13)(15 - 13) \\ &= (15 + 13) \times 2\end{aligned}$ (見つけた法則) $\square^2 - \bigcirc^2 = (\square + \bigcirc) \times 2$ (ただし, $\square - \bigcirc = 2$ のとき) $\square - \bigcirc = 3$ のとき (例) $\begin{aligned}10^2 - 7^2 &= 100 - 49 \\ &= 51 \\ 10^2 - 7^2 &= (10 + 7)(10 - 7) \\ &= (10 + 7) \times 3\end{aligned}$	☆ 数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合う活動 ○ 因数分解の結果から, 式における数の成り立ちを読みとることができる。(見考) ・ 生徒は自力解決を行い, その中から計算を簡単に行う方法を探る。 ・ 時間配分によっては, $\square - \bigcirc$ の値によって, グループに分けて問題解決を行う。
---	--

	$\boxed{21}^2 - \textcircled{18}^2 = 441 - 324$ $= 117$ $\boxed{21}^2 - \textcircled{18}^2 = (\boxed{21} + \textcircled{18})(\boxed{21} - \textcircled{18})$ $= (\boxed{21} + \textcircled{18}) \times 3$ (見つけた法則) $\square^2 - \bigcirc^2 = (\square + \bigcirc) \times 3$ (ただし, $\square - \bigcirc = 3$ のとき) 8 見つけた法則をまとめる。 $\square^2 - \bigcirc^2 = (\square + \bigcirc) \times n$ (ただし, $\square - \bigcirc = n$ のとき) (予想される生徒の反応) ・ n の値が大きいと, よさを感じない。 ・ n の値が大きいと, 1秒で計算するのは無理だ。 ・ 結局のところ, 公式4' さえ分かっていたらいいのではないか。 公式4' $\square^2 - \bigcirc^2 = \underbrace{(\square + \bigcirc)}_{\text{和}} \times \underbrace{(\square - \bigcirc)}_{\text{差}}$ 2乗ひく2乗の計算結果は, 基の数の和に差をかけ算すること!		
まとめ 5分	まとめ ・ 因数分解を利用して, 計算を早く簡単に求めることができる。 ・ 疑問に思ったことを, 数学的に解決していく活動を楽しむ。		

(3) 板書計画

問題提示 計算	1秒で求めることができる 計算方法は? (具体的な数値で計算し, 確認する)	(証明) まとめ	(次に考えてみたいこと) (結果) ↓ (公式4')
--	---	---	--

6 備考 生徒数 男子 ○○名 女子 ○○名 計 ○○名