

平成 26 年 9 月 26 日
 県立久喜北陽高等学校
 指導者 教諭 岡田里絵子

1 単元名 第 3 章 図形と計量

2 単元について

中学までに学んできた相似や図形の性質を踏まえ、三角比としての正弦、余弦および正接を定義し、線分の長さや角の大きさ、面積などの計算に応用する。三角比を用いて直接測定できない長さや角の大きさを間接的に測定できるようにする。

3 単元の目標および評価規準

(1) 単元の目標

鋭角の三角比の意味を理解し実際的な問題に活用できるようにする。180° まで拡張された三角比が求められ、活用できるようにする。正弦定理、余弦定理、面積の公式を活用し、三角形の辺や角、面積の計量ができるようにする。空間図形の計量ができるようにする。

① 三角比

(ア) 鋭角の三角比

鋭角の三角比の意味と相互関係について理解させる。

(イ) 鈍角の三角比

三角比を鈍角まで拡張する意義を理解し、鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求められるようにする。

(ウ) 正弦定理・余弦定理

正弦定理や余弦定理について理解し、それらを用いて三角形の辺の長さや角の大きさを求められるようにする。

② 図形の計量

三角比を平面図形や空間図形の考察に活用できるようにする。

(2) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
・三角比を用いた計量の考え方に関心を持つとともに、数学のよさを認識し、それらを活用して数学的な考え方にもとづいて判断しようとする。	・数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的に考えたりすることを通して数学的な見方や考え方を身に付けている	・いろいろな図形において三角比を用いて表現、処理する技能を身に付けている	・基本的な知識を身に付け、いろいろな公式を体系的に理解し活用できる。

4 指導と評価の計画

	授業内容	学習活動における具体的評価規準	評価方法
第1時 ～第2時	三角比 正弦・余弦・正接 30° ,45° ,60° の三角比 三角比の表 三角比の応用(測量実習)	・直角三角形において、正弦・余弦・正接が求められる。 【知識・理解】 ・三角比の表から $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を読み取ることができる。 【数学的な見方や考え方】 ・直角三角形の辺の長さを三角比で表す式を理解し、応用問題に利用できる。 【知識・理解】 ・具体的な事象を三角比の問題としてとらえ積極的に活用し、測量できる。 【関心・意欲・態度】	・プリント ・観察
第3時 ～第5時	三角比の拡張 座標を用いた三角比の定義 $90^\circ - \theta$, $180^\circ - \theta$ の三角比 三角比の等式を満たす θ	・拡張された三角比を座標平面に図示して考察することができる。 【数学的な見方や考え方】 ・直角三角形の斜辺の長さを適当に変えて、三角比を考察することができる。 【数学的な技能】 ・代表的な角の三角比の表から、 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$, $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ などの公式を導き出し考察できる。 【関心・意欲・態度】 ・三角比の値から θ を求めることができる。 【知識・理解】	・プリント ・小テスト ・観察
第6時	三角比の相互関係 三角比の相互関係 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$	・ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を直角三角形の三平方の定理としてとらえることができる。 【数学的な見方や考え方】 ・鋭角だけでなく、鈍角でも三角比の相互関係が成り立つことを理解し活用できる。 【関心・意欲・態度】 ・三角比の相互関係を利用して、1つの値から残りの値が求められる。 【数学的な技能】	・プリント ・観察
第7時	正弦定理 三角形の外接円と正弦 正弦定理	・三角形の外接円、円周角と中心角の関係などから、正弦定理を導こうとする。 【関心・意欲・態度】	・プリント

		<ul style="list-style-type: none"> ・ $A=B=C=D$ の形の関係式を適切に処理できる。 【数学的な技能】 ・ 正弦定理を利用して、三角形の外接円の半径、辺の長さや角の大きさが求められる。 【知識・理解】 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 観察
第 8 時	余弦定理 余弦定理 三角形の角の余弦を表す式	<ul style="list-style-type: none"> ・ 三平方の定理をもとに、余弦定理を導こうとする。 【関心・意欲・態度】 ・ 余弦定理を用いて、三角形の辺の長さ、角の大きさが求められる。 【知識・理解】 	<ul style="list-style-type: none"> ・ プリント ・ 観察
第 9 時	正弦定理と余弦定理の応用 三角形の辺と角	<ul style="list-style-type: none"> ・ 余弦定理や正弦定理を用いて、三角形の残りの辺の長さや角の大きさを求めることができる。 【数学的な技能】 ・ 正弦定理・余弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。 【知識・理解】 ・ 三角形において、正弦の値から角はただひとつに定まらないことを理解した上で、三角形を決定できる。 【数学的な見方や考え方】 	<ul style="list-style-type: none"> ・ プリント ・ 観察
第 10 時 ～第 11 時	三角形の面積 正弦と三角形の面積 三角形の 3 辺の長さと面積 三角形の内接円と面積 ヘロンの公式	<ul style="list-style-type: none"> ・ 三角比を利用して三角形の面積を求める公式を導こうとする。 【関心・意欲・態度】 ・ 三角比を用いた三角形の面積の公式を理解し、活用できる。 【数学的な技能】 ・ 3 辺が与えられた三角形の面積を既習の余弦定理、三角比の相互関係を活用し求めることができる。 【数学的な見方や考え方】 ・ 3 辺が与えられた三角形の内接円の半径を求めることができる。 【数学的な技能】 ・ 三角比を利用した面積の公式を変形すると、ヘロンの公式が得られることがわかる。 【関心・意欲・態度】 	<ul style="list-style-type: none"> ・ プリント ・ 観察

<p>第 12 時 ～第 13 時</p>	<p>空間図形への応用 空間図形への応用 正四面体の体積</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 正弦定理、余弦定理を空間図形の計量に応用できる。 <li style="padding-left: 2em;">【数学的な見方や考え方】【知識・理解】 ・ 問題文からできるだけ正確な空間図形がかける。 <li style="padding-left: 2em;">【数学的な技能】 ・ 測量や空間図形への応用で、適当な三角形に着目して考察できる。 <li style="padding-left: 2em;">【数学的な技能】 ・ 正四面体の体積の求め方を理解している。 <li style="padding-left: 2em;">【知識・理解】 	<ul style="list-style-type: none"> ・ プリント ・ 観察 ・ 小テスト
---------------------------	---	---	--

5 本時の指導（10 / 13時）

(1) 本時について

2辺とその間の角で三角形の面積が求められることを学ぶ。また、3辺の長さのみ与えられた三角形について、既習の内容を活用し面積が求められることを学ぶ。

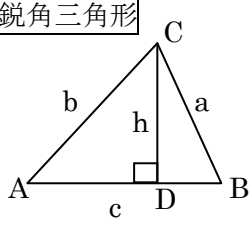
(2) 本時の目標

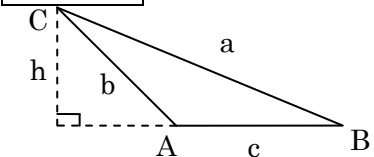
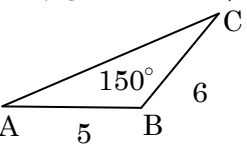
- ・鋭角三角形でも鈍角三角形でも面積の公式が求められ、活用できる。
- ・余弦定理、三角比の相互関係を利用し三角形の面積が求められる。

(3) 本時の評価規準

- ・三角比の性質、公式を理解して、長さ、角度を求めるなどの活用ができているか。
- ・既習の内容を活用し、三角比を用いて三角形の面積の公式が導き出せるか。
- ・面積の公式を活用するために、必要な情報が何かを理解し求めることができているか。

(4) 本時の展開

	時間	指導内容	予想される生徒の反応	指導上の留意点・評価
導入	授業前		前回の宿題の解答を板書する。	宿題の確認。
	7分	前回の復習(プリントの答えあわせ)	黒板にかかれたものと、自分の解答を見比べる。	要点を復習できるようにする。
	10分	例 1 辺の長さが2の正三角形の面積を求めよ。	60°の直角三角形の比を使い高さを求め、面積を求める。	机間指導しながら、周りの人と相談することを促す。
展開①		三角形の面積の公式を導き出す。 鋭角三角形  $h = b \sin A$ (面積) = (底辺) × (高さ) × $\frac{1}{2}$ $S = c \times b \sin A \times \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} bc \sin A$	△ACDに着目して三角比を利用して三角形の高さhを求める。 三角比を用いて△ABCの面積が求められることが分かる。	三角比を用いて、高さhを求められるか。【知識・理解】 既習の公式から三角比を使った面積の公式が導き出せるか。【数学的な見方や考え方】

	<p>鈍角三角形</p>  $h = b \sin(180^\circ - A)$ $= b \sin A$ <p>よって</p> $S = c \times b \sin A \times \frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2} bc \sin A$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>三角形の面積の公式</p> $S = \frac{1}{2} bc \sin A$ $= \frac{1}{2} ca \sin B$ $= \frac{1}{2} ab \sin C$ <p>(面積) = $\frac{1}{2} \times$ (1 辺) \times (1 辺) $\times \sin(\text{間の角})$</p> </div>	<p>$180^\circ - \theta$ の三角比 (教科書 P131) を確認する。</p> <p>鈍角三角形でも同様の公式が導き出されることが分かる。</p>	<p>三角比の性質を理解しているか。【知識・理解】</p>
<p>展 開 ②</p>	<p>例 次のような $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。 (1) $a = 6, c = 5, B = 150^\circ$ である $\triangle ABC$ の面積を求めよ。</p>  $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times \sin 150^\circ$ $= \frac{1}{2} \times 30 \times \frac{1}{2}$ $= \frac{15}{2}$	<p>例を解く。 例に示されている三角形を図示する。</p> <p>三角形の面積の公式を利用して面積を求める。</p>	<p>公式を理解し活用できるか。【数学的な技能】</p> <p>条件を満たす三角形を黒板に図示し、どのように解いていけばよいかを考えさせる。</p>

	40分	<p>(2) $a = 13, b = 14, c = 15$</p> <p>余弦定理を用いて $\cos A$ の値を求める。</p> $\cos A = \frac{14^2 + 15^2 - 13^2}{2 \times 14 \times 15}$ $= \frac{252}{2 \times 14 \times 15} = \frac{3}{5}$ <p>三角比の相互関係を用いて $\sin A$ の値を求める。</p> $\sin^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$ $= \frac{16}{25}$ <p>$\sin A > 0$ より $\sin A = \frac{4}{5}$</p> <p>したがって求める $\triangle ABC$ の面積 S は</p> $S = \frac{1}{2} \times 14 \times 15 \times \sin A$ $= \frac{1}{2} \times 14 \times 15 \times \frac{4}{5}$ $= 84$	<p>例を解く。</p> <p>例に示されている三角形を図示する。</p> <p>面積を求める手立てを考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 3辺の値が分かる。 →余弦定理を用いて $\cos A$ の値が求められる。 ・ $\cos A$ の値が分かる。 →三角比の相互関係を用いて $\sin A$ の値が求められる。 ・ $\sin A$ の値が分かる。 →面積の公式を用いて $\triangle ABC$ の面積が求められる。 	<p>興味を示し、与えられた条件で面積を求めようとするか。【関心・意欲・態度】</p> <p>どのように解いていけばよいかを考えさせる。</p> <p>3辺が与えられた三角形の面積を既習の余弦定理、三角比の相互関係を活用し求めることができるか。【数学的な見方や考え方】</p>
展 開 ③	48分	演習問題(別紙プリント)		<p>プリント配布 机間指導</p> <p>積極的に演習に取り組んでいるか。【関心・意欲・態度】</p>
ま と め	50分	面積の公式の確認 宿題の確認		全員が宿題に関して確認するように伝える。