Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

３　数学

(1) 正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	373	98.9	0	0.0	4	1.1	0	0.0	98.9
	(2)	4	367	97.3	0	0.0	10	2.7	0	0.0	97.3
	(3)	4	237	62.9	0	0.0	135	35.8	5	1.3	62.9
	(4)	4	273	72.4	0	0.0	96	25.5	8	2.1	72.4
	(5)	4	293	77.7	0	0.0	67	17.8	17	4.5	77.7
	(6)	4	324	85.9	6	1.6	37	9.8	10	2.7	86.7
	(7)	4	250	66.3	0	0.0	105	27.9	22	5.8	66.3
	(8)	4	184	48.8	0	0.0	160	42.4	33	8.8	48.8
	(9)	4	288	76.4	1	0.3	73	19.4	15	4.0	76.5
	(10)	4	104	27.6	27	7.2	241	63.9	5	1.3	31.2
	(11)	4	232	61.5	0	0.0	143	37.9	2	0.5	61.5
	(12)	4	7	1.9	0	0.0	322	85.4	48	12.7	1.9
2	(1)	5	71	18.8	42	11.1	186	49.3	78	20.7	23.8
	(2)	5	128	34.0	0	0.0	245	65.0	4	1.1	34.0
	(3)	5	5	1.3	0	0.0	193	51.2	179	47.5	1.3
	(4)	5	47	12.5	0	0.0	232	61.5	98	26.0	12.5
3	(1)	7	116	30.8	168	44.6	54	14.3	39	10.3	51.3
	(2)①	4	163	43.2	95	25.2	102	27.1	17	4.5	54.3
	(2)②	5	1	0.3	2	0.5	144	38.2	230	61.0	0.5
4	(1)	4	192	50.9	0	0.0	102	27.1	83	22.0	50.9
	(2)	5	85	22.5	0	0.0	184	48.8	108	28.6	22.5
	(3)	7	1	0.3	7	1.9	83	22.0	286	75.9	0.9

（小数点以下第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2) 問題の内容

$\boxed{1}$ (1)文字式の計算（加法・減法）
(2)正の数と負の数の計算
(3)文字式の計算（乗法・除法）
(4)根号をふくむ式の計算
(5)因数分解
(6)連立方程式
(7)２次方程式
(8)等式の変形
(9)数量の関係を式に表す問題
(10)関数 $y = ax^2$ の値の変化
(11)日常生活や社会で数学を利用する問題
(12)図形の性質を利用して、線分の長さを求める

$\boxed{2}$ (1)円の性質を利用した円周上の点の作図
(2)ヒストグラムと代表値に関する問題
(3)図形の性質を利用して、面積を求める
(4)正四角柱の展開図から、正四角柱の高さを求める

$\boxed{3}$ (1)二等辺三角形の性質などを利用した三角形の合同の証明
(2)根拠を明らかにして、筋道立てて説明する問題

$\boxed{4}$ (1)座標平面上にある三角形の面積を求める
(2)関数 $y = ax^2$ の a の値を求める
(3)三角形の面積比が４：１になる点の座標を求める

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的、基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$10x - 7x = 3x$

(2)は、正の数と負の数の四則計算である。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束をしっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$(-2) \times 4 + 1 = -8 + 1 = -7$

(3)は、単項式の乗除の計算である。中学２年の内容だが、通過率は良くなかった。高校の数学の基礎となるものなので、しっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$9a^2 \div 3ab \times (-b) = 9a^2 \times \frac{1}{3ab} \times (-b) = -3a$$

(4)は、根号をふくむ式（平方根）の計算で、分母の有理化をする必要がある。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\sqrt{8} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

(5)は、因数分解の問題である。誤答には、２次方程式と勘違いをして、「４と９」としたものが多かった。表された式の意味をしっかりと理解したい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$x^2 - 13x + 36 = (x-4)(x-9)$

(6)は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\begin{array}{rrcl} & 5x + 3y & = & 1 \\ -) & -6x + 3y & = & 12 \\ \hline & 11x & = & -11 \\ & x & = & -1 \end{array}$$

$x = -1$ を $-2x + y = 4$ に代入すると、 $y = 2$

よって $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

(7)は、２次方程式を解く問題である。－５を右辺に移項して、平方根の考え方を使って解を求める。与えられた式を展開して整理し、解の公式を使って解くこともできるが、やや煩雑である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$(x+4)^2 - 5 = 0$$
$$(x+4)^2 = 5$$
$$x + 4 = \pm\sqrt{5}$$
$$x = -4 \pm \sqrt{5}$$

(8)は、等式の変形の問題である。中学２年の内容だが、通過率は良くなかった。高校の数学の基礎となるものなので、しっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

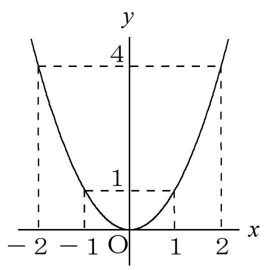
$$\ell = 2(a+b)$$

$$\frac{\ell}{2} = a+b$$

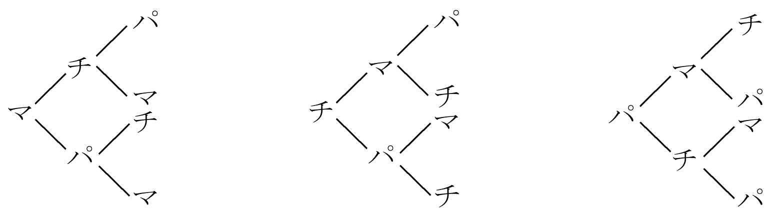
$$b = \frac{\ell}{2} - a$$

(9)は、数量関係を式に表す問題で、正答は $y=\dfrac{1500}{x}$ である。道のりと速さ、時間の関係をしっかりと式で表せるようにしたい。

(10)は、関数 $y=ax^2$ の値の変化に関する問題である。関数 $y=x^2$ のグラフは、下の図のようになるので、x の変域が $a \leqq x \leqq a+2$ のとき y の変域が $0 \leqq y \leqq 4$ となるような a の値は、－２または０である。よって、正答は**ア**と**ウ**である。



(11)は、日常生活や社会で数学を利用する問題で、樹形図をかいて場合の数を求める。マーガレットを「マ」、チューリップを「チ」、パンジーを「パ」として樹形図をかくと、以下のようになる。よって、正答は12通りである。



(12)は、図形の性質を利用して、線分の長さを求める問題である。この問題のポイントは、２組の相似な三角形を見いだすことができるかどうかである。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

平行四辺形ＡＢＣＤにおいて、

ＥＢ＝６㎝、ＤＣ＝10㎝

△ＦＢＥ∽△ＦＤＣより、

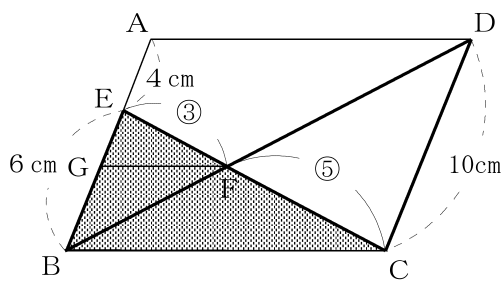
ＦＥ：ＦＣ＝ＥＢ：ＣＤ＝３：５

また、△ＥＧＦ∽△ＥＢＣだから、

ＥＧ：ＥＢ＝ＥＦ：ＥＣ＝３：８

したがって、

$$\text{ＥＧ} = \frac{9}{4}$$



$\boxed{2}$ 「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとした。

(1)は、円周角の定理を利用して∠ＡＰＢ＝90°となる点Ｐを作図する問題である。まず、２点Ａ、Ｂを結び、線分ＡＢの垂直二等分線をかく。次に、線分ＡＢと垂直二等分線の交点を中心として、線分ＡＢを直径とする円をかく。このとき、円と直線 ℓ との交点が、∠ＡＰＢ＝90°となる点Ｐである。

⑵は、ヒストグラムと代表値に関する問題である。最頻値、中央値、平均値を手がかりに最も適切なヒストグラムを選ぶ。このクラスの得点の最頻値は８点であるから、**ウ**は誤りである。また、中央値は８．５点であるから、このクラスの上位20番目の生徒は９点で、21番目の生徒は８点である。よって、９点と10点の生徒の合計は20人で、**イ**も誤りである。さらに、平均値は８．４点であるから、このクラスの得点の合計は336点で、合計が344点の**ア**は誤りである。

⑶は、図形の性質を利用して、かげをつけた部分の面積を求める問題である。点Ａから辺ＢＣに垂線をひくと、直角三角形を見いだすことができる。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

点Ａから辺ＢＣに垂線をひき、交点をＦとすると

$\mathrm{BF} = 9 - 3 = 6$

また、点Ｅは円Ｏと辺ＡＢの接点だから

$\mathrm{AB} = \mathrm{AD} + \mathrm{BC} = 3 + 9 = 12$

△ＡＢＦにおいて、三平方の定理より

$6^2 + \mathrm{AF}^2 = 12^2$

$\mathrm{AF} = 6\sqrt{3}$

よって、△ＡＢＦは$1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形だから

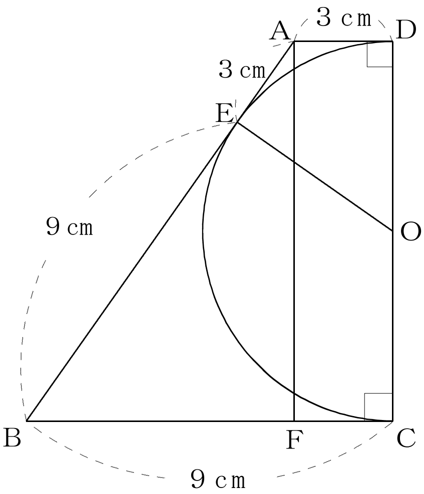
$\angle \mathrm{ABF} = 60^\circ$ で、$\angle \mathrm{COE} = 120^\circ$ 、$\mathrm{OC} = 3\sqrt{3}$

したがって、求める部分の面積Ｓは、

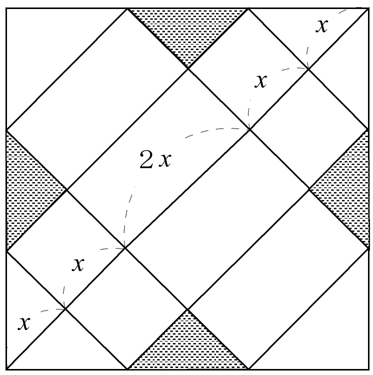
$S = 2\triangle \mathrm{OBC} -$ おうぎ形ＯＣＥ

$= 2 \times \dfrac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} - (3\sqrt{3})^2 \times \pi \times \dfrac{120^\circ}{360^\circ}$

$= 27\sqrt{3} - 9\pi \quad \mathrm{cm}^2$



⑷は、正四角柱の展開図から底面や高さにあたる部分を適切に見いだして、正四角柱の高さを求める問題である。正四角柱の高さをx cmとすると、底面の正方形の１辺は$2x$ cmで、展開図の正方形の対角線の長さは下の図のように表せる。また、展開図の正方形の１辺の長さは12cmだから、展開図の正方形の対角線の長さは$12\sqrt{2}$cmである。よって、$x + x + 2x + x + x = 12\sqrt{2}$を解くと、正四角柱の高さは、$2\sqrt{2}$ cmである。



$\boxed{3}$ ⑴は、二等辺三角形の性質を利用して、三角形の合同を証明する問題である。誤答には、∠ＡＢＤと∠ＡＣＥが等しいことには気付いたが、その根拠を示せていないものが多かった。∠ＡＢＤと∠ＡＣＥが等しいことは、二等辺三角形の性質から∠Ｂ＝∠Ｃであることと、線分ＢＤとＣＥがそれぞれ底角の二等分線であることから示すことができる。

⑵は、素数に関する問題で、素数でない数をふるい落としていく操作や実験を通して、『差が２である２つの素数』を見つけ、その間にある数が３の倍数であることを説明する問題である。素数は、１とその数のほかに約数がない数で、その数より小さい自然数の積で表せない。①は与えられた表を使って、２の倍数、３の倍数、５の倍数、７の倍数をふるい落としていくと、

素数だけが残るので、その中から『差が２である２つの素数』を見つける。なお、『差が２である２つの素数』は双子素数と呼ばれている。

②の『差が２である２つの素数』の間にある数が３の倍数であることの説明では、①の操作や実験が役に立つ。また、会話の中には『差が２である２つの素数』の間にある数が２の倍数になる説明があるので、これも参考にして考える。『差が２である２つの素数』とその間の数を連続する３つの数ととらえると、その中には必ず３の倍数があり、『差が２である２つの素数』は３の倍数ではないので、その間の数が３の倍数である。

$\boxed{4}$ 関数 $y = ax^2$ のグラフや点の座標から、三角形の面積や a の値を求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとした。

(1)は、△ＯＢＣの面積を求める問題である。△ＯＢＣはＯＣを底辺とみると、点Ｂから y 軸にひいた垂線が高さとなる。点Ｂの x 座標は４で、点Ｃの座標は（０、２）であるから、△ＯＢＣの面積は４cm^2 である。

(2)は、関数 $y = ax^2$ の a の値を求める問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

２点Ａ、Ｂの座標は、それぞれ（－２、４ a ）、Ｂ（４、16 a ）だから、

直線 ℓ の傾きは $\dfrac{16a - 4a}{4-(-2)} = 2a$ である。

また、直線 ℓ は y 軸と点Ｃ（０、２）で交わるので、直線の式は　$y = 2ax + 2$

この式に（－２、４ a ）を代入すると

$$4a = 2a \times (-2) + 2$$
$$8a = 2$$
$$a = \frac{1}{4}$$

(3)は、△ＯＡＢと△ＢＤＥの面積の比が４：１になるような点Ｐの x 座標を求める問題である。△ＯＡＢの面積は６だから、△ＢＤＥの面積は $\dfrac{3}{2}$ である。また、△ＢＤＥについて、点Ｂから直線 m にひいた垂線を高さと考えて、その長さを h とすると、△ＢＤＥと△ＢＣＯの面積比と高さの比から、$h = \sqrt{6}$ と求められる。したがって、点Ｐの x 座標は $4 - \sqrt{6}$ である。別解については、学校選択問題の所見欄に示した。