平成27年度学力検査問題解説（数学）

［総合所見］

中学校における平素の学習や授業を重視し、中学校で学ぶ数学の内容の中から、全領域にわたるように出題しました。

出題の方針
①　数学の基礎的な知識及び技能をみる問題について､広範囲にわたって出題するように努めた。
②　数学的活動を通して、数学的な表現や処理をする能力、事象を数理的に考察する能力、数学的な見方や考え方を活用する能力をみる問題を出題するように努めた。
③　「数と式」､「図形」､「関数」及び「資料の活用」に関する内容について総合的に活用する能力をみるように努めた。
④　図形についての操作や作図を重視し、図形に対する直観的な見方や考え方と論理的に考察する力をみるように配慮した。

出題の方針を踏まえて、基礎的・基本的な知識及び技能に加え、数学的活動を通して事象を数理的に考察する能力、表現や処理の仕方、数学的な見方や考え方を活用する能力をみることを重視しました。そして、受検生がどのように考え、判断し、表現するかをみるために大問を４題、小問を21問としました。

各大問における小問の出題数については、問題１では小問を12題として、広い範囲から基礎的・基本的な問題を出題しました。問題２では小問を４題として、「図形」及び「関数」から総合的な問題を出題しました。問題３では小問を２題、問題４では小問を３題出題しました。

内容については、問題１(11)において、日常生活や社会のできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。また、問題２(4)では、三角錐と直方体の体積が等しいことに着目して、水の深さを求めることができるかをみる問題としました。さらに、問題４(3)では、長方形を折ることにより、図形の対称性に着目して、相似な図形の性質を利用しながら、三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

結果の概要及び各問題の出題のねらい等については、次のとおりです。

○問題１　中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとしました。

特に、(11)は日常生活や社会のできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。

○問題２　「図形」及び「関数」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとしました。

特に、(4)は「図形」に関する問題で、三角錐と直方体の体積が等しいことに着目して、水の深さを求めることができるかをみる問題としました。

○問題３　長方形の辺上を点が移動する事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、考察することができるかをみようとしました。

○問題４　平面図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとしました。

　特に、(3)は長方形を折ることにより、図形の対称性に着目して、相似な図形の性質を利用しながら、三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

（注意）ここでの正答率は、一部正答を含めたものになっています。

問題１

問題１は，中学校数学科の各領域に関する問題で，基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとしました。

特に，(11)は日常生活や社会のできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。

1　次の各問に答えなさい。(50点)

(1)　$8x-4x$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$8x-4x \;=4x$

【解説】　数と式（１年　文字を用いた式）の内容で，正答率は99.8%でした。基礎的な文字式の計算が確実にできるようにしましょう。

(2)　$5+3\times(-2)$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$5+3\times(-2)\;=5-6=-1$

【解説】　数と式（１年　正の数・負の数）の内容で，正答率は96.6%でした。誤答には－16 がありました。これは，５＋３を先に計算して８とし，それに－２をかけたものと思われます。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束を確実に身に付けましょう。

(3)　$\sqrt{24}-\sqrt{6}$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$\sqrt{24}-\sqrt{6}\;=\;2\sqrt{6}-\sqrt{6}=\sqrt{6}$

【解説】　数と式（３年　平方根）の内容で，正答率は92.9%でした。根号を含む計算は毎年出題されています。平方根の意味を理解し，根号を含む計算が確実にできるようにしましょう。

(4)　$x=-4+\sqrt{2}$　のとき，　$x^2+8x+16$　の値を求めなさい。（４点）

【解答】　$x^2+8x+16\;=\;(x+4)^2\;=\;(-4+\sqrt{2}+4)\;=\;(\sqrt{2})^2=2$

【解説】　数と式（３年　式の展開と因数分解，平方根）の内容で，正答率は79.2%でした。与えられた式を因数分解し，x の値を代入して式の値を求める問題です。因数分解や途中の計算を間違ったと思われる誤答がありました。式の値が確実に求められるように，代入の計算の仕方を確実に身に付けましょう。

(5)　２次方程式　$5x^2-3x-1=0$　を解きなさい。（４点）

【解答】　$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}\;=\;\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{10}$

【解説】　数と式（３年　２次方程式）の内容で，正答率は84.9%でした。解の公式を用いて，２次方程式を解く問題です。誤答には，解の公式を正しく理解していないものや，代入の仕方を間違えたと思われるものがありました。２次方程式の解き方を確実に理解して，様々な問題が解けるようにしましょう。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+5y=6 \end{cases}$ を解きなさい。（４点）

【解答】 $\begin{cases} x+3y=4 & \cdots① \\ 2x+5y=6 & \cdots② \end{cases}$

①を２倍した $2x+6y=8$ から②をひくと

$$\begin{array}{rr} & 2x+6y=8 \\ -) & 2x+5y=6 \\ \hline & y=2 \quad \cdots③ \end{array}$$

③を①に代入すると，$x+6=4$

$x=-2$

したがって，　$x=-2,\ y=2$

【解説】 数と式（２年　連立方程式）の内容で，正答率は91.6％でした。多くの受検生が正しく求められていました。ただ，解答用紙に書く際に x と y の値を取り違えたと思われるものや，y を求めた後，x を求める際に移項を間違えたと思われるものがありました。最後まで注意力をもって計算をしましょう。

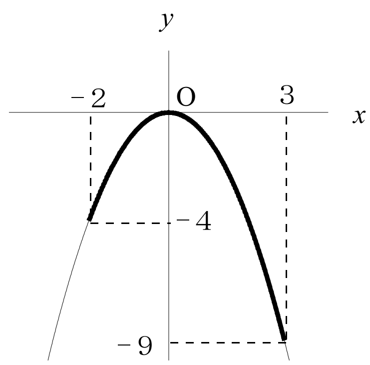
(7)　関数 $y=-x^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。（４点）

【解答】 $x=-2$ のとき，$y=-4$

$x=\ \ 3$ のとき，$y=-9$

関数 $y=-x^2$ のグラフは，右図のようになるから，

y の変域は，　$-9 \leqq y \leqq 0$



【解説】 関数（３年　関数 $y=ax^2$）の内容で，正答率は64.9％でした。誤答には，x の変域の最小値と最大値を代入して計算した結果を，そのまま y の変域としたものや，数値の大小関係を正しく表せていないものがありました。グラフをかいて考える習慣を身に付けるとよいでしょう。

(8)　箱の中に同じ大きさの白玉と黒玉が合わせて480個入っています。標本調査を利用して，箱の中の黒玉の数を調べます。この箱の中から，56個の玉を無作為に抽出したところ，黒玉は35個ふくまれていました。箱の中の黒玉の数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。（４点）

【解答】 箱の中から無作為に抽出した玉の数は56個で，その中にふくまれる黒玉の割合は，

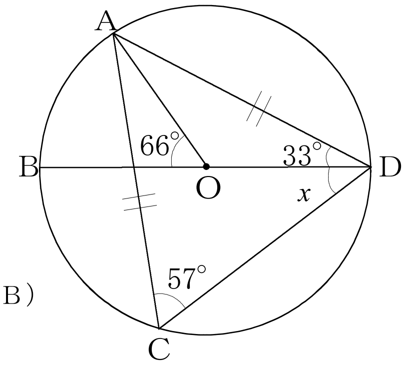
$$\frac{35}{56}=\frac{5}{8}$$

したがって，箱の中全体の玉のうち，黒玉は，およそ　$480\times\frac{5}{8}=$ 300 個

と推測される。

【解説】 資料の活用（３年　標本調査）の内容で，正答率は73.7％でした。標本調査を行った結果から，母集団の傾向を推測する問題です。標本調査についての理解を深めましょう。

(9)　右の図のように，円Oの円周上に４点A，B，C，Dがあり，線分BDは円Oの直径です。AC＝AD，∠AOB＝66°のとき，∠BDCの大きさxを求めなさい。（４点）



【解答例】　円周角の定理より，

$$\angle ADB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$$

また，

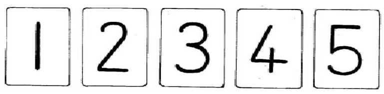
$$\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = \frac{1}{2}(180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$$

△ACDはAC＝ADの二等辺三角形であるから，　∠ADC＝∠ACD＝57°

したがって，　$\angle BDC = \angle ADC - \angle ADB = 57^\circ - 33^\circ = 24^\circ$

【解説】　図形（３年　円周角と中心角）の内容で，正答率は45.4％でした。誤答には 33° が多くありました。線分BDを∠ADCの二等分線ととらえたためと思われます。二等辺三角形の性質や円周角の定理など図形の基本的な性質を身に付けましょう。

(10) 右の図のように，１から５までの数字が１つずつ書かれた５枚のカードがあります。



この５枚のカードをよくきって１枚取り出し，カードの数字を調べてからもとに戻します。次に，もう一度，５枚のカードをよくきって１枚取り出し，カードの数字を調べます。はじめに取り出したカードの数字をa，次に取り出したカードの数字をbとして，$\frac{b}{a}$ の値が整数となる確率を求めなさい。

（５点）

【解答】　$\frac{b}{a}$ の値が整数となるa，bの組み合わせは，

(a，b) ＝（１，１），（１，２），（１，３），（１，４），（１，５）（２，２），（２，４），（３，３），（４，４），（５，５）

の10通り。

また，カードの取り出し方は全部で，25 通りあるので，$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

【解説】　資料の活用（２年　確率）の内容で，正答率は62.1％でした。ポイントは，$\frac{b}{a}$ の値が整数となる場合を，樹形図などを用いてもれなく調べることです。誤答には，取り出したカードをもとに戻すことを見落としたと思われる $\frac{1}{4}$ が多くありました。条件にあてはまる場合の数をもれなく，重複なく調べられるようにしましょう。

(11) 次は，先生とＡさんの会話です。これを読んで，下の①，②に答えなさい。

先　生「Ａさんの誕生日は３月２日でしたね。」
Ａさん「はい。私は西暦2000年生まれで，今年（2015年）15歳になります。西暦2000年は，うるう年だったと思うのですが，うるう年について教えてください。」
先　生「うるう年は，次のように決められています。」

（Ⅰ）西暦の年数が４で割り切れる年を**うるう年とする。**
（Ⅱ）ただし，西暦の年数が４で割り切れても，100で割り切れる年は**うるう年としない。**
（Ⅲ）ただし，西暦の年数が100で割り切れても，400で割り切れる年は**うるう年とする。**

先　生「うるう年は，２月の日数が１日増えて２月29日までとなり，１年間の日数が366日となります。」

①　西暦2000年から2015年までに，うるう年は何回あったでしょうか。次の**ア**～**エ**の中から１つ選び，その記号を書きなさい。（４点）

ア　２回　　**イ**　３回　　**ウ**　４回　　**エ**　５回

②　Ａさんの15歳の誕生日（西暦2015年３月２日）は月曜日です。Ａさんの誕生日が，再び月曜日になるのは西暦何年ですか。途中の説明も書いて答えを求めなさい。（５点）

①【解答】　西暦2000年から2015年までに，うるう年は，2000年，2004年，2008年，2012年の４回ある。よって，**ウ**

【解説】　この問題は，西暦2000年から2015年までに，うるう年が何回あるかを答える問題です。正答率は54.6％でした。誤答には**イ**が最も多く，西暦2000年を含めなかったものと思われます。

②【解答例】　うるう年とうるう年でない年の曜日の進み方を考えると，
2016年は水曜日，2017年は木曜日，2018年は金曜日，2019年は土曜日，2020年は月曜日となるので，再び月曜日になるのは，西暦2020年

【解説】　この問題は，うるう年の周期に注意しながら，曜日の進み方について考える問題です。正答率は14.1％，無答率は54.6％でした。１年365日を１週間７日で割ると52週と余り１日であるので，うるう年でない年の３月２日は前年から１つ進んだ曜日になります。また，うるう年は１年が366日あり52週と２日であるので，うるう年の３月２日は前年から２つ進んだ曜日になります。したがって，2016年は水曜日，2017年は木曜日，2018年は金曜日，2019年は土曜日，2020年は月曜日となるので，再び月曜日になるのは西暦2020年です。誤答には，2016年と2020年がうるう年になることに気付けず，2022年としたものが多くありました。また，説明の記述がない解答もありました。日頃より，自分の言葉で説明するように努めるとよいでしょう。

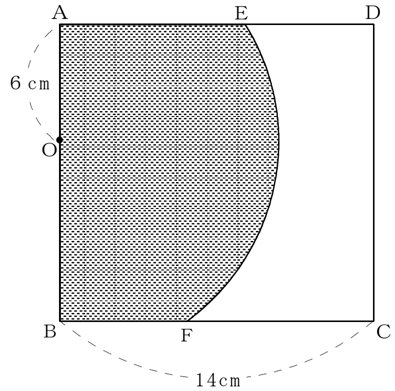
問題２

問題２は，「図形」及び「関数」に関する問題で，数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみるために出題しました。

２　次の各問に答えなさい。(20点)

(1) 右の図のように，１辺が14㎝の正方形ＡＢＣＤがあります。辺ＡＢ上に，ＡＯ＝６㎝となる点Ｏをとり，点Ｏを中心として半径10㎝の円をかきます。この円と辺ＡＤ，ＢＣとの交点をそれぞれ点Ｅ，Ｆとします。図のかげ（　）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。(５点)



【解答例】　ＯＥ＝ＯＦ＝10㎝，ＯＢ＝８㎝であるから，

三平方の定理より，

ＡＥ＝８㎝，ＢＦ＝６㎝

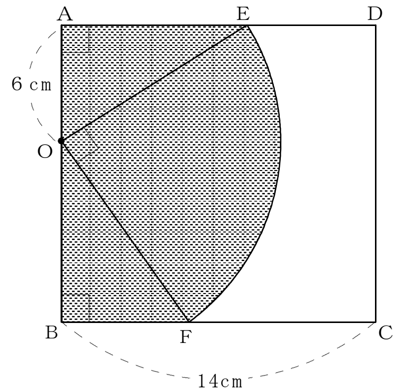
よって，△ＯＡＥと△ＦＢＯは，３組の辺がそれぞれ等しいので，合同な三角形である。

また，∠ＥＯＦ＝90°であるから，

求める部分の面積は，

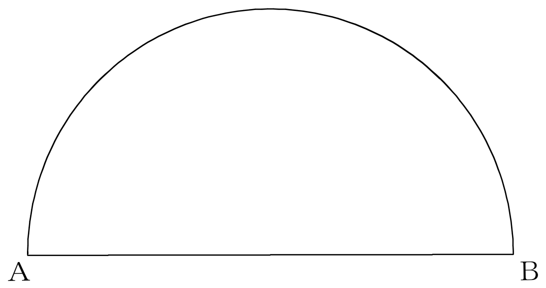
扇形ＯＥＦ＋△ＯＡＥ＋△ＯＢＦ

$=10^2\times\pi\times\frac{90}{360}+\frac{1}{2}\times 6\times 8\times 2=25\pi+48\ \mathrm{cm}^2$

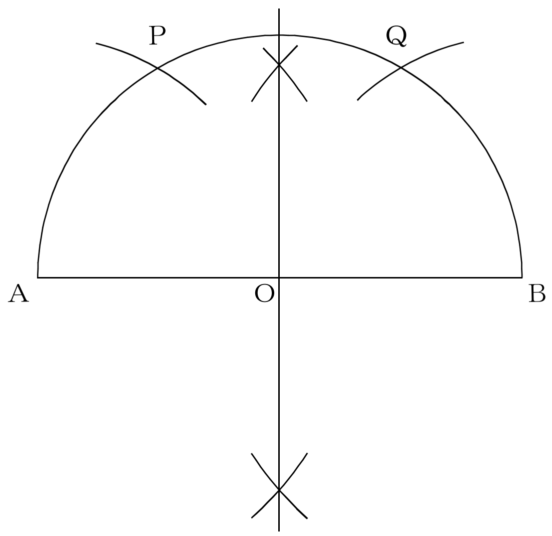


【解説】　この問題は，三平方の定理を利用して，図のかげをつけた部分の面積を求める問題です。正答率は16.4％でした。辺ＡＢ上にある点Ｏと点Ｅ，Ｆを結び，直角三角形を見いだすことがポイントです。線分ＯＥとＯＦが結べれば，求める部分の面積は３辺の長さがそれぞれ６㎝，８㎝，10㎝の直角三角形２つと，半径が10㎝，中心角90°の扇形の面積の和であるとわかります。誤答には，点Ｏと点Ｅ，Ｆを結ぶことに気付けなかったものや，求める部分を円の一部であるととらえて求めようとしたものが多くありました。図形の性質についての理解を深める学習をしましょう。

(2) 下の図のように，線分ＡＢを直径とする半円があります。$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$を３等分する２点Ｐ，Ｑをコンパスと定規を使って作図しなさい。
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。（５点）



【解答例】



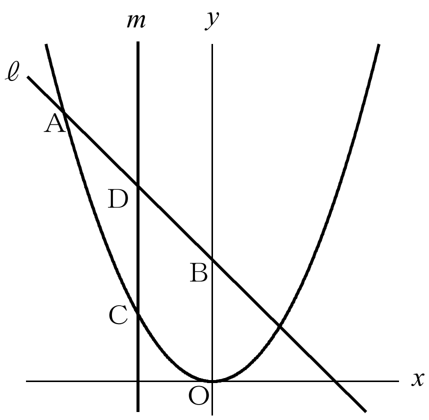
【解説】　この問題は，垂直二等分線や正三角形を作図する方法を利用して，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$を３等分する２点を作図する問題です。正答率は54.1％でした。$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$を３等分するには，半円を中心角が60°の扇形３つに分ければよいことに気付ければ，作図の方法は見通しが立ちます。まず，直径ＡＢの垂直二等分線をひいて，半円の中心Ｏを求めます。そして，半円の半径ＯＡ，ＯＢを一辺とする正三角形を作図すれば，３等分する２点Ｐ，Ｑが求められます。他には，半円の中心Ｏを求めた後，さらにＯＡ，ＯＢの垂直二等分線を作図して求める方法があります。図形の性質と作図を関連させて学習するようにしましょう。

(3) 右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフです。

曲線上に x 座標が－６である点Ａをとり，点Ａを通る直線ℓ と y 軸との交点をＢとします。ただし，点Ｂの y 座標は正とします。

また，曲線上に x 座標が－３である点Ｃをとり，点Ｃを通って y 軸に平行な直線 m と直線ℓ との交点をＤとします。

四角形ＤＣＯＢが平行四辺形となるとき，直線ℓ の式を求めなさい。（５点）



【解答例】　点Ｃの座標は（－３，３）であるから，

２点Ｏ，Ｃを通る直線の傾きは－１

直線ℓ の式は，傾きが直線ＯＣと同じであるから，

$y=-x+b$

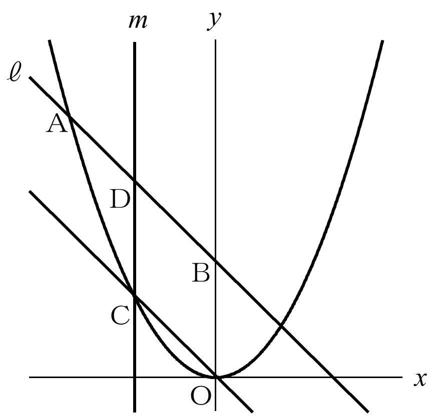
とおける。

直線ℓ は，点Ａ（－６，12）を通るので，

$12=-1\times(-6)+b$

これを解いて，$b=6$

よって，$y=-x+6$



【解説】　この問題は，条件を満たす直線の式を求める問題です。正答率は34.5％でした。平行四辺形の向かい合う辺が平行であることと，直線の式の傾きについての知識を関連させて，直線ℓ の式を求めます。誤答には，点Ｃの座標を間違えて直線ＯＣの傾きを求めたものや，２点Ａ，Ｃを通る直線の式を求めたものがありました。日頃より，複数の単元の知識を関連させて考えるようにしましょう。

(4) 下の図１のように，底面が縦12cm，横20cmの長方形で，深さが９cmの直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの容器に水が満たしてあります。

図２のように，この容器を傾けて，水面が頂点Ｈ，Ａ，Ｆを通る平面になるように水をこぼしました。そして，図３のように，この容器を面ＥＦＧＨが底面となるように水平な机の上に置きました。このとき，容器に残った水の深さを求めなさい。

ただし，容器の厚さは考えないものとします。（５点）

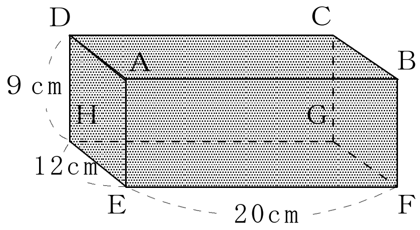


図１

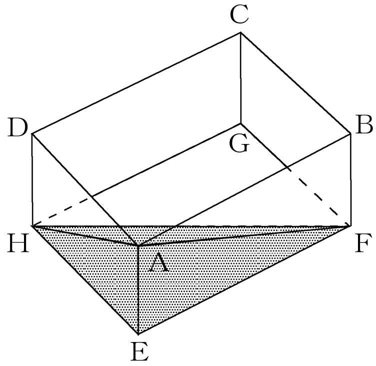


図２

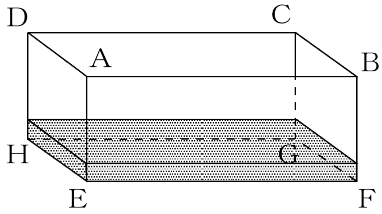


図３

【解答例】　図２における水の体積は，

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times \mathrm{EF}\times\mathrm{EH}\times\mathrm{AE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 20\times 12\times 9=360$$

図３において，容器に残った水の深さを h とすると水の体積は，

$$\mathrm{EF}\times\mathrm{EH}\times h=20\times 12\times h=240h$$

図２と図３の水の体積は等しいので，

$$360=240h$$

$$h=\frac{3}{2}\ \mathrm{cm}$$

【解説】 この問題は，容器の中の水をこぼしたときにできる三角錐の水の体積と水平に戻したときの直方体の水の体積が等しいことに着目して，水の深さを求める問題です。正答率は20.6%でした。誤答には，図３を見て答えを推測したと思われるものが多くありました。また，誤って三角錐の体積を答えたと思われるものもありました。日頃より，平面図形や空間図形に親しみ，観察，操作や実験などの数学的活動に取り組みましょう。

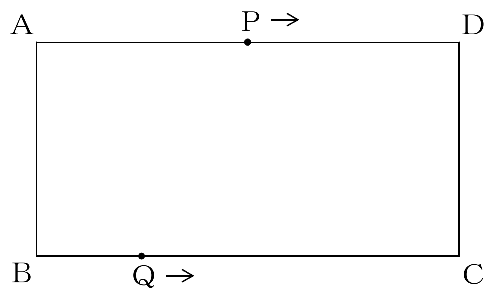
問題３

問題３は，長方形の辺上を点が移動する事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，考察することができるかをみるために出題しました。

３　右の図のように，ＡＢ＝６㎝，ＢＣ＝15㎝の長方形ＡＢＣＤがあります。点Ｐは点Ａを出発して，一定の速さで辺ＡＤ上を１往復して止まり，点Ｑは点Ｂを出発して，一定の速さで辺ＢＣ上を１往復して止まります。

下のグラフは，点Ｐ，Ｑが同時に出発して，それぞれの点が１往復して止まるまでの時間（秒）と線分ＡＰ，ＢＱの長さ（cm）との関係を表したものです。

このとき，次の各問に答えなさい。(11点)

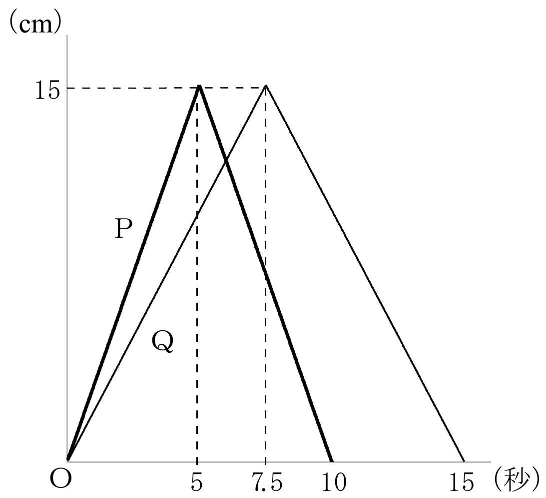


(1)　点Ｐが点Ｄに向かっているとき，点Ａを出発してから x 秒後の線分ＡＰの長さを，x を用いて表しなさい。

（５点）

(2)　四角形ＡＢＱＰの面積が，長方形ＡＢＣＤの面積の $\frac{1}{2}$ になるときは２回あります。それは点Ｐ，Ｑが同時に出発してから何秒後と何秒後か求めなさい。

（６点）



(1)【解答例】　グラフより，５秒後のＡＰの長さは15cmであるから，点Ｐの速さは３cm/秒。
よって，点Ｐが点Ｄに向かっているときの線分ＡＰの長さは，３ x cm

【解説】　この問題は，関数（１年　比例・反比例，２年　１次関数）に関する問題です。グラフから，点Ｐの速さを求めることがポイントになります。点ＰはＡＤ間の距離15cmを５秒間で移動しているのが読み取れるので，速さは３cm/秒とわかります。求める線分ＡＰの長さは，「距離＝速さ×時間」から３ x cm と求められます。正答率は50.6％でした。

(2)【解答例】 四角形ＡＢＱＰの面積は，$\frac{1}{2}\times$（ＡＰ＋ＢＱ）$\times 6$

これが，長方形ＡＢＣＤの面積の $\frac{1}{2}$ になるのは，　ＡＰ＋ＢＱ＝15

のときである。

点Ｐ，Ｑが同時に出発してから x 秒後のＡＰ＋ＢＱについて，

（ⅰ）$0\leqq x\leqq 5$ のとき，　ＡＰ＋ＢＱ＝$3x+2x=5x$

よって，$5x=15$

$x=3$

これは，$0\leqq x\leqq 5$ を満たすので適する。

（ⅱ）$5\leqq x\leqq 7.5$ のとき，　ＡＰ＋ＢＱ＝$(30-3x)+2x=30-x$

よって，$30-x=15$

$x=15$

これは，$5\leqq x\leqq 7.5$ を満たさないので，適さない。

（ⅲ）$7.5\leqq x\leqq 10$ のとき，　ＡＰ＋ＢＱ＝$(30-3x)+(30-2x)=60-5x$

よって，$60-5x=15$

$x=9$

これは，$7.5\leqq x\leqq 10$ を満たすので適する。

（ⅳ）$10\leqq x\leqq 15$ のとき，　ＡＰ＋ＢＱ＝$30-2x$

よって，$30-2x=15$

$x=\frac{15}{2}$

これは，$10\leqq x\leqq 15$ を満たさないので，適さない。

したがって，長方形ＡＢＣＤの面積の $\frac{1}{2}$ になるのは，３秒後と９秒後

【解説】　この問題のポイントは，台形ＡＢＱＰの面積が長方形ＡＢＣＤの面積の $\frac{1}{2}$ になるのは，ＡＰ＋ＢＱ＝15のときであることに気付けるかどうかです。この条件を満たす状況については，解答例にあるように４つの場合に分けて考えます。ただし，問題文に「$\frac{1}{2}$ になるのは，２回あります」とありますので，見通しを立てて（ⅰ）と（ⅲ）を調べても求められます。正答率は19.0％でした。誤答には，２回あるうちの１回しか求められなかったものが多くありました。複数の単元が融合された問題では，関数から得られる値を図形的にとらえることや，図形から得られる値を関数関係としてとらえることが大切になってきます。

問題４

問題４は，平面図形についての観察，操作や実験などの活動を通して，図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみるために出題しました。特に，(3)は，長方形を折ることにより，図形の対称性に着目して，相似な図形の性質を利用しながら，三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

4　ＡＤ＝12 cmで，縦と横の長さの比が $\sqrt{2}$：１の長方形ＡＢＣＤがあります。図１のように，線分ＡＣを折り目として折ったとき，点Ｂの移った点をＥとします。また，線分ＡＥと辺ＤＣとの交点をＦとします。このとき，次の各問に答えなさい。

なお，考えるときに，**別紙**を利用してもさしつかえありません。**別紙**の辺の比は，$\sqrt{2}$：１です。

（19点）

(1) △ＡＣＦが二等辺三角形であることを証明しなさい。（７点）

(2) 線分ＥＦの長さを求めなさい。（５点）

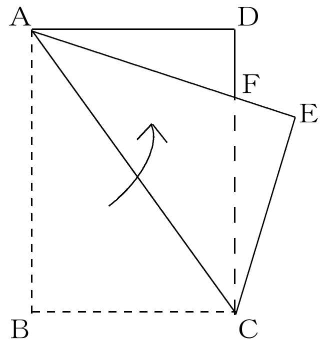


図１

(3) 図１において，線分ＡＦをかき，もとに戻します。次に，図２のように，線分ＤＢを折り目として折ったとき，点Ｃの移った点をＧとします。また，線分ＧＤと線分ＡＢ，ＡＣ，ＡＦとの交点をそれぞれＨ，Ｉ，Ｊとし，線分ＡＣと線分ＤＢとの交点をＫとします。このとき，△ＡＩＪの面積を求めます。途中の説明も書いて答えを求めなさい。その際，解答用紙の図に数や記号をかいて，それを用いて説明してもよいものとします。（７点）

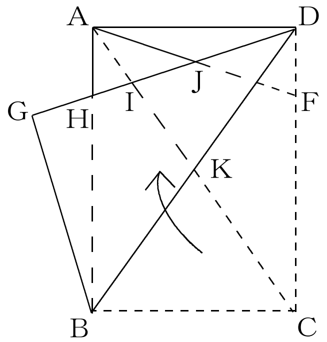


図２

(1)【解答例】　線分ＡＣで折っているので，

∠ＢＡＣ＝∠ＣＡＦ…①

また，ＡＢ∥ ＤＣから錯角は等しいので，

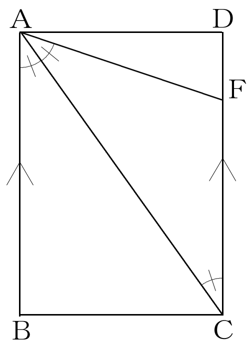
∠ＢＡＣ＝∠ＡＣＦ…②

①，②から，

∠ＣＡＦ＝∠ＡＣＦ

よって，２つの角が等しいので，

△ＡＣＦは二等辺三角形である。



【解説】　この問題は，図形の性質を利用して，△ＡＣＦが二等辺三角形であることを証明する問題です。正答率は27.3％で，無答率は24.0％でした。ポイントは，長方形を折る操作からわかることや図形の性質を利用して，２つの角が等しいことを示せるかどうかです。長方形を対角線で折ることにより∠ＢＡＣ＝∠ＣＡＦになることと，平行線の性質から錯角が等しいことから，∠ＦＡＣ＝∠ＦＣＡを導くことができます。他には，△ＥＡＣと△ＤＣＡの合同を証明して，２つの角が等しいことを導く方法があります。「直角三角形で斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」という合同条件が使えます。また，二等辺三角形の定義である２辺が等しいことを示す方法もあります。△ＡＦＤと△ＣＦＥの合同を証明して，ＡＦ＝ＣＦを導くことができます。三角形の合同の証明は，形式がある程度決まっているので，証明する三角形に気が付けば書きやすい方法ですが，誤答も多く見られました。特に，△ＡＦＤと△ＣＦＥには90°の角が含まれているので，直角三角形の合同条件を使って証明しようとしたものがありました。直角三角形の合同条件を用いるには，斜辺の長さが等しいことが条件の一つとなります。しかし，それぞれの三角形の斜辺にあたるＡＦとＣＦの長さが等しいことは，問題からは読み取れません。しかも，この２辺が等しいことは示すべき結論にあたるものですので，証明を進めていく上で使うことはできません。

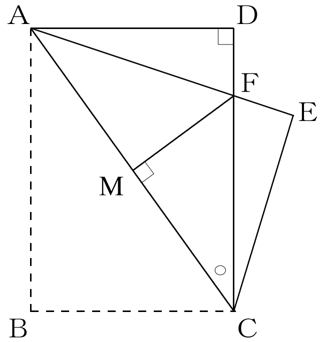
証明の問題では，数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道を立てて結論を導くことが大切です。しかし，仮定から結論まで筋道の通った証明が書けない場合には，結論から逆をたどって，見通しを持ちながら証明を考えることも有効な手段です。日頃の学習では，根拠を明らかにして論理的な証明を書くように心掛けてください。

(2)【解答例】　△ＡＣＤにおいて，三平方の定理より，

$12^2+(12\sqrt{2})^2=AC^2$

$AC^2=432$

$AC>0$だから，$AC=12\sqrt{3}$



ここで，点Ｆから線分ＡＣに垂線を下ろし，線分ＡＣとの交点をＭとすると，△ＡＣＦが二等辺三角形であることから点Ｍは線分ＡＣの中点である。

よって，　$CM=6\sqrt{3}$

また，△ＡＣＤと△ＦＣＭは，２組の角がそれぞれ等しいので，

△ＡＣＤ∽△ＦＣＭ

よって，　ＣＤ：ＣＭ＝ＣＡ：ＣＦ

$12\sqrt{2}:6\sqrt{3}=12\sqrt{3}:CF$

$CF=9\sqrt{2}$

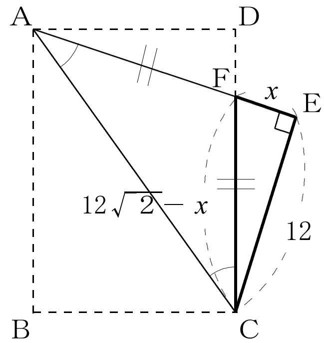
したがって，　ＥＦ＝ＤＦ

＝ＣＤ－ＣＦ

$=12\sqrt{2}-9\sqrt{2}$

$=\underline{3\sqrt{2}\text{cm}}$

（別解）　求める線分ＥＦの長さをxとおくと，線分ＡＦは$12\sqrt{2}-x$と表せる。



また，△ＡＣＦはＡＦ＝ＦＣの二等辺三角形であるから，

$AF=FC=12\sqrt{2}-x$

△ＣＥＦにおいて，三平方の定理より，

$x^2+12^2=(12\sqrt{2}-x)^2$

ここで，$(12\sqrt{2}-x)^2$は$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$において，$a=12\sqrt{2}$，$b=x$であるとすると

$x^2+144=288-24\sqrt{2}x+x^2$

$24\sqrt{2}x=144$

$x=\underline{3\sqrt{2}\text{ cm}}$

【解説】　この問題は，三平方の定理や相似な図形の性質を利用して，線分の長さを求める問題です。正答率は13.4％で，無答率は35.9％でした。ポイントは，二等辺三角形ＡＦＣの頂点から高さＦＭをひくことによってできた△ＦＣＭが，△ＡＣＤと相似であることに気付けるかどうかです。２つの相似な三角形の辺の比を用いて線分ＣＦが求められれば，線分ＥＦは線分ＤＦと長さが等しいので、線分ＣＤの長さから線分ＣＦの長さをひいて求めることができます。別解には，△ＣＥＦが直角三角形であることに着目し，線分ＥＦの長さを x とおいて，三平方の定理を用いて立式し，方程式を解く方法があります。

(3)【解答例】　線分ＡＣ，ＤＢで折っているので，

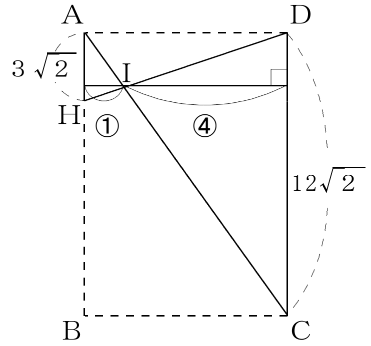
$\mathrm{AH} = 3\sqrt{2}$

また，△ＡＨＩにおいて，線分ＡＨを底辺とみたときの高さを h とすると，図のように，

ＡＨ：ＣＤ＝１：４

であるから，

$$h = 12 \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5}$$



よって，△ＡＨＩの面積は，

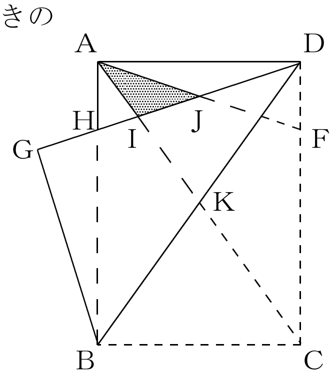
$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{12}{5} = \frac{18\sqrt{2}}{5}$$

交点Ｊは線分ＤＨの中点で，線分ＡＨを底辺とみたときの△ＡＨＪの面積は，

$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6 = 9\sqrt{2}$$

したがって，△ＡＩＪの面積は，

$$9\sqrt{2} - \frac{18\sqrt{2}}{5} = \frac{27\sqrt{2}}{5} \text{ cm}^2$$



【解説】　この問題は，相似な図形の性質を利用して，△ＡＩＪの面積を求める問題です。正答率は1.5%でした。解答には，面積の値だけではなく，どのように考えたのかを説明する必要があります。ポイントは，△ＡＨＩと△ＣＤＩの相似比が１：４であることに気付き，△ＡＨＩの高さを求めることができるかどうかです。△ＡＨＪの面積から△ＡＨＩの面積を引けば△ＡＩＪの面積が求められるという見通しが立てられれば，正答にたどり着けます。解答には，上記の解答例の他に，面積比を用いて求めたものもありました。△ＡＨＩ，△ＡＩＪ，△ＡＪＤはともに高さが等しいので，それぞれの面積比は，底辺の比であるＨＩ：ＩＪ：ＪＤになります。△ＡＨＤの面積を底辺の比により分割すれば，△ＡＩＪの面積は求められます。ＨＪ：ＪＤは線対称の関係から，１：１になります。次に，ＨＩ：ＩＪは，線分ＪＫを結び△ＡＨＩと△ＫＪＩの相似比から，ＨＩ：ＩＪ＝２：３が求められます。