平成28年度学力検査問題解説（数学）

［総合所見］

中学校における平素の学習や授業を重視し、中学校で学ぶ数学の内容の中から、全領域にわたるように出題しました。

出題方針

① 数学の基礎的な知識及び技能をみる問題について、広範囲にわたって出題するように努める。

② 数学的活動を通して、数学的な表現や処理をする能力、事象を数理的に考察する能力、数学的な見方や考え方を活用する能力をみる問題を出題するように努める。

③ 「数と式」、「図形」、「関数」及び「資料の活用」に関する内容について総合的に活用する能力をみるように努める。

④ 図形についての操作や作図を重視し、図形に対する直観的な見方や考え方と論理的に考察する力をみるように配慮する。

出題方針を踏まえて、基礎的・基本的な知識及び技能に加え、数学的活動を通して事象を数理的に考察する能力、数学的な表現や処理をする能力、数学的な見方や考え方を活用する能力をみることを重視しました。そして、受検生がどのように考え、判断し、表現するかをみるために大問を４題、小問を21問としました。

各大問における小問の出題数については、問題１では小問を12題として、広い範囲から基礎的・基本的な問題を出題しました。問題２では小問を４題として、「図形」及び「資料の活用」から総合的な問題を出題しました。問題３では小問を２題、問題４では小問を３題出題しました。

内容については、問題１(11)において、日常生活でのできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。また、問題２(4)では、正四面体を切断してできた立体を考察して、三角錐の体積を求めることができるかをみる問題としました。さらに、問題４(3)では、底辺と高さが等しい三角形を見いだして、点Ｐの座標を求めることができるかをみる問題としました。

結果の概要及び各問題の出題のねらい等については、次のとおりです。

○問題１　中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとしました。

特に、(11)は日常生活でのできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。

○問題２　「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとしました。

特に、(4)は「図形」に関する問題で、正四面体を切断してできた立体を考察して、三角錐の体積を求めることができるかをみる問題としました。

○問題３　平面図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとしました。

○問題４　関数 $y = ax^2$ のグラフや点の座標から、直線の式や面積を求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとしました。

特に、(3)は底辺と高さが等しい三角形を見いだして、点Ｐの座標を求めることができるかをみる問題としました。

（注意）ここでの正答率は、一部正答を含めたものになっています。

問題１

問題１は，中学校数学科の各領域に関する問題で，基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとしました。

特に，(11)は日常生活でのできごとを数学と結び付けて考察したり処理したりすることができるかをみる問題としました。

1　次の各問に答えなさい。(50点)

(1)　$6a \times (-3)$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$6a \times (-3) = \underline{-18a}$

【解説】　数と式（１年　文字を用いた式）の内容で，正答率は95.6%でした。基礎的な文字式の計算を確実にできるようにしましょう。

(2)　$5 + (-14) \div 7$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$5 + (-14) \div 7 = 5 - 2 = \underline{3}$

【解説】　数と式（１年　正の数・負の数）の内容で，正答率は97.3%でした。誤答には$-\dfrac{9}{7}$ がありました。これは，$5 + (-14)$ を先に計算して-9とし，それを７でわったものと思われます。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束を確実に身に付けましょう。

(3)　$\sqrt{12} + 8\sqrt{3}$ を計算しなさい。（４点）

【解答】　$\sqrt{12} + 8\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = \underline{10\sqrt{3}}$

【解説】　数と式（３年　平方根）の内容で，正答率は95.8%でした。平方根の意味を理解し，根号を含む計算を確実にできるようにしましょう。

(4)　$x = 12$ のとき，$x^2 - 7x + 10$ の値を求めなさい。（４点）

【解答】　$x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$

xに12を代入すると，$(12-2)(12-5) = 10 \times 7 = \underline{70}$

【解説】　数と式（３年　式の展開と因数分解）の内容で，正答率は90.8%でした。この問題は，与えられた式を因数分解して，そこに $x = 12$を代入すると式の値が求められます。誤答には，途中の計算を間違えたと思われるものがありました。式の値は，直接与えられた式にxの値を代入しても求められますが，因数分解をするなど与えられた式を変形してから，x の値を代入すると，計算が簡単になる場合があります。

(5)　２次方程式　$3x^2 + 4x - 1 = 0$　を解きなさい。（４点）

【解答】　$x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} = \dfrac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{6} = \underline{\dfrac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}}$

【解説】　数と式（３年　２次方程式）の内容で，正答率は72.4%でした。この２次方程式は，解の公式を用いて解きます。誤答には，約分を間違えたと思われるものが多くありました。また、解の公式を正しく理解していないものや，代入の仕方を間違えたと思われるものがありました。２次方程式の解き方を確実に理解して，様々な問題を解くことができるようにしましょう。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} 2x-3y=-4 \\ -x+2y=3 \end{cases}$ を解きなさい。（４点）

【解答】 $\begin{cases} 2x-3y=-4 & \cdots① \\ -x+2y=3 & \cdots② \end{cases}$

①に，②を２倍した $-2x+4y=6$ を加えると

$$\begin{array}{rr} & 2x-3y=-4 \\ +) & -2x+4y=6 \\ \hline & y=2 \quad \cdots③ \end{array}$$

③を②に代入すると，$-x+4=3$

$x=1$

したがって，　$x=1$，$y=2$

【解説】 数と式（２年　連立方程式）の内容で，正答率は90.1％でした。誤答には，y を求めたあと，x を求めるときに移項を間違えたと思われるものが多くありました。求めた解を，もとの方程式に代入して，等号が成り立つかどうかを確認しましょう。

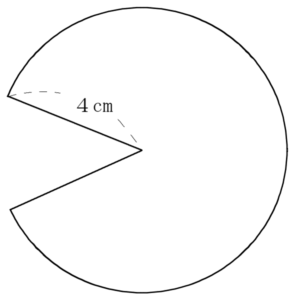
(7)　関数 $y=3x^2$ で，x の値が１から３まで増加するときの変化の割合を求めなさい。（４点）

【解答】 x の値が１から３まで増加するとき，y は３から27まで増加する。

よって，変化の割合は，$\dfrac{27-3}{3-1}=12$

【解説】 関数（３年　関数 $y=ax^2$）の内容で，正答率は75.8％でした。変化の割合は，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求められます。この考え方は，平均の速さなど様々な場面で用いるので，確実に理解しましょう。

(8)　右の図のように，半径４㎝，弧の長さ 7π ㎝のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積を求めなさい。（４点）



【解答】 半径４㎝の円周の長さは，8π ㎝であるから，このおうぎ形は円全体の $\dfrac{7}{8}$ となる。

よって，おうぎ形の面積Sは，

$$S=4^2\times\pi\times\frac{7}{8}=14\pi\ \text{cm}^2$$

【解説】 図形（１年　平面図形）の内容で，正答率は48.9％でした。おうぎ形についての理解を深め，弧の長さや面積を求めることができるようにしましょう。

(9) $\dfrac{60}{2n+1}$ が整数となるような自然数 n を**すべて**求めなさい。(４点)

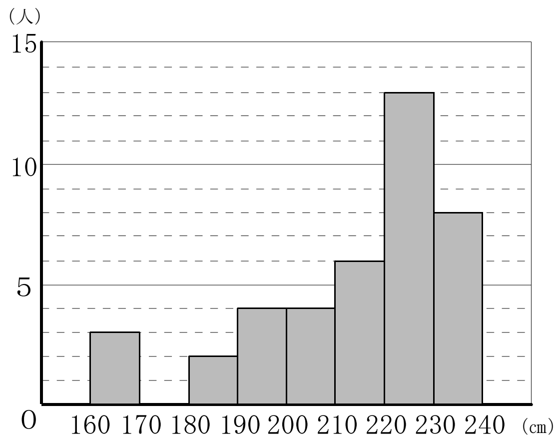
【解答】 自然数 n を用いて表された $\dfrac{60}{2n+1}$ が整数となるのは，分母が60の約数で，かつ３以上の奇数のときだから，３，５，15の３通りある。

このときの n は １，２，７

【解説】 数と式（２年　文字を用いた式の利用）の内容で，正答率は55.9%でした。誤答には，３つすべてを解答できなかったものがありました。$\dfrac{60}{2n+1}$ が整数となる場合はどういうときかを考え，n が自然数であることに注意して，もれなく数え上げられるようにしましょう。

(10) 右の図は，ある中学校の男子生徒40人の立ち幅とびの記録を，ヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは，例えば，立ち幅とびの記録が160cm以上170cm未満の男子生徒が３人いることを表しています。なお，男子生徒40人の平均値は214cmです。

このヒストグラムからわかることとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中から**２つ**選び，その記号を書きなさい。(５点)



ア 階級の幅は５cmである。
イ 立ち幅とびの記録の分布の範囲は80cmより大きい。
ウ 度数が２である階級の階級値は185cmである。
エ 最頻値は平均値よりも小さい。
オ 中央値が含まれる階級の相対度数は0.325である。

【解答】 このヒストグラムの階級の幅は10cmであるので，**ア**は誤り。また，立ち幅とびの記録の分布の範囲は，160cm以上240cm未満の範囲にあるので，**イ**も誤り。度数が２である階級は180cm以上190cm未満のみで，その階級値は185cmであるから，**ウ**は正しい。
最頻値は220cm以上230cm未満の階級値であるから，最頻値は平均値より大きく，**エ**は誤り。
20番目と21番目の生徒は220cm以上230cm未満の階級に含まれるので，その相対度数は13÷40＝0.325 であるから，**オ**は正しい。したがって，正答は **ウとオ**

【解説】 資料の活用（１年　資料の散らばりと代表値）の内容で，正答率は55.6%でした。誤答には，**イ**を選んだものが多くありました。ヒストグラムや代表値について，理解を深めましょう。

(11)　花子さんは，ドーナツ店にドーナツを買いに行きました。次の①，②に答えなさい。
ただし，消費税は考えないものとします。

①　花子さんが持っているお金で，チョコレートドーナツを29個買うと410円余りますが，33個買うには30円たりません。チョコレートドーナツ１個の値段はいくらですか。チョコレートドーナツ１個の値段を x 円として方程式をつくり，答えを求めなさい。（４点）

②　花子さんは，ハニードーナツを買うことにしました。ハニードーナツは１個100円で販売されていますが，箱入りでも販売されています。１箱には６個入っていて，値段は550円です。また，３箱買うごとに，おまけとしてハニードーナツが１個もらえます。
　おまけのハニードーナツを含めてちょうど40個持ち帰るには，いくら支払えばよいですか。最も安い金額を，途中の説明も書いて求めなさい。（５点）

①【解答】 チョコレートドーナツ１個の値段を x 円として，花子さんが持っているお金についての方程式をつくると　　$29x+410=33x-30$
　これを解くと，$x=110$
よって，110円

【解説】 数と式（１年　一次方程式）の内容で，正答率は62.3％でした。誤答には，「余る」「たりない」という状況を立式できていないものが多くありました。また，解く過程では，移項を間違えたと思われるものが多くありました。

②【解答例】　ハニードーナツは，箱で買うほうが１個あたりの値段が安いので，まず，箱で買うことを考える。ハニードーナツは１箱に６個入っているので，６箱買うと36個得られ，おまけで２個もらえる。残り２個を１個単位で買うと，代金は，
$550\times6+100\times2=$3500円

【解説】この問題は，ハニードーナツ１個あたりの値段に注目して，最も安い金額を求める問題です。正答率は54.7％でした。誤答には，答えのみで途中の説明がないものがありました。日頃より，自分の言葉で説明するように努めましょう。

問題２

問題２は，「図形」及び「資料の活用」に関する問題で，数学的な知識及び技能，数学的な見方や考え方を活用することができるかをみるために出題しました。

2　次の各問に答えなさい。(20点)

(1) 袋の中に，赤玉が１個，青玉が２個，白玉が３個入っています。この袋の中から，同時に２個の玉を取り出すとき，少なくとも１個は白玉である確率を求めなさい。

ただし，袋の中は見えないものとし，どの玉の取り出し方も同様に確からしいものとします。

（５点）

【解答】　６個の玉が入っている袋の中から同時に２個の玉を取り出す取り出し方は，全部で15通りある。このうち，白玉が１個も入っていない場合は，２個とも青玉か，赤玉と青玉が１個ずつの場合である。

２個の青玉を a，b とすると，ab，赤 a，赤 b の３通りあるので，白玉が１個も入っていない確率は $\dfrac{3}{15}$

したがって，少なくとも１個は白玉である確率は，

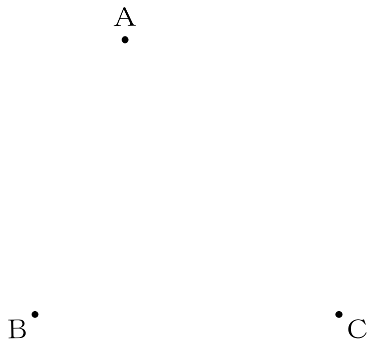
$$1-\frac{3}{15}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$$

【解説】　資料の活用（２年　確率）の内容で，正答率は51.0%でした。すべてが起こることがらの確率１から，あることがらが起こらない確率を引いて求める問題です。袋の中から同時に２個の玉を取り出すとき，「少なくとも１個が白玉」の場合は，２個とも白玉か，１個が白玉で，もう１個が赤玉か青玉の場合です。つまり，２個とも色がついた玉（赤または青）にはならない場合と同じことです。したがって，すべてが起こることがらの確率１から，２個とも青玉か，赤玉と青玉が１個ずつの場合の確率を引いて求めることができます。

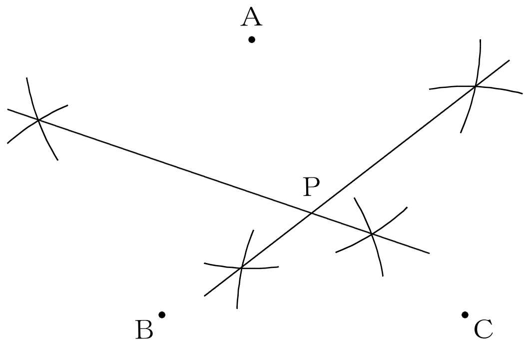
誤答には，袋の中に６個の玉があり，そのうち３個が白玉であると考えて，$\dfrac{1}{2}$ としたものや，起こりうる場合が｛赤，青｝｛赤，白｝｛青，白｝｛青，青｝｛白，白｝の５通りあり，そのうち，白が含まれる場合は３通りあると考えて，$\dfrac{3}{5}$ としたものが多くありました。樹形図や表を用いて，起こりうるすべての場合をもれなく数え上げられるようにしましょう。

(2) 下の図のように，３点Ａ，Ｂ，Ｃがあります。この３点から等しい距離にある点Ｐを，コンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。（５点）



【解答例】

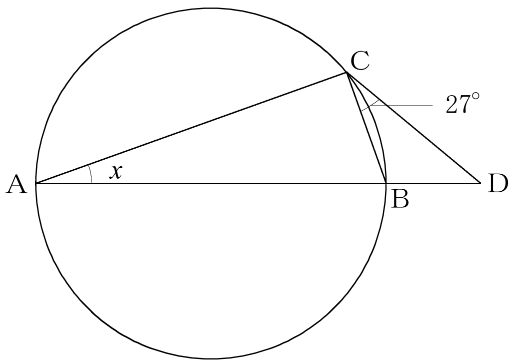


【解説】　この問題は，「２点Ａ，Ｂからの距離が等しい点は，線分ＡＢの垂直二等分線上にある」ことを使って，作図する問題です。正答率は74.8%でした。なお，点Ｐは３点Ａ，Ｂ，Ｃから等しい距離にあるので，点Ｐを中心として３点Ａ，Ｂ，Ｃを通る円がかけます。

誤答には，３点Ａ，Ｂ，Ｃから角をつくり，その角の二等分線の交点を点Ｐとしたものがありました。図形の性質と作図方法について，整理しておきましょう。

(3)　右の図のように，ＡＢを直径とする円の周上に点Ｃをとり，直径ＡＢをＢの方に延長した直線上に点Ｄをとります。

ＣＤ＝ $\frac{1}{2}$ ＡＢ，∠ＢＣＤ＝27° のとき，∠ＣＡＢの大きさ x を求めなさい。（５点）



【解答例】ＡＢを直径とする円の中心をＯとし，２点Ｏ，Ｃを結ぶと，△ＯＡＣは二等辺三角形で，その外角∠ＣＯＤは２ x と表せる。

また，ＣＤ＝ $\frac{1}{2}$ ＡＢより，

ＣＤ＝ＯＣ

であるから，△ＣＯＤも二等辺三角形で

∠ＣＯＤ＝∠ＣＤＯ＝２ x

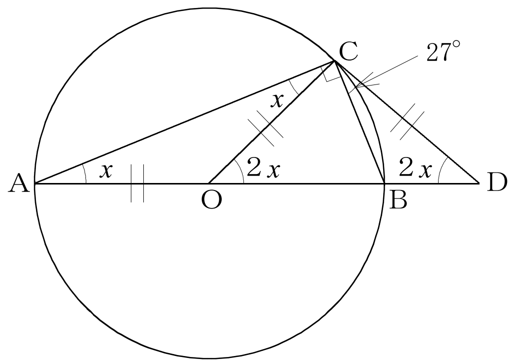
となる。ここで，円周角の定理より

∠ＡＣＢ＝90°

よって，△ＣＡＤにおいて，

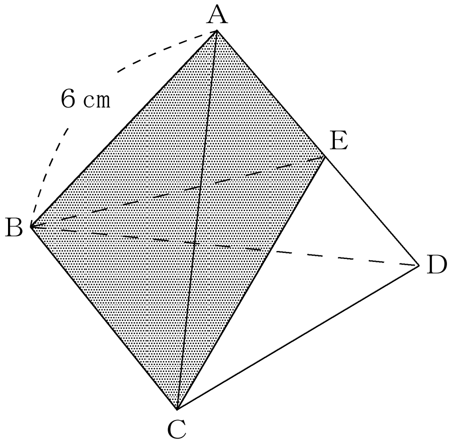
x ＋２ x ＋90° ＋27° ＝180°

これを解くと，　x ＝ 21°



【解説】　図形（２年　三角形と四角形，３年　円周角）の内容で，正答率は8.8%でした。ＡＢが円の直径であることから，円の中心をＯとして２点Ｏ，Ｃを結ぶと，２つの二等辺三角形を見いだすことができます。二等辺三角形の底角は等しいことと，円周角の定理より∠ＡＣＢ＝90° であることから，△ＣＡＤのそれぞれの角の角度について，方程式が立てられます。誤答には，線分ＣＤを根拠なく円の接線ととらえ，27° としたものがありました。図形の性質を生かすような補助線を引いてみましょう。

(4) 下の図のように，すべての辺の長さが６㎝の正四面体ＡＢＣＤがあり，辺ＡＤの中点をＥとします。この正四面体を３点Ｂ，Ｃ，Ｅを通る平面で切ったとき，三角錐ＡＢＣＥの体積を求めなさい。（５点）



【解答例】　正四面体のすべての面は正三角形であるので，

△ＡＣＥにおいて，ＡＥ：ＣＥ＝１：$\sqrt{3}$より

　３：ＣＥ＝１：$\sqrt{3}$

よって，ＣＥ＝$3\sqrt{3}$

△ＡＢＥにおいても，同様にして，

　ＢＥ＝$3\sqrt{3}$

次に，△ＥＢＣはＥＢ＝ＥＣの二等辺三角形だから，

頂点Ｅから垂線をひくと，辺ＢＣの中点で交わる。

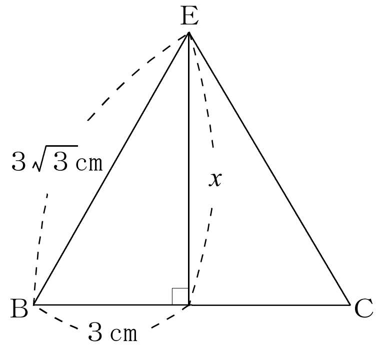
この垂線の長さをxとすると，三平方の定理より，

$$3^2+x^2=(3\sqrt{3})^2$$

これを解くと，$x=3\sqrt{2}$

また，∠ＡＥＣ＝∠ＡＥＢ＝90°より，

辺ＡＤは面ＢＣＥに垂直であるから，三角錐ＡＢＣＥにおいて，△ＢＣＥを底面としたとき，高さはＡＥである。



したがって，三角錐ＡＢＣＥの体積は，

$$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{EBC}\times\mathrm{AE} = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{2}\times 3$$
$$= 9\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^3$$

【解説】　この問題は，正四面体を切断してできた立体を考えて，三角錐の体積を求めることができるかをみる問題です。正四面体の１つの面が正三角形であることに着目して，切断した面と辺ＡＤが垂直になることと，切断した面が二等辺三角形になることから，切断した立体の体積を求めることができます。正答率は6.1％でした。

誤答には，△ＥＢＣを正三角形ととらえたものや，無理に公式を適用しようとしたと思われるものが多くありました。日頃より，立体をいろいろな方向から見る習慣をつけましょう。

問題３

問題３は，平面図形についての観察，操作や実験などの活動を通して，図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみるために出題しました。

3　ＡＢ＝６cm，ＢＣ＝９cmの長方形ＡＢＣＤがあります。図１のように，点Ｃが点Ａに重なるように折ったとき，折り目の線をＥＦとし，点Ｄの移った点をＧとします。

このとき，次の各問に答えなさい。(13点)

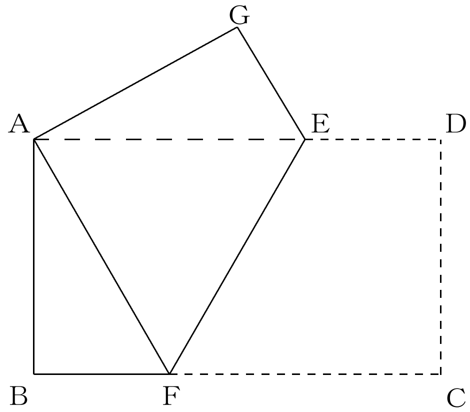


図１

(1)　ＢＦ＝ＧＥであることを証明しなさい。(７点)

(2)　図２のように，もとの長方形ＡＢＣＤに戻して，線分ＢＤ，ＡＦ，ＥＦをかきます。線分ＢＤと線分ＡＦ，ＥＦとの交点をそれぞれＨ，Ｉとするとき，△ＡＥＨと△ＥＨＩの面積の比を求めなさい。(６点)

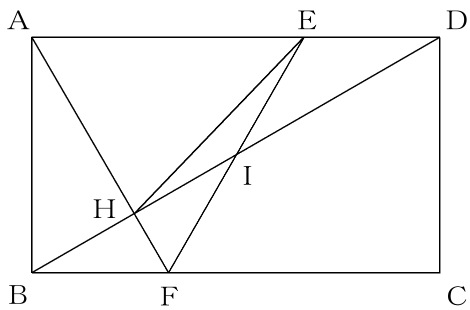
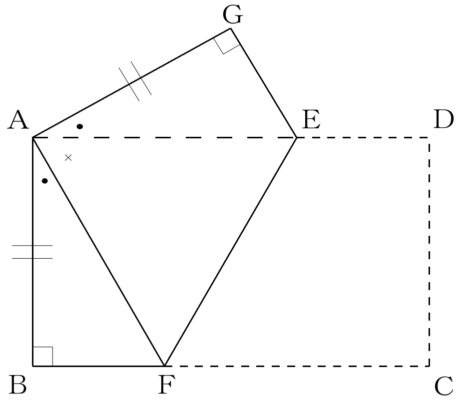


図２

(1)【解答例】　△ＡＢＦと△ＡＧＥにおいて，
四角形ＡＢＣＤは長方形だから，
　ＡＢ＝ＡＧ…①
　∠ＡＢＦ＝∠ＡＧＥ＝90°…②
また，
　∠ＢＡＦ＝90°－∠ＥＡＦ…③
　∠ＧＡＥ＝90°－∠ＥＡＦ…④
③，④から，
　∠ＢＡＦ＝∠ＧＡＥ…⑤
①，②，⑤から，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
　△ＡＢＦ≡△ＡＧＥ
したがって，ＢＦ＝ＧＥ



【解説】　この問題は，△ＡＢＦと△ＡＧＥが合同であることを示して，ＢＦ＝ＧＥを証明する問題です。正答率は41.5％で，無答率は16.7％でした。ポイントは，長方形を折る操作からわかることをきちんと記述できるかどうかです。△ＡＢＦと△ＡＧＥにおいて，長方形ＡＢＣＤを折っていることから，ＡＢ＝ＡＧと∠ＡＢＦ＝∠ＡＧＥ＝90°が分かります。ここで，どの合同条件を使うか悩みますが，図形の性質や長方形を折る操作からわかることを見つけます。この問題では，点Ｃが点Ａに重なったところに注目すると，∠ＢＡＥと∠ＧＡＦが90°であることや∠ＥＡＦが重なっていることがわかります。このことから，90°からともに共通する∠ＥＡＦをひくことを，90°－∠ＥＡＦと式にあらわして，∠ＢＡＦ＝∠ＧＡＥを導きます。

他には，△ＡＦＥが二等辺三角形であることを示して，長方形ＡＢＣＤの辺ＡＤと辺ＢＣからそれぞれＡＥ，ＦＣを引いて，ＢＦ＝ＧＥ（ＥＤ）を導く方法があります。誤答には，無理に，直角三角形の合同条件を使って証明しようとしたものがありました。直角三角形の合同条件を用いるには，斜辺の長さが等しいことが条件の一つとなります。しかし，それぞれの三角形の斜辺にあたるＡＥとＡＦの長さが等しいことを使うには，△ＡＦＥが二等辺三角形であることを示す必要があります。

(2)【解答例】　ＢＦ＝xとすると，

ＦＣ＝ＡＦ＝ＡＥ＝９－x

△ＡＢＦにおいて，三平方の定理より，

$6^2 + x^2 = (9 - x)^2$

これを解くと，$x = \frac{5}{2}$

ＡＤ∥ＢＣより，

ＡＨ：ＦＨ＝ＡＤ：ＦＢ＝９：$\frac{5}{2}$ ＝18：５

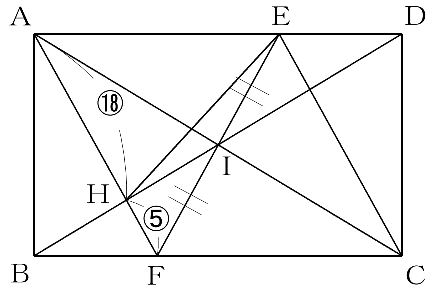
よって，△ＡＥＨ：△ＨＥＦ＝18：５

また，四角形ＡＦＣＥは平行四辺形であるから，

Ｉは対角線の交点で，ＥＩ：ＩＦ＝１：１

よって，△ＩＥＨ＝△ＩＨＦ

したがって，△ＡＥＨ：△ＥＨＩ＝△ＡＥＨ：$\frac{1}{2}$△ＨＥＦ＝ 36：５



【解説】　この問題のポイントは，三角形の面積を求めてから比で表すのではなく，三角形の面積を求めるのに用いる底辺や高さの長さに着目することです。それぞれの長さは，三平方の定理や相似比などを使って求められます。正答率は0.6％でした。

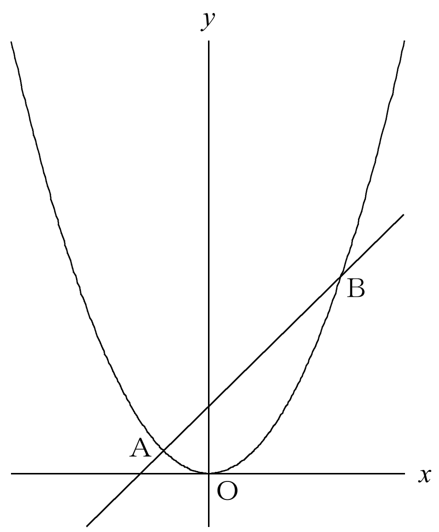
このように，「三角形の面積の比を求める」という結論から逆をたどって，見通しをもって考えることは，数学の問題を解くのにとても有効な手段です。

問題４

問題４は，関数 $y = ax^2$ のグラフや点の座標から，直線の式や面積を求めることを通して，図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとしました。特に，（３）は，底辺と高さが等しい三角形を見いだして，点Ｐの座標を求めることができるかをみる問題としました。

4 右の図で，曲線は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が－１，３である２点Ａ，Ｂをとります。

このとき，次の各問に答えなさい。(17点)



(1) 直線ＡＢの式を求めなさい。(５点)

(2) y 軸を対称の軸として点Ｂと線対称である点Ｃをとり，四角形ＣＡＯＢをつくります。この四角形ＣＡＯＢの面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを１㎝とします。(５点)

(3) 曲線上を，x 座標が $x < -1$ の範囲で動く点Ｐを考えます。△ＰＡＢと△ＰＯＢの面積が等しくなるとき，点Ｐの座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。(７点)

(1)【解答例】　A（－１，$\frac{1}{2}$），B（３，$\frac{9}{2}$）より，

直線の傾きは，$\dfrac{\frac{9}{2}-\frac{1}{2}}{3-(-1)}=1$

求める直線の式を $y=x+b$ とおくと，直線は点A（－１，$\frac{1}{2}$）を通るので，

$\frac{1}{2}=(-1)+b$

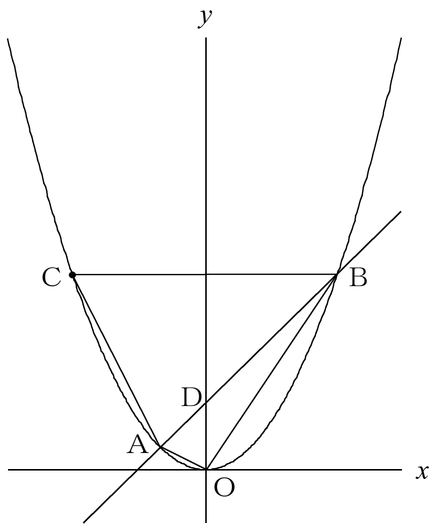
$b=\frac{3}{2}$

よって，$y=x+\frac{3}{2}$

【解説】　この問題は，座標平面上の２点を通る直線の式を求める問題です。正答率は49.9％でした。２点A，Bは，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点なので，それぞれの y 座標が求められます。解答例のように，傾きを求めてから y 切片を求める方法の他には，直線の式 $y=ax+b$ に２点A，Bの座標を代入して，連立方程式を解く方法もあります。

グラフの傾きや y 切片から，a，b の符号など計算結果が正しいかどうかを判断できるとよいでしょう。

(2)【解答例】　y 軸に関して点Ｂと線対称な点Ｃは曲線上にあり，座標は，$\left(-3,\ \frac{9}{2}\right)$ である。



求める四角形ＣＡＯＢは，直線ＡＢで△ＡＢＣと△ＯＡＢに分けられる。

△ＡＢＣは，ＢＣを底辺とみると

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= 12$$

また，△ＯＡＢは，直線ＡＢと y 軸との交点をＤとすると，

△ＯＡＢ＝△ＯＤＢ＋△ＯＤＡ

よって，

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 1 = 3$$

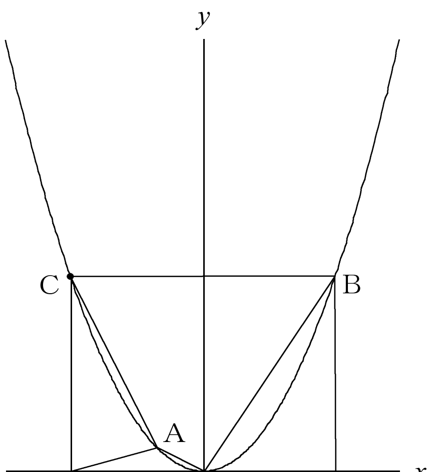
したがって，四角形ＣＡＯＢ＝△ＡＢＣ＋△ＯＡＢ

＝12＋３

＝15 cm^2

【解説】　この問題は，四角形を２つの三角形に分けて面積を求める問題です。正答率は17.5%でした。ポイントは，求める四角形が長方形や平行四辺形のように公式を使って面積が求められないので，２つの三角形に分けて考えることです。また，点Ｃは，y 軸を対称の軸として点Ｂと線対称な位置にあるので，関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあります。分けた三角形の底辺と高さを上手に見つけられると計算は簡単なものになります。

別解には，下の図のように，点Ｃ，Ｂから x 軸に垂線を下ろして，その交点をそれぞれＥ，Ｆとし，求める四角形を囲む長方形ＣＥＦＢをつくり，この長方形から△ＣＥＡと△ＡＥＯ，△ＯＦＢの面積を引いて，四角形ＣＡＯＢの面積を求める方法があります。



(3)【解答例】　△ＰＡＢと△ＰＯＢの面積が等しくなるのは，ＯＡ∥ＢＰのときだから，直線ＯＡの傾きと直線ＢＰの傾きは等しい。

直線ＯＡの傾きは，$\dfrac{0-\dfrac{1}{2}}{0-(-1)}=-\dfrac{1}{2}$

で，直線ＢＰは点Ｂ（３，$\dfrac{9}{2}$）を通るので，

直線ＢＰの式は，$y=-\dfrac{1}{2}x+6$

また，点Ｐの座標を（t，$\dfrac{1}{2}t^2$）とすると，

点Ｐは直線ＢＰ上の点だから，

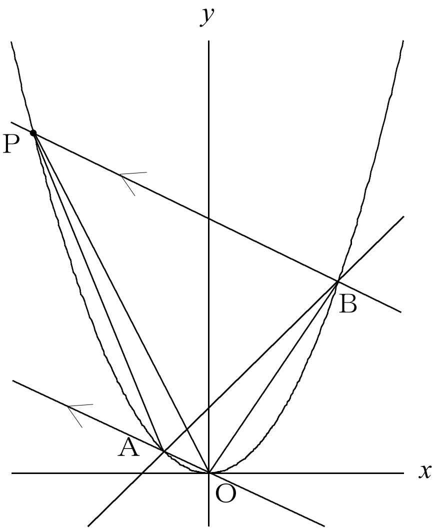
$$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t+6$$

$$t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)=0$$

$t<-1$ より，　$t=-4$

したがって，点Ｐの座標は，（－４，８）



【解説】　この問題は，等積変形の考え方を用いて，２つの三角形の面積が等しくなる点Ｐの座標を求める問題です。正答率は4.5%でした。解答には，点Ｐの座標だけではなく，どのように求めたのかを説明する必要があります。ポイントは，△ＰＡＢと△ＰＯＢに共通する辺ＰＢを底辺ととらえることができるかどうかです。点Ｐの条件として，x座標が $x<-1$ の範囲にあることに注意して，グラフに点Ｐの大まかな位置を書き入れましょう。このとき，(2) の点Ｃの位置を手がかりに，点Ｐが点Ｃより上にあるという見通しが立てられれば，等積変形のイメージがつかめます。

別解には，直線ＰＢと y 軸との交点を点Ｑとして，点Ａから y 軸に平行な直線をひいて直線ＰＢとの交点を点Ｒとし，平行四辺形ＲＡＯＱを考えて求めたものもありました。いずれも，ＯＡ∥ＢＰになることが関係しています。