平成26年度学力検査問題解説（数学）

［総合所見］

中学校における平素の学習や授業を重視し、中学校で学ぶ数学の内容の中から、全領域にわたるように出題しました。

出題の方針
①　数学の基礎的な知識及び技能をみる問題について､広範囲にわたって出題するように努めた。 ②　数学的活動を通して、数学的な表現や処理をする能力、事象を数理的に考察する能力、数学的な見方や考え方を活用する能力をみる問題を出題するように努めた。 ③　「数と式」､「図形」､「関数」及び「資料の活用」に関する内容について総合的に活用する能力をみるように努めた。 ④　図形についての操作や作図を重視し、図形に対する直観的な見方や考え方と論理的に考察する力をみるように配慮した。

出題の方針を踏まえて、単なる計算などの能力をみるのではなく、数学的活動を通して事象を数理的に考察する能力、表現や処理の仕方、数学的な見方や考え方を活用する能力をみることを重視しました。そして、受検生がどのように考え、判断し、表現するかをみるために大問題を４題、小問題を分題を含めて21問としました。

各大問題における小問題の出題数については、問題１では小問題の分題を含めて12題として、広い範囲から基礎的・基本的な問題を出題しました。問題２では小問題を４題として「図形」及び「資料の活用」から総合的な問題を出題しました。問題３では小問題を２題、問題４では小問題を３題出題しました。

内容については、問題１(11)において、文字を用いて処理することや考察することのよさに気付くとともに、基礎的・基本的な力を日常の身近な場面で生かすことができるかをみる問題としました。また、問題２(4)では、補助線を引いて相似な図形における辺の比から半径を見いだし、球の体積を求めることができるかをみる問題としました。さらに、問題４(3)では、直角二等辺三角形の性質や三平方の定理を利用しながら、三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

結果の概要及び各問題の出題のねらい等については、次のとおりです。

○問題１　中学校数学の各領域から基礎的・基本的な内容を取り上げ、それらが確実に身に付いているかをみるために出題しました。

特に、(11)では文字を用いて処理することや考察することのよさに気付くとともに、基礎的・基本的な力を日常の身近な場面で生かすことができるかをみる問題としました。

○問題２　「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、具体的な操作を通して問題を解決することができるか、数学的な知識・理解を総合的に活用することができるかをみるために出題しました。特に、(4)では、補助線を引いて相似な図形における辺の比から半径を見いだし、球の体積を求めることができるかをみる問題としました。

○問題３　関数 $y = ax^2$ のグラフに関する問題で、直線の式や交点の座標を求めていくなかで、関数と図形の知識を関連させて総合的に考えることができるかをみるために出題しました。

○問題４　図形に対する興味や関心が高まるように、実際に正方形の紙を折る問題で、図形の角度や面積の求め方、合同な三角形に関する知識・理解や技能を総合的に活用することができるかをみるために出題しました。特に、(3)では直角二等辺三角形の性質や三平方の定理を利用しながら、三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

（注意）ここでの正答率は、一部正答を含めたものになっています。

問題１

問題１は，中学校数学の各領域から基礎的・基本的な内容を取り上げ，それらが確実に身に付いているかをみるために出題しました。

特に，(11)では文字を用いて処理することや考察することのよさに気付くとともに，基礎的・基本的な力を日常の身近な場面で生かすことができるかをみる問題としました。

1　次の各問に答えなさい。(50点)

(1)　$9a-5a$　を計算しなさい。(４点)

【解答】　$9a-5a = \underline{4a}$

【解説】　数と式（１年　文字と式）の内容で，正答率は99.0％でした。基礎的な文字式の計算が確実にできるようにしましょう。

(2)　$12\div(-2)+1$　を計算しなさい。(４点)

【解答】　$12\div(-2)+1 = -6+1 = \underline{-5}$

【解説】　数と式（１年　正負の数）の内容で，正答率は95.4％でした。誤答には－12 がありました。これは，－２に１を加えて－１とし，それを割る数として12を割ったものと思われます。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束を確実に身に付けましょう。

(3)　$6\sqrt{7}-\sqrt{28}$ を計算しなさい。(４点)

【解答】　$6\sqrt{7}-\sqrt{28} = 6\sqrt{7}-2\sqrt{7} = \underline{4\sqrt{7}}$

【解説】　数と式（３年　平方根）の内容で，正答率は94.6％でした。根号を含む計算は毎年出題されています。根号の意味をきちんと理解して，確実に身に付けましょう。

(4)　$x=13$ のとき，$x^2-8x+15$　の値を求めなさい。(４点)

【解答】　$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)=(13-3)\times(13-5)=10\times8=\underline{80}$

【解説】　数と式（３年　式の計算の利用）の内容で，与えられた式を因数分解し，x の値を代入して式の値を求める問題です。正答率は85.2％でした。因数分解や途中の計算を間違ったと思われる誤答がありました。式の値が確実に求められるように，代入の計算の仕方をしっかりと身に付けましょう。

(5)　２次方程式　$5x^2-9x+3=0$　を解きなさい。(４点)

【解答】　$x=\dfrac{9\pm\sqrt{81-4\times5\times3}}{2\times5} = \underline{\dfrac{9\pm\sqrt{21}}{10}}$

【解説】　数と式（３年　２次方程式）の内容で，解の公式を用いて解く問題です。正答率は82.3％で，昨年度より1.1ポイント上がりました。誤答には，解の公式を正確に理解していないものや，代入の仕方を間違えたと思われるものがありました。２次方程式の解き方を確実に理解して，様々な問題を解けるようにしましょう。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ x+y=-1 \end{cases}$ を解きなさい。（４点）

【解答】　$\begin{cases} 3x-2y=7 \cdots ① \\ x+y=-1 \ \cdots ② \end{cases}$

①に②を２倍した $2x+2y=-2$ を加えます。

$$\begin{array}{rl} & 3x-2y=7 \\ +) & 2x+2y=-2 \\ \hline & 5x \qquad =5 \\ & \qquad x=1 \ \cdots ③ \end{array}$$

③を②へ代入して，

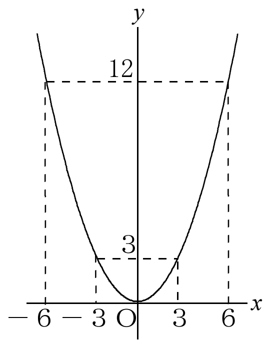
$1+y=-1$

$y=-2$

したがって，　$x=1$，$y=-2$

【解説】　数と式（２年　連立方程式）の内容で，正答率は87.0％でした。誤答には，$x=1$ を求めた後，y を求める際に移項を間違えたと思われる $y=2$ がありました。連立方程式の計算の手順を確実に理解しましょう。

(7)　右の図の曲線は，$y=ax^2$ のグラフです。
グラフから，a の値を求めなさい。（４点）



【解答】　グラフは点（３，３）を通るので，

$3=a\times 3^2$ より $9a=3$ 　よって，$a=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

【解説】　数量関係（３年　$y=ax^2$ のグラフ）の内容で，正答率は69.1％でした。誤答には，グラフから読み取った点を $y=ax^2$ の式に代入して，a について解く際に計算を間違えたと思われるものや，１次関数の変化の割合と間違えて $a=3$ としたものが多くありました。グラフ上の点を正しく読み取り，計算できるようにしましょう。

(8)　次の表は，あるクイズ大会に参加した40人全員の結果をまとめたものです。クイズの問題は，Ａ，Ｂ，Ｃの３問ありました。正解のときに与（あた）えられた得点は，Ａ，Ｂがそれぞれ１点，Ｃが３点で，正解のとき以外は，０点でした。３問のうち２問だけが正解だった人数を求めなさい。

（４点）

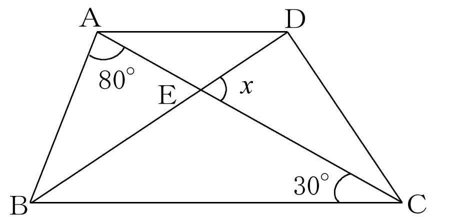
Ａ，Ｂ，Ｃの得点の合計（点）	0	1	2	3	4	5	計
人数（人）	0	3	5	9	15	8	40

【解答】　得点が１点は，ＡまたはＢが正解，　得点が２点は，ＡとＢが正解，
得点が３点は，Ｃが正解，　得点が４点は，ＡとＣまたはＢとＣが正解，
得点が５点は，ＡとＢとＣが正解とわかるので，
２問正解した人数は得点が２点と４点の合計となります。　よって，５＋15＝ 20 人

【解説】　資料の活用（１年　資料の活用）の内容で，正答率は70.8％でした。誤答には，２点の人数のみを答えた５人が多くありました。条件からＡとＣまたは，ＢとＣが正解だった得点４点もあてはまります。どのような場合が条件に合うのか，順序よく整理して調べる力を身に付けましょう。

(9)　右の図の四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ∥ ＢＣの台形であり，線分ＡＣとＤＢの交点をＥとします。

ＡＢ＝ＡＤ，∠ＢＡＣ＝80°，∠ＡＣＢ＝30° のとき，∠ＤＥＣの大きさxを求めなさい。（４点）



【解答】　ＡＤ∥ＢＣより，∠ＡＣＢ＝∠ＣＡＤ＝30°（錯角）

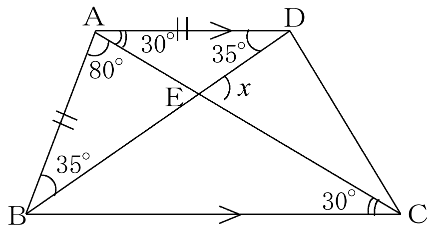
ＡＢ＝ＡＤより，△ＡＢＤは二等辺三角形だから，

∠ＡＤＢ＝（180° −∠ＤＡＢ）÷２

＝｛180° −（80° ＋30°）｝÷２

＝（180° −110°）÷２＝ 35°

よって，　x ＝30° ＋35° ＝ 65°

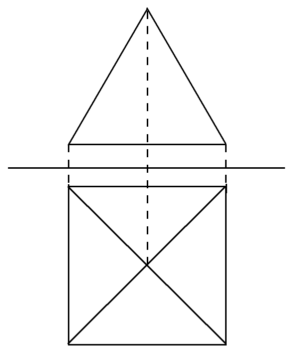


【解説】　図形（２年　平行線の性質）の内容で，正答率は47.3％でした。誤答には，60° と答えたものが多くありました。見た目から△ＡＤＥをＥＡ＝ＥＤの二等辺三角形ととらえ，計算したと思われます。三角形の内角や外角の性質など図形の基本的な性質を理解し，問題の解決に活用できるようにしましょう。

(10)　右の図は，正四角錐（せいしかくすい）の投影図です。この正四角錐の立面図は，１辺の長さが６cmの正三角形です。この正四角錐の体積を求めなさい。（５点）

（立面図）

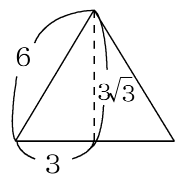
（平面図）



【解答】　この正四角錐の立面図は，正三角形なので，右図のような辺の長さになります。

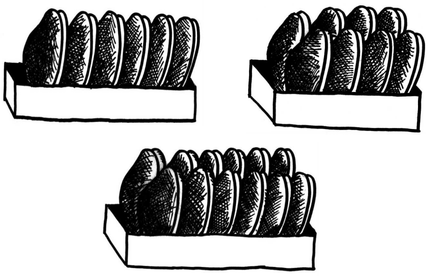
よって，正四角錐の高さが$3\sqrt{3}$ cm，底面は１辺が６cmの正方形となります。

したがって，体積は $\frac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{3}=36\sqrt{3}$ cm



【解説】　図形（１年　空間図形）の内容で，正答率は24.8％でした。解答のポイントは，示された立面図から，正四角錐の高さを正しく求めることです。誤答には，与えられた図形の長さを取り違えて計算したと思われる $36\sqrt{2}$ が多くありました。空間図形を投影図に表現したり，投影図から空間図形をイメージしたりできるようにしましょう。

(11)　ある菓子店では，どら焼きを箱入りで販売しており，
６個入り，８個入り，12個入りの３種類があります。
次の**ア**，**イ**に答えなさい。



ア　６個入りの箱と８個入りの箱の組み合わせで，どら焼きをちょうど34個買うには，６個入りの箱と８個入りの箱は，それぞれ何箱になるか求めなさい。（４点）

イ　６個入りの箱と12個入りの箱の組み合わせでは，どら焼きをちょうど34個買うことはできません。６個入りの箱の数をx，12個入りの箱の数をyとして，そのわけを説明しなさい。

（５点）

【解答例】**ア**　６個入りの箱の個数をx，８個入りの箱の個数をyとすると，

$6x+8y=34$ と表せます。

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{17}{4}$ と変形し，xに１，２，３，…と順に代入していくと

$(x,\ y)=\left(1,\ \frac{7}{2}\right),\ \left(2,\ \frac{11}{4}\right),\ (3,\ 2),\ \left(4,\ \frac{5}{4}\right),\ \left(5,\ \frac{1}{2}\right),\ \left(6,\ -\frac{1}{4}\right)$

x，yが正の整数となるのは，（３，２）のときだけです。

よって，６個入りの箱 ３ 箱，８個入りの箱 ２ 箱

イ　どら焼きの個数は，$6x+12y=6(x+2y)$ と表せるので，６の倍数です。

34は６の倍数ではないので，買うことはできません。

【解説】 この問題は，数と式（２年　文字式の利用）の問題です。

アは，問題文から，$6x+8y=34$ と文字式に表し，xとyともに整数となるような数を，順に代入して求めます。正答率は91.1％でした。誤答には，正答である６個入り３箱，８個入り２箱の個数を逆にしてしまったものが多くありました。

イは，文字式を用いて倍数を表記できることを利用して，説明する問題です。正答率は16.9%、無答率は41.7%でした。解答のポイントは $6x+12y$ を$6(x+2y)$と変形して６の倍数として表すことです。誤答には，「いくつかの整数を$6x+12y$に代入し，34にならない」としたものが多くありました。いろいろな数や場合について，文字や文字式を用いて考察することに慣れておきましょう。

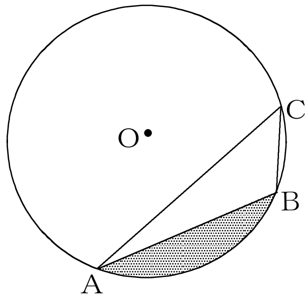
問題２

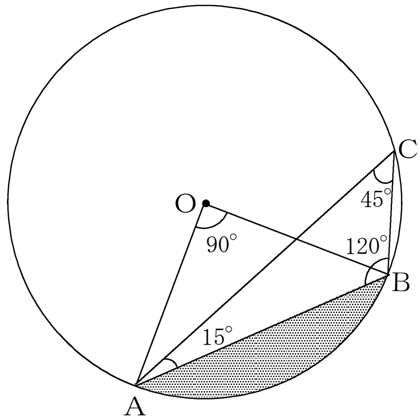
問題２は，「図形」及び「資料の活用」に関する問題で，具体的な操作を通して問題を解決することができるか，数学的な知識・理解を総合的に活用することができるかをみるために出題しました。

2　次の各問に答えなさい。(20点)

(1) 右の図のように，点Ｏを中心とする円の周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃをとります。ＡＢ＝４㎝，∠ＣＡＢ＝15°∠ＡＢＣ＝120° のとき，図のかげ（▒）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。（５点）





【解答例】　∠ＡＣＢ＝180°－（∠ＣＡＢ＋∠ＡＢＣ）

＝180°－（15°＋120°）

＝45°

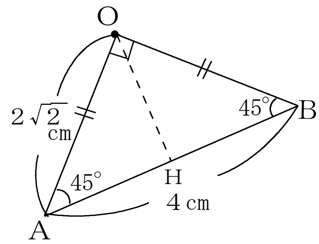
中心角と円周角の関係から

∠ＡＯＢ＝２∠ＡＣＢ

＝２×45°＝90°

線分ＯＡ，ＯＢは，円の半径であるから，

△ＯＡＢは，直角二等辺三角形です。



よって，

ＯＡ：ＡＢ＝１：$\sqrt{2}$ となるから，

ＯＡ＝２$\sqrt{2}$，ＯＨ＝２

したがって，

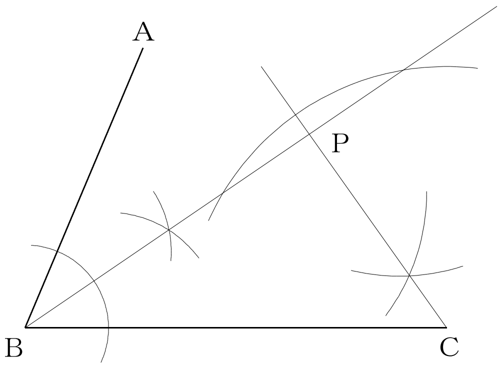
$$扇形ＯＡＢ－△ＯＡＢ＝\pi\times(2\sqrt{2})^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times2\times4$$

$$=2\pi-4\ \text{cm}^2$$

【解説】　この問題は，円周角の定理や直角二等辺三角形の性質を利用して，図のかげの部分の面積を求める問題です。正答率は15.0％で，無答率は36.7％でした。面積を求めるには，まず円の中心Ｏと点Ａ，Ｂを結び，中心角∠ＡＯＢを求めます。次に，直角二等辺三角形の性質を利用して線分ＯＡ（円の半径）の長さを求め，扇形ＯＡＢの面積から△ＯＡＢの面積を引くことで求めることができます。誤答には，扇形ＯＡＢの面積を求める公式をそのまま用いてしまったものや，直角二等辺三角形に気付けなかったものが多く見られました。様々な図形の性質について，その理解を深める学習をしましょう。

(2) 下の図のように，線分ＡＢ，ＢＣがあります。∠ＡＢＰ＝∠ＣＢＰとなる点Ｐのうち，点Ｃから最も近い点をコンパスと定規を使って作図しなさい。
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。（５点）

【解答例】

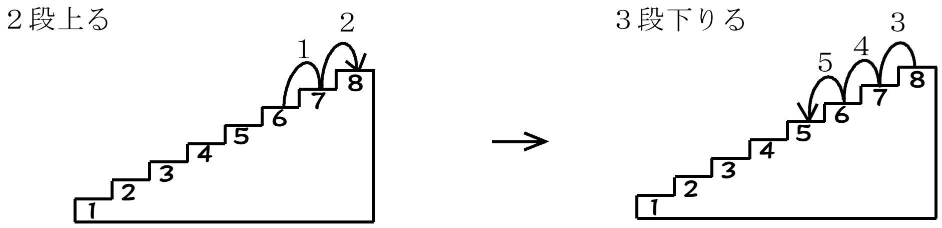


【解説】 この問題は，角の二等分線や垂線等を利用して，条件を満たす点Ｐを作図する問題です。正答率は41.3％で，無答率は8.5％でした。∠ＡＢＰ＝∠ＣＢＰとなる点Ｐは，∠ＡＢＣの二等分線の作図で示すことができます。そのうち，点Ｃから最も近い点は，∠ＢＰＣ＝90°となるように，点Ｃから∠ＡＢＣの二等分線に垂線を下ろします。他の作図方法としては，線分ＢＣの垂直二等分線を作図して線分ＢＣの中点を求め，その中点を中心とした直径ＢＣの円を作図する方法があります。様々な図形の性質や作図方法を関連させて学習するようにしてください。

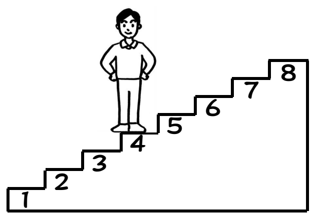
(3) 下の段から順に１から８の番号をつけた階段があります。１から６までの目が出るさいころを投げ，奇数の目が出たときは，その目の数だけ１段ずつ階段を上り，偶数の目が出たときは，その目の数に関係なく１段だけ階段を下ります。

ただし，８番の段に達したときに，階段を上る数が残っていれば，８番の段から残っている数だけ１段ずつ階段を下ります。

例えば，６番の段にいるときに５の目が出た場合，２段上ると８番の段に達します。階段を上る数が３残るので，３段下りて５番の段に着きます。



いま，４番の段にいるＡさんがさいころを２回投げて，ちょうど８番の段に着くさいころの目の出方は全部で何通りあるか求めなさい。（５点）



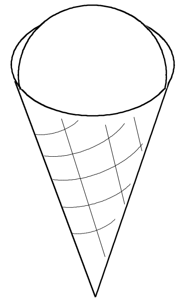
【解答例】　１回目が５番，２回目が８番のとき　１－３
１回目が７番，２回目が８番のとき　３－１，５－１
１回目が３番，２回目が８番のとき　２－５，４－５，６－５
よって，６通り

【解説】　この問題は，資料の活用（２年　場合の数）に関する問題です。正答率は21.3%で，無答率は5.0%でした。１から６までの目が出るさいころを１回投げたとき，Ａさんのいる場所は次の３通りです。①１が出て，５番にいる。②３または５が出て，７番にいる。③２，４，６が出て，３番にいる。Ａさんが２回目でちょうど８番に着くには，①のときは３，②のときは１，③のときは５が出る必要があります。誤答には，①から③の状況を間違えたものが多くありました。また，確率の問題と混同している解答も見られました。問題文を正確に把握し，情報を整理することからはじめましょう。

(4) 右の図のように，円錐（えんすい）の容器の内側の面にぴったりつくように球を入れました。この円錐の容器の底面の半径は４cm，母線の長さは12cmです。このとき，この円錐の容器の頂点から球の最上部までの高さは，母線の長さと等しく12cmになりました。下の図は，そのときの様子を表しています。この球の体積を求めなさい。

ただし，円周率はπとし，円錐の容器の厚さは考えないものとします。

（５点）



【解答例】 右の図のように，円Ｏは三角形の内側に接しているので，ＡＢ⊥ＯＤ

このとき、△ＯＡＤ∽△ＢＡＣとなるので

円Ｏの半径（線分ＯＤ）をｒとすると

相似な図形の性質より

12－ｒ：ｒ＝12：４

12－ｒ：ｒ＝３：１

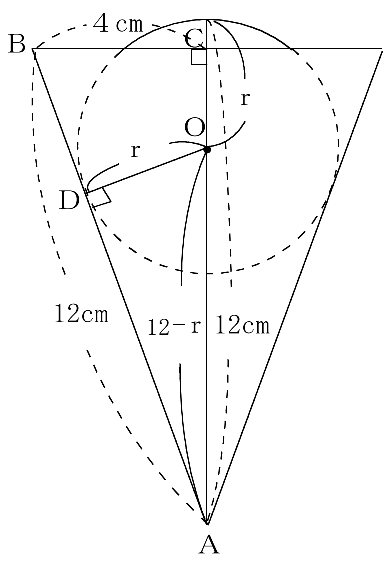
３ｒ＝12－ｒ

４ｒ＝12

ｒ＝３

よって，球の体積は

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$



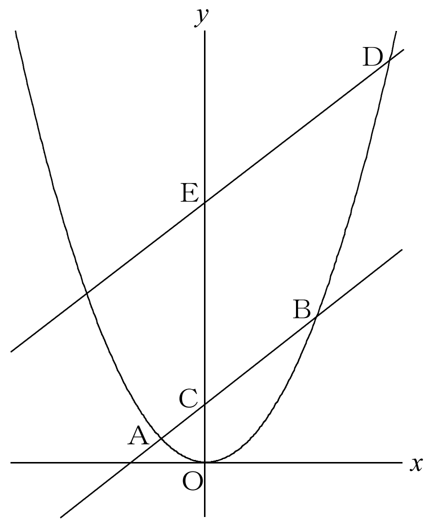
【解説】 この問題は，図形（１年　空間図形，３年　円の性質）に関する問題で，正答率は15.4％でした。円錐に接する球の体積を求めるには，立体を球の中心を通る平面で切った平面図形を利用して，球の半径を求めます。与えられた図形において，円の中心から三角形との接点に垂線を下ろすと，∠ＯＤＡ＝∠ＢＣＡ（＝90°），∠ＯＡＤ＝∠ＢＡＣ（共通）であるから２組の角がそれぞれ等しいので△ＯＡＤと△ＢＡＣは相似です。次に，円Ｏの半径（線分ＯＤ）をｒとして，相似な図形における辺の比の関係からｒを求めます。そして，球の体積の公式に代入して計算します。無答率は40.6％で，誤答には円の半径を間違えたものが多くありました。また，球の体積の公式を間違えているものもありました。

問題３

問題３は，関数 $y = ax^2$ のグラフに関する問題で，直線の式や交点の座標を求めていくなかで，関数と図形の知識を関連させて総合的に考えることができるかをみるために出題しました。

3 右の図で，曲線は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフです。曲線上に，x 座標が－１，４である点Ａ，Ｂをとり，直線ＡＢと y 軸との交点をＣとします。また，曲線上に，x 座標が４より大きい点Ｄをとり，点Ｄを通り直線ＡＢと平行な直線をひき，y 軸との交点をＥとします。

このとき，次の各問に答えなさい。(11点)



(1) 直線ＡＢの式を求めなさい。(５点)

(2) ＥＣ＝ＥＤのとき，点Ｄの x 座標を求めなさい。(６点)

(1)【解答例】 Ａ $\left(-1,\ \frac{1}{4}\right)$，Ｂ（４，４）より，

直線の傾きは，$\left(4-\frac{1}{4}\right) \div \{4-(-1)\} = \frac{3}{4}$

$y = \frac{3}{4}x + b$ とおいて，

Ｂ（４，４）を代入すると，

$4 = 3 + b$

$b = 1$

よって，$y = \frac{3}{4}x + 1$

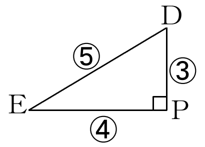
【解説】 この問題は，関数（２年　１次関数，３年　関数 $y = ax^2$）に関する問題です。一見すると複雑そうですが，ポイントは座標平面上の２つの点の座標がわかると直線の式が求められるということです。点Ａ，Ｂは関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点なので，それぞれの y 座標がわかり，直線の式が求められます。正答率は39.1%でした。傾きまで求められれば，正解までたどり着くことができたようです。直線の式を求めるには何が分かっていればよいのか，落ち着いて考えましょう。

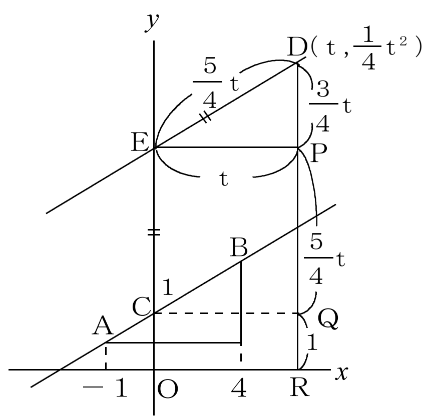
(2)【解答例】　右の図のように，点Ｐ，Ｑ，Ｒをとると，

直線ＥＤは直線ＡＢと平行なので，

ＤＰ：ＥＰ＝３：４となり，

△ＰＤＥは，３：４：５の直角三角形となります。





点Ｄの x 座標をｔとすると，辺の比の関係から

ＥＰ＝ｔ，　ＥＤ＝ $\frac{5}{4}$ ｔ，ＤＰ＝ $\frac{3}{4}$ ｔとなります。

ＥＣ＝ＥＤより，ＥＣ＝ＰＱ＝$\frac{5}{4}$ｔ

よって，

ＤＲ＝ＤＰ＋ＰＱ＋１

$=\frac{3}{4}t+\frac{5}{4}t+1=2t+1$

また，点Ｄの y 座標　$\frac{1}{4}t^2$とＤＲの長さは等しいから

$\frac{1}{4}t^2=2t+1$

$t^2-8t-4=0$

これを解いて，　$t>4$ より，　$t=4+2\sqrt{5}$

よって，点Ｄの x 座標は，$4+2\sqrt{5}$

【解説】　この問題は，関数（２年　１次関数，３年　関数 $y=ax^2$）と 図形（３年　三平方の定理）の融合問題です。問題の条件（分かっていること）を上手に活用して，問題解決する力が求められる問題です。ポイントは，直線ＤＥの傾きが $\frac{3}{4}$ であることから，三平方の定理を用いて直角三角形ＰＤＥの辺の比が求められることです。また，求める点Ｄの x 座標をｔとすると，直角三角形ＰＤＥの各辺の長さがｔで表せることも，計算をする上で重要です。正答率は0.8%でした。誤答には，ＢＣ：ＤＥ＝２：３として６としたと思われるものが多くありました。融合問題では，関数から得られる値を図形的にとらえることも大切になってきます。

問題４

問題４は，図形に対する興味や関心が高まるように，実際に正方形の紙を折る問題で，図形の角度や面積の求め方，合同な三角形に関する知識・理解や技能を総合的に活用することができるかをみるために出題しました。特に，(3)では直角二等辺三角形の性質や三平方の定理を利用しながら，三角形の面積を求めることができるかをみる問題としました。

４　１辺の長さが８㎝の正方形ＡＢＣＤを，次の①～③のように折ります。

① 図１のように，辺ＡＢが辺ＤＣと重なるように折り，折り目の線をＥＦとし，もとに戻します。
② 図２のように，点Ａを通る線分を折り目として，点Ｄが線分ＥＦ上に重なるように折り，点Ｄの移った点をＧとします。折り目の線と辺ＤＣとの交点をＨとし，もとに戻します。
③ 図３のように，点Ｄを通る線分を折り目として，点Ａが線分ＥＦ上に重なるように折ったとき点Ａは点Ｇに重なります。また，折り目の線と辺ＡＢとの交点をＩとし，もとに戻します。

このとき，次の各問に答えなさい。

なお，考えるときに，**別紙**を点線にそって切り取った際にできる正方形を利用してもさしつかえありません。（19点）

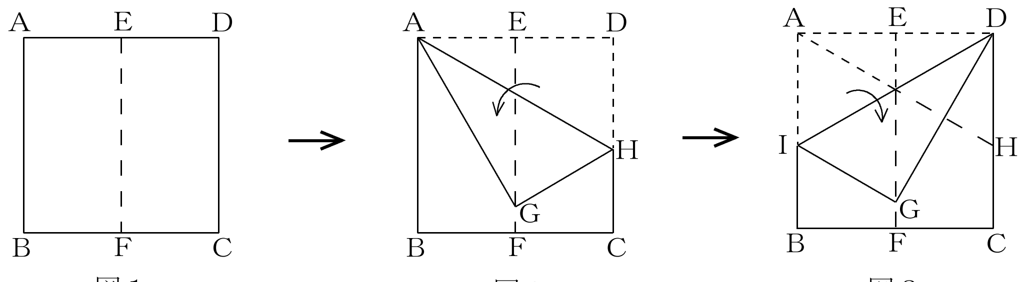


図１　図２　図３

(1)　図４のように，直線ＡＧをかき，辺ＢＣとの交点をＪとします。また，線分ＩＤをかき，線分ＡＪとの交点をＬとします。

このとき，△ＡＢＪと△ＤＡＩが合同であることを証明しなさい。（７点）

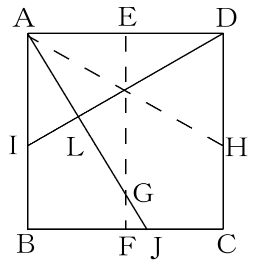


図４

(2)　図５のように，線分ＢＤ，ＡＨをかき，線分ＢＤと，線分ＡＪ，ＡＨとの交点をそれぞれM，Ｎとしたとき，∠ＤＮＨの大きさを求めます。途中の説明も書いて答えを求めなさい。その際，解答用紙の図に数や記号をかいて，それを用いて説明してもよいものとします。（６点）

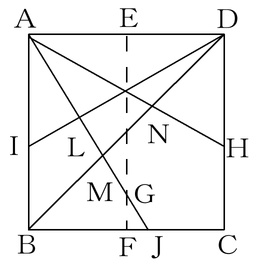


図５

(3)　△ＡＢMの面積を求めなさい。（６点）

(1)【解答例】　△ＡＢＪと△ＤＡＩにおいて，四角形ＡＢＣＤは正方形なので，

ＡＢ＝ＤＡ…①

∠ＡＢＪ＝∠ＤＡＩ＝90°…②

点ＡとＧが重なるように折っているので，∠ＡＬＩ＝90°となり，

∠ＡＩＤ＋∠ＢＡＪ＝90°

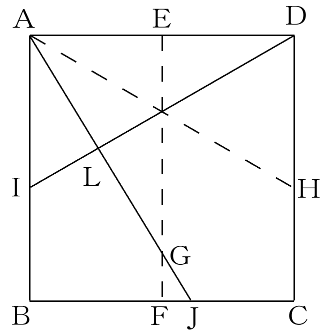
また，△ＤＡＩで，∠ＤＡＩ＝90°だから，

∠ＡＩＤ＋∠ＡＤＩ＝90°

したがって，∠ＢＡＪ＝∠ＡＤＩ…③

よって，①，②，③から，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ＡＢＪ≡△ＤＡＩ



【解説】　この問題は図形の性質を利用して，２つの三角形の合同が証明できるかをみる問題で，正答率は20.2%でした。三角形の合同の証明は，ある程度手順が決まっているので，取り組みやすい問題であったと思います。しかし，きちんと証明できた受検生は少なかったようです。正方形の性質から，１組の辺の長さが等しいことと１組の角が直角で大きさが等しいことは，多くの受検生が示していました。ポイントは，もう１組の長さの等しい辺や大きさの等しい角を見つけて，その根拠を示すことができるかということです。折り目の線分ＩＤが線分ＡＧの対称の軸になっていることから，∠ＡＬＩが直角であることを利用して，大きさの等しい角をもう１組見つけることができれば，「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という合同条件を使うことができます。誤答には，直角三角形の合同条件を使おうとしたために，斜辺であるＡＪ＝ＤＩを根拠のないまま記述したものがありました。また，ＢＪ＝ＡＩの根拠を確かめることなく記述している答案も見られました。三角形の合同条件の表記の仕方については，「１辺とその両端の角」という記述が多く見られました。教科書にある三角形の合同条件をしっかり確認する必要があります。

証明の問題では，数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道を立てて結論を導くことが大切です。しかし，仮定から結論まで筋道の通った証明が書けない場合，ときには結論から筋道を逆戻りして，見通しを持ちながら証明を考えることも有効な手段です。日頃の学習では，根拠を明らかにして論理的な証明が書けるように心掛けてください。

(2)【解答例】　△ＡＢＤは，ＡＢ＝ＡＤの直角二等辺三角形であり，∠ＡＤＢ＝45°

点Ｄと点Ｇが重なるように折っているので，

△ＡＧＥは，ＡＧ＝ＡＤ＝２ＡＥであり，

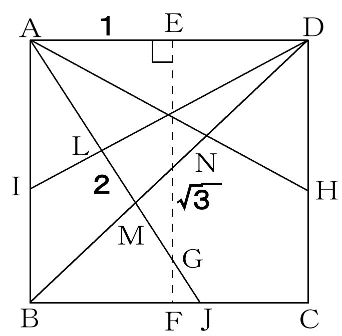
図のような辺の比の直角三角形になるので，∠ＧＡＥ＝60°

また，点Ｄと点Ｇが重なるように折っているので，

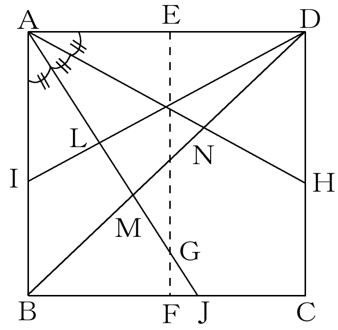
$\angle \mathrm{HAD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{GAE}=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

よって，∠ＤＮＨ＝∠ＡＤＢ＋∠ＨＡＤ

＝45°＋30°＝75°



（別解） △ＡＢＤは，ＡＢ＝ＡＤの直角二等辺三角形であり，
∠ＡＤＢ＝45°
点ＤとＧが重なるように折っているので，
∠ＤＡＨ＝∠ＧＡＨであり，また，△ＡＢＪ≡△ＡＤＨなので，
図のように３つの角が等しくなる。
したがって，∠ＤＡＮ＝90°÷３＝30°
よって，∠ＤＮＨ＝∠ＡＤＢ＋∠ＤＡＮ＝45°＋30°＝75°



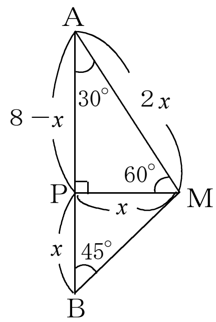
【解説】 この問題は，三平方の定理を利用して，３辺の長さの割合から特別な直角三角形を見いだし，角度を求めることができるかをみる問題です。正答率は5.1％でした。この問題では，答えをどのように考えたのかを説明させるものとしました。ポイントは，直角三角形ＡＧＥの３辺の長さの割合が２，１，$\sqrt{3}$ になることから，３つの角の大きさが，30°，60°，90°であることに気付けるかどうかです。誤答には，∠ＧＡＥ＝60°の根拠が示されていないものがありました。また，∠ＢＡＤが三等分されることを利用している答案もありましたが，これもなぜ三等分になっているのか，根拠を示す必要があります。

(3) 【解答例】 点Ｍから線分ＡＢに垂線を下ろし，交点をＰとし，ＰＭ＝xとします。
△ＢＰＭは，∠ＰＢＭ＝∠ＰＭＢ＝45°の直角二等辺三角形なので，ＰＢ＝x,
ＡＢ＝８より，ＡＰ＝$8-x$
△ＡＰＭは，∠ＰＡＭ＝30°，∠ＡＭＰ＝60°の直角三角形なので
ＰＭ：ＡＭ＝１：２であり，ＡＭ＝２ＰＭ＝$2x$
△ＡＰＭにおいて，三平方の定理を用いると

$$(2x)^2=(8-x)^2+x^2$$
$$4x^2=x^2-16x+64+x^2$$

よって， $$2x^2+16x-64=0$$
$$x^2+8x-32=0$$

解の公式を用いると，$x=-4\pm4\sqrt{3}$
$x>0$より，$x=4\sqrt{3}-4$
よって，$\triangle AMB=\dfrac{1}{2}\times AB\times PM=\dfrac{1}{2}\times 8\times(4\sqrt{3}-4)=16\sqrt{3}-16$ cm²



【解説】 この問題は，図形の性質を利用して，三角形の面積を求めることができるかをみる問題です。正答率は0.4％でした。ポイントは，△ＡＢＭの高さにあたる線分ＰＭを結び，三平方の定理を利用して，線分ＰＭの長さを求めることができるかどうかです。△ＡＰＭの３つの角は30°，60°，90°，△ＢＰＭの３つの角は45°，45°，90°なので，辺の長さの割合を利用して２次方程式をつくることができます。この２次方程式を解いて，△ＡＢＭの高さが求められます。