Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

3　数学

(1) 正答率

問題		配点	正答		一部正答		誤答		無答		通過率
			数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	率＝得点計／(人数×配点)(%)
1	(1)	4	348	97.5	0	0.0	8	2.2	1	0.3	97.5
	(2)	4	324	90.8	0	0.0	31	8.7	2	0.6	90.8
	(3)	4	263	73.7	0	0.0	91	25.5	3	0.8	73.7
	(4)	4	317	88.8	0	0.0	36	10.1	4	1.1	88.8
	(5)	4	308	86.3	0	0.0	39	10.9	10	2.8	86.3
	(6)	4	296	82.9	4	1.1	47	13.2	10	2.8	83.5
	(7)	4	269	75.4	0	0.0	73	20.4	15	4.2	75.4
	(8)	4	173	48.5	0	0.0	156	43.7	28	7.8	48.5
	(9)	4	259	72.5	0	0.0	95	26.6	3	0.8	72.5
	(10)	5	108	30.3	0	0.0	217	60.8	32	9.0	30.3
	(11)①	4	199	55.7	0	0.0	98	27.5	60	16.8	55.7
	(11)②	5	68	19.0	27	7.6	120	33.6	142	39.8	21.8
2	(1)	5	53	14.8	0	0.0	275	77.0	29	8.1	14.8
	(2)	5	101	28.3	0	0.0	153	42.9	103	28.9	28.3
	(3)	5	19	5.3	7	2.0	262	73.4	69	19.3	6.1
	(4)	7	78	21.8	79	22.1	98	27.5	102	28.6	31.5
3	(1)	4	257	72.0	31	8.7	63	17.6	6	1.7	76.3
	(2)	6	9	2.5	0	0.0	216	60.5	132	37.0	2.5
4	(1)	5	137	38.4	1	0.3	121	33.9	98	27.5	38.5
	(2)	7	7	2.0	16	4.5	83	23.2	251	70.3	3.7
	(3)	6	1	0.3	0	0.0	106	29.7	250	70.0	0.3

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。）

(2) 問題の内容

1
(1)文字式の計算（加法・減法）
(2)正の数と負の数の計算
(3)文字式の計算（乗法・除法）
(4)根号をふくむ式の計算
(5)因数分解
(6)連立方程式
(7)２次方程式
(8)関数 $y = ax^2$ の値の変化
(9)等式の性質
(10)度数分布表から平均値を求める
(11)日常生活や社会で数学を利用する問題

2
(1)確率を求める
(2)正八面体の体積を求める
(3)三角形を折ったときの折り目となる直線の作図
(4)円の性質などを利用した、線分の長さの比の証明

$\boxed{3}$ (1)タイルの枚数を表にまとめる
(2)タイルの枚数を、n を使った式で表す

$\boxed{4}$ (1)直線の式を求める
(2)関数 $y = ax^2$ の a の値を求める
(3)座標平面上にある四角形の面積を求める

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的、基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$4x + x = 5x$

(2)は、正の数と負の数の四則計算である。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束をしっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$6 - 4 \div (-2) = 6 + 2 = 8$

(3)は、単項式の乗除の計算である。昨年に引き続き出題されたが、通過率はあまり良くなかった。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$16a^2b \div (-8b) \times a = -16a^2b \times \dfrac{1}{8b} \times a = -2a^3$

(4)は、根号をふくむ式（平方根）の計算で、分母を有理化する必要がある。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$\dfrac{9}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

(5)は、因数分解の問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$

(6)は、連立方程式を解く問題で、代入法で解くのが一般的である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$y = x - 4$ を $2x - 3y = 11$ に代入すると、

$2x - 3(x-4) = 11$

$-x = -1$

$x = 1$

$x = 1$ を $y = x - 4$ に代入すると、 $y = -3$

よって $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

(7)は、２次方程式を解く問題で、解の公式を使って解くのが一般的である。解答例は、以下のとおりである。

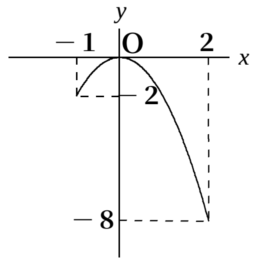
【解答例】

解の公式に、$a = 3$、$b = -1$、$c = -1$ を代入すると、

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(8)は、関数 $y=ax^2$ の値の変化に関する問題である。x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき、y の変域が $-8\leqq y\leqq 0$ である関数 $y=ax^2$ のグラフは、下の図のようになる。$x=2$ のとき、$y=-8$ であるから、$a=-2$ となる。



(9)は、等式の性質についての問題である。方程式を解く場面で、移項の考え方の基にある等式の性質（等式の両辺に同じ数をたしても、等式は成り立つ）を使って方程式を変形している箇所を選ぶ。正答はイである。

(10)は、度数分布表から平均値を求める問題である。それぞれの階級の階級値と度数をかけたものをすべて加え、これを個々の資料の値の合計と考える。そして、その結果を度数の合計で割って平均値を求める。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

それぞれの階級の階級値は、５、15、25、35、45であるから、

$$\frac{5\times 2+15\times 6+25\times 7+35\times 4+45\times 1}{20}=23$$

よって、23 ｍ

(11)は、食塩水の濃度に関する問題である。①では割合についての理解が問われ、７％の食塩水600ｇに含まれる食塩の質量を求める。②では、食塩水の質量と食塩の質量、食塩の割合についての表を基にして連立方程式をつくり、６％の食塩水と10%の食塩水の質量をそれぞれ求める。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

	６％の食塩水	10%の食塩水	７％の食塩水
食塩水の質量（ｇ）	x	y	600
食塩の割合	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{7}{100}$
食塩の質量（ｇ）	$\frac{6}{100}x$	$\frac{10}{100}y$	42

① $600\times\frac{7}{100}=42$　　よって、 42ｇ

② $\begin{cases} x+y=600 & \cdots❶ \\ \frac{6}{100}x+\frac{10}{100}y=42 & \cdots❷ \end{cases}$

❶×６－❷×100から、$-4y=-600$

$y=150$

$y=150$ を❶に代入して、 $x=450$

したがって、６％の食塩水は450ｇ、10%の食塩水は150ｇ

2 「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとした。

(1)は、大小１つずつのさいころを同時に１回投げ、出た目の数の積の約数の個数が３個以上となる確率を求める問題である。１から、約数の個数が３個未満（２個以下）となる確率をひいて求める。３個以上になる場合をすべて数えあげて求める方法もあるが、やや煩雑である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

大小１つずつのさいころを同時に１回投げて出る目は、全部で36通り。

このうち、a と b の積 ab の約数の個数が３個未満になる場合は、

（a、b）＝（1、1）（1、2）（1、3）（1、5）（2、1）（3、1）（5、1）

の７通り。

したがって、（３個以上となる確率）＝１－（３個未満となる確率）であるから、

$$1-\frac{7}{36}=\frac{29}{36}$$

(2)は、立方体のそれぞれの面の対角線の交点を頂点とする正八面体の体積を求める問題である。この正八面体の体積は、正方形ＢＣＤＥを底面としたときの正四角錐を２つ合わせたものと考えることができる。解答例は、以下のとおりである。

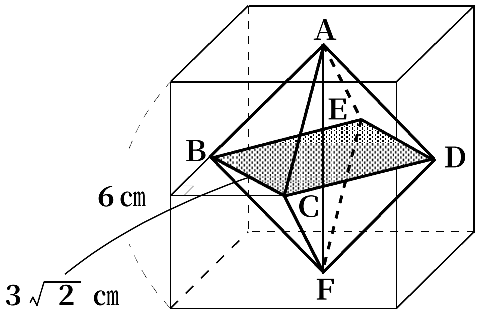
【解答例】

正方形ＢＣＤＥの１辺は、$3\sqrt{2}$ ㎝ だから

求める立体の体積Ｖは

$$V=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\times 2$$

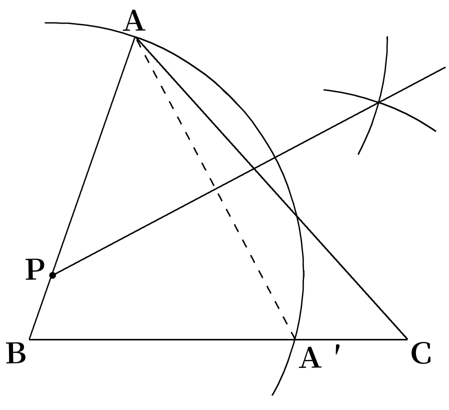
$$=36\ \text{cm}^3$$



(3)は、△ＡＢＣの辺ＡＢ上にある点Ｐを通る直線を折り目として、点Ａが辺ＢＣに重なるように折ったときの折り目となる直線を作図する問題である。点Ａが辺ＢＣに重なる点をＡ′とすると、ＰＡ＝ＰＡ′となるので、まず、点Ｐを中心として半径ＰＡの円をかき、点Ａ′を定める。次に、点Ａと点Ａ′から等距離にある点を作図し、点Ｐと結ぶ。解答例は、以下のとおりである。

なお、点Ａと点Ａ′から等距離にある点の作図については、垂直二等分線でも、角の二等分線でもよい。

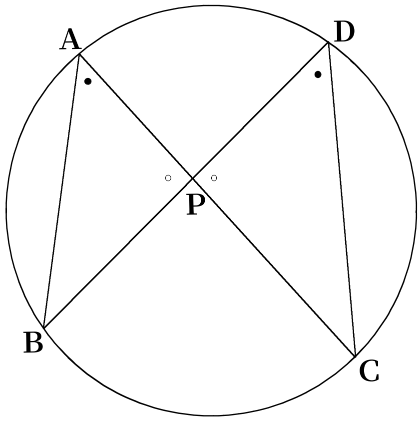
【解答例】



(4)は、円周上にある４点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄと、線分ＡＣとＢＤとの交点Ｐについて、ＰＡ：ＰＤ＝ＰＢ：ＰＣであることを証明する問題である。円周上の２点Ａ、Ｂと、Ｃ、Ｄをそれぞれ結んでできる三角形に着目する。そして、その二つの三角形が相似であることを示して、相似な図形の性質から、ＰＡ：ＰＤ＝ＰＢ：ＰＣを証明する。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

△ＰＡＢと△ＰＤＣにおいて、
円周角の定理より、
∠ＢＡＰ＝∠ＣＤＰ…①
また、対頂角は等しいから、
∠ＡＰＢ＝∠ＤＰＣ…②
①、②から、２組の角がそれぞれ等しいので、
△ＰＡＢ∽△ＰＤＣ
したがって、対応する辺の比は等しいので、
ＰＡ：ＰＤ＝ＰＢ：ＰＣ

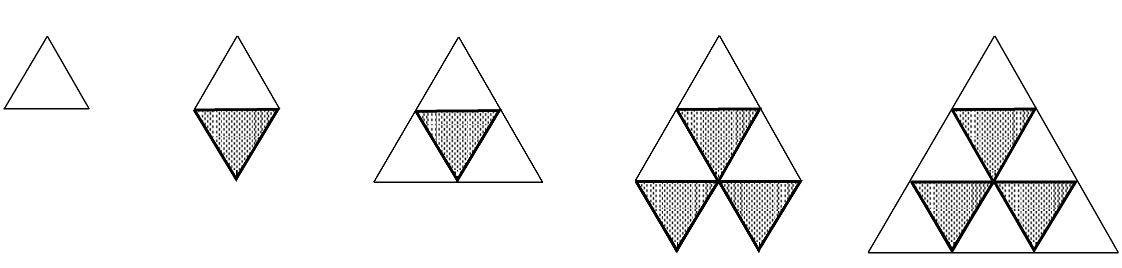


3 正三角形のタイルを規則的に並べる事象について、観察、操作や実験などの活動を通して、数量の関係を見いだして考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、正三角形の白いタイルと黒いタイルが規則的にしきつめられていく様子を表にまとめる問題である。下の表から、正答は、**ア**が28、**イ**が21。

	1	2	3	4	5	6	7	…	n
白いタイル（枚）	1	3	6	10	15	21	28	…	
黒いタイル（枚）	0	1	3	6	10	15	21	…	
タイルの合計（枚）	1	4	9	16	25	36	49	…	

(2)は、n番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数をa枚としたとき、aをnを用いた式で表す問題である。実際に、１番目から正三角形をつくっていくと、白いタイルの下に黒いタイルが同じ数だけ並べられ、そこに、n番目ならn個の白いタイルが並べられることがわかる。このことから、n番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数をa枚とすると、白いタイルの枚数は $a+n$枚で、タイルの合計は$2a+n$枚である。一方、タイルの合計はn^2枚とも表せるので、$2a+n=n^2$の等式が成り立つ。この等式をaについて解くと、 $a=\dfrac{n^2-n}{2}$ である。



	1	2	3	4	5	6	7	…	n
白いタイル（枚）	1	3	6	10	15	21	28	…	$a+n$
黒いタイル（枚）	0	1	3	6	10	15	21	…	a
タイルの合計（枚）	1	4	9	16	25	36	49	…	n^2

$\boxed{4}$ 関数 $y = ax^2$ のグラフや点の座標から、直線の式や a の値を求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとした。

(1)は、直線 ℓ の式を求める問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

直線 ℓ は、２点Ａ（－２、２）、Ｂ（３、$\frac{9}{2}$）を通るので、

傾きは $\dfrac{\frac{9}{2}-2}{3-(-2)} = \dfrac{1}{2}$ だから、直線の式は $y = \dfrac{1}{2}x + b$ とおける。

直線 ℓ は、点Ａ（－２、２）を通るので、

$$2 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$$

$$b = 3$$

よって、直線 ℓ の式は、$y = \dfrac{1}{2}x + 3$

(2)は、関数 $y = ax^2$ の a の値を求める問題である。ＡＣ：ＣＥ＝１：３であることに着目して、平行線と線分の比を用いる。解答例は、以下のとおりである。

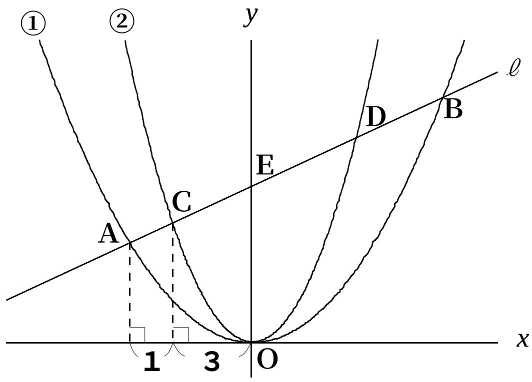
【解答例】

ＡＣ：ＣＥ＝１：３だから、右の図のようになる。

点Ａの x 座標は－２だから、点Ｃの x 座標は $-\dfrac{3}{2}$

点Ｃは直線 ℓ 上の点だから（$-\dfrac{3}{2}$、$\dfrac{9}{4}$）

よって、$y = ax^2$ に代入して、$a = 1$



(3)は、直線ＯＣ、ＯＤをひいて、曲線①との交点をＦ、Ｇとしたときの、四角形ＣＤＧＦの面積を求める問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

直線ＯＣの式は、$y = -\dfrac{3}{2}x$

直線ＯＤの式は、$y = 2x$ であるから

Ｆ（－３、$\dfrac{9}{2}$）、Ｇ（４、８）

よって、直線ＦＧの式は、$y = \dfrac{1}{2}x + 6$

ゆえに、四角形ＣＤＧＦの面積Ｓは

$$S = \triangle OFG - \triangle OCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (3+4) - \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{3}{2} + 2\right)$$

$$= \frac{63}{4} \text{ cm}^2$$