Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

6　数学（学校選択問題）

(1) 正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点)(%)
1	(1)	4	315	88.2	0	0.0	42	11.8	0	0.0	88.2
	(2)	4	126	35.3	0	0.0	206	57.7	25	7.0	35.3
	(3)	4	289	81.0	0	0.0	65	18.2	3	0.8	81.0
	(4)	4	111	31.1	9	2.5	225	63.0	12	3.4	32.4
	(5)	5	247	69.2	0	0.0	107	30.0	3	0.8	69.2
	(6)	5	96	26.9	0	0.0	145	40.6	116	32.5	26.9
	(7)	5	171	47.9	0	0.0	181	50.7	5	1.4	47.9
	(8)	5	248	69.5	0	0.0	83	23.2	26	7.3	69.5
	(9)①	4	343	96.1	0	0.0	7	2.0	7	2.0	96.1
	(9)②	5	246	68.9	30	8.4	42	11.8	39	10.9	73.2
2	(1)	5	104	29.1	8	2.2	209	58.5	36	10.1	30.0
	(2)	6	38	10.6	0	0.0	241	67.5	78	21.8	10.6
3	(1)	4	320	89.6	14	3.9	20	5.6	3	0.8	91.6
	(2)	6	31	8.7	0	0.0	151	42.3	175	49.0	8.7
4	(1)	5	323	90.5	1	0.3	30	8.4	3	0.8	90.7
	(2)	5	150	42.0	0	0.0	122	34.2	85	23.8	42.0
	(3)	6	26	7.3	0	0.0	83	23.2	248	69.5	7.3
5	(1)	7	71	19.9	61	17.1	140	39.2	85	23.8	28.7
	(2)①	4	120	33.6	0	0.0	151	42.3	86	24.1	33.6
	(2)②	7	1	0.3	19	5.3	82	23.0	255	71.4	1.7

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。）

(2) 問題の内容

1
(1)文字式の計算
(2)式の計算の利用
(3)２次方程式
(4)関数 $y = ax^2$ の値の変化
(5)度数分布表から平均値を求める
(6)自然数を割ったときの余りについての問題
(7)確率を求める
(8)正八面体の体積を求める
(9)日常生活や社会で数学を利用する問題

2
(1)三角形を折ったときの折り目となる直線の作図
(2)円錐の側面上にひいた線が、最も短くなるときの長さを求める

3
(1)タイルの枚数を表にまとめる
(2)タイルの枚数を、n を使った式で表す

4
(1)直線の式を求める
(2)関数 $y = ax^2$ の a の値を求める
(3)座標平面上にある四角形の面積を求める

$\boxed{5}$ (1)図形の性質を利用した、線分の長さの比の証明

(2)線分の長さを求める

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、分数の形で表された文字式の計算である。誤答には、分子の計算をする際に、マイナスの処理を間違えたものが多かった。文字式の計算を確実にできるようにしたい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$x+y-\frac{x-y}{6}=\frac{6x+6y-(x-y)}{6}=\frac{5x+7y}{6}$$

(2)は、式の値を求める問題である。与えられた式を通分して、分子を因数分解する。そこに $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 、 $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ を代入して求める。この問題は、x や y の値を直接代入して求めることができないので、与えられた式をどう変形するかを考える。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\frac{y}{x}-\frac{x}{y}=\frac{y^2-x^2}{xy}$$

$$=\frac{(y+x)(y-x)}{xy}$$

この式に、$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 、$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ を代入すると、

$$\frac{(2\sqrt{3})\times(-2\sqrt{2})}{1}=-4\sqrt{6}$$

(3)は、２次方程式を解く問題で、与えられた式を展開して解の公式を利用する方法もあるが、やや煩雑である。そこで、$x-1=\mathrm{X}$とおくと、与えられた式は$3\mathrm{X}^2-\mathrm{X}-1=0$となる。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$x-1=\mathrm{X}$とおくと、$3\mathrm{X}^2-\mathrm{X}-1=0$

$$\mathrm{X}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$$

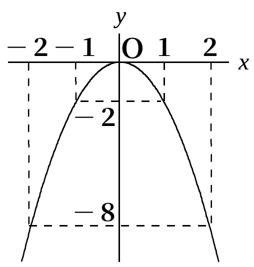
よって、

$$x-1=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$$

したがって、

$$x=\frac{7\pm\sqrt{13}}{6}$$

(4)は、関数$y=ax^2$の値の変化に関する問題である。関数 $y=-2x^2$のグラフをかいて、yの変域が$-8\leqq y\leqq 0$となるような xの変域を考える。関数 $y=-2x^2$のグラフは、下の図のようになるので、y の変域が $-8\leqq y\leqq 0$ となるとき、a の値 のとりうる範囲は$0\leqq a\leqq 2$である。



(5)は、度数分布表から平均値を求める問題である。それぞれの階級の階級値と度数をかけたものをすべて加え、これを個々の資料の値の合計と考える。そして、その結果を度数の合計で割って平均値を求める。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、自然数を割ったときの余りについての問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

ある自然数を n とすると、$n+1$ は４、５、６すべてで割り切れる。

すなわち、$n+1$ は４、５、６の最小公倍数であるから、

$n+1=60$

よって、ある自然数は59

(7)は、大小１つずつのさいころを同時に１回投げ、出た目の数の積の約数の個数が３個以上となる確率を求める問題である。１から、約数の個数が３個未満（２個以下）となる確率をひいて求める。３個以上になる場合をすべて数えあげて求める方法もあるが、やや煩雑である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(8)は、立方体のそれぞれの面の対角線の交点を頂点とする正八面体の体積を求める問題である。この正八面体の体積は、正方形ＢＣＤＥを底面としたときの正四角錐を２つ合わせたものと考えることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(9)は、食塩水の濃度に関する問題である。①では割合についての理解が問われ、７％の食塩水600ｇに含まれる食塩の質量を求める。②では、食塩水の質量と食塩の質量、食塩の割合についての表をもとにして連立方程式をつくり、６％の食塩水と10%の食塩水の質量をそれぞれ求める。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

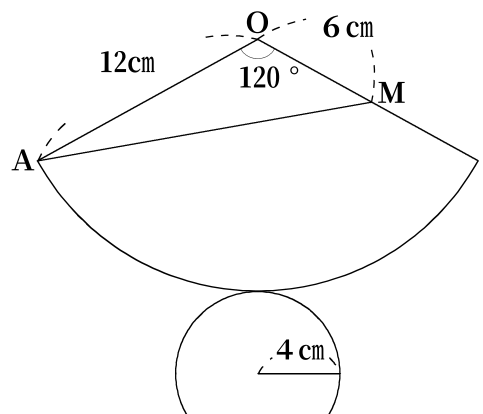
2 「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとした。

(1)は、△ＡＢＣの辺ＡＢ上にある点Ｐを通る直線を折り目として、点Ａが辺ＢＣに重なるように折ったときの折り目となる直線を作図する問題である。点Ａが辺ＢＣに重なる点をＡ′とすると、ＰＡ＝ＰＡ′となるので、まず、点Ｐを中心として半径ＰＡの円をかき、点Ａ′を定める。次に、点Ａと点Ａ′から等距離にある点を作図し、点Ｐと結ぶ。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、円錐の母線上にある２点を、円錐の側面にそって結んだときの最短距離を求める問題である。立体の表面上の最短距離は、展開図に直線をかき入れて考えればよい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

この円錐の展開図は右のようになる。
点Ａから点Ｍまでの最短の長さは、
おうぎ形の線分ＡＭである。

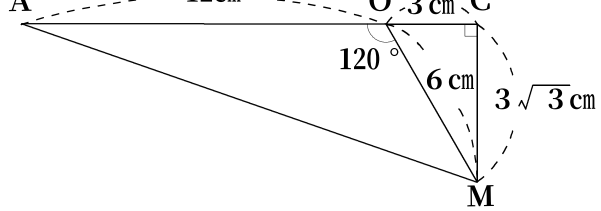


おうぎ形の中心角を x° とすると、底面の円周の長さとおうぎ形の弧の長さは等しいので、

$$2\times\pi\times 4 = 2\times\pi\times 12\times\frac{x}{360}$$

$$x = 120$$

ここで、△ＯＡＭの点Ｍから辺ＡＯの延長線上に垂線をひき、その交点をＣとすると、右の図のようになる。



△ＯＣＭは、１：２：$\sqrt{3}$の直角三角形だから、ＯＣ＝３㎝、ＣＭ＝$3\sqrt{3}$㎝

△ＡＣＭにおいて、三平方の定理より、

$$AM^2 = (3\sqrt{3})^2 + 15^2$$

$$AM = 6\sqrt{7}$$

3 正三角形のタイルを規則的に並べる事象について、観察、操作や実験などの活動を通して、数量の関係を見いだして考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、正三角形の白いタイルと黒いタイルが規則的にしきつめられていく様子を表にまとめる問題である。正答は、**ア**が28、**イ**が21。

(2)は、n番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数をa枚としたとき、aをnを用いた式で表す問題である。実際に、１番目から正三角形をつくっていくと、白いタイルの下に黒いタイルが同じ数だけ並べられ、そこに、n番目ならn個の白いタイルが並べられることがわかる。このことから、n番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数をa枚とすると、白いタイルの枚数は $a+n$枚で、タイルの合計は$2a+n$枚である。一方、タイルの合計はn^2枚とも表せるので、$2a+n=n^2$ の等式が成り立つ。この等式をaについて解くと、$a=\dfrac{n^2-n}{2}$ である。詳しい解説は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

4 関数$y=ax^2$のグラフや点の座標から、直線の式やaの値を求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとした。

(1)は、直線ℓの式を求める問題である。(2)は、関数$y=ax^2$のaの値を求める問題である。(3)は、直線ＯＣ、ＯＤをひいて、曲線①との交点をＦ、Ｇとしたときの、四角形ＣＤＧＦの面積を求める問題である。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

5 与えられた図形の中に相似な三角形を見いだすなどして、線分の比や位置関係を考え、見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、△ＡＢＣにおいて、∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点をＤとするとき、ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣであることを証明する問題である。教科書にも載っている証明問題であるが、補助線をかき入れるなどの工夫を必要とするものである。代表的な証明は、点Ｃを通ってＤＡに平行な直線とＢＡを延長した直線をかき入れ、その交点をＥとしたとき、△ＡＣＥが二等辺三角形であることを示して、ＢＡ：ＡＥ＝ＢＤ：ＤＣとＡＥ＝ＡＣから、ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣであることを示す。また、この問題は以下の【別解】のような、２つの三角形の面積に着目した証明もできる。

【別解】

点Ｄから辺ＡＢ、ＡＣに垂線を下ろし、それぞれの交点をＨ、Ｉとする。

線分ＡＤは∠Ａの二等分線だから、

ＤＨ＝ＤＩ

よって、△ＡＢＤと△ＡＣＤの面積比は

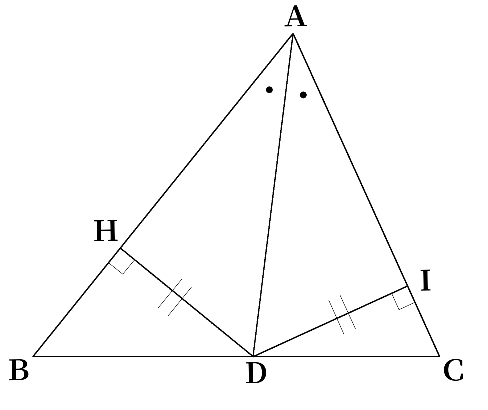
△ＡＢＤ：△ＡＣＤ＝ＡＢ：ＡＣ …❶

また、△ＡＢＤと△ＡＣＤの面積は、点Ａから下ろした垂線を共通な高さとみると

△ＡＢＤ：△ＡＣＤ＝ＢＤ：ＤＣ …❷

したがって、❶、❷より

ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣ



(2)①は、円周角の定理を使って二等辺三角形を見いだし、その性質から線分の長さを求める問題である。解答例は、以下のとおりである。また、この問題は解答例の他に、等しい円周角に対する弦の性質からも求めることができる。

誤答には、(1)のＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣから、ＡＢ：ＡＣ＝ＢＰ：ＣＰと誤って考え、

ＢＰ＝$\dfrac{5\sqrt{5}}{4}$としたものが散見された。

【解答例】

右の図のように、点Ｐと点Ｂを結ぶ。

円周角の定理から、

∠ＰＢＣ＝∠ＰＡＣ

∠ＰＡＢ＝∠ＰＣＢ

また、∠ＢＡＰ＝∠ＣＡＰであるから

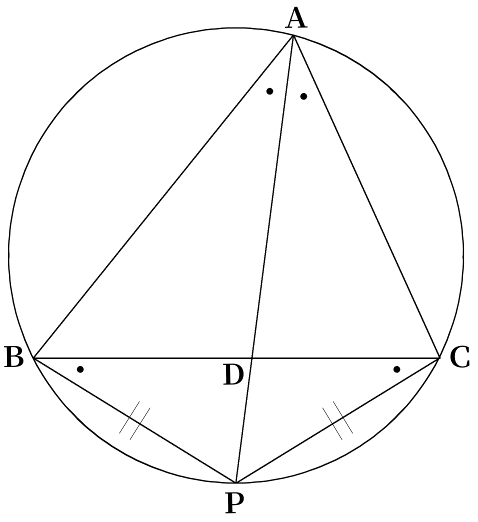
∠ＰＣＢ＝∠ＰＢＣ

よって、２つの角が等しいから、

△ＰＢＣは二等辺三角形だから

ＰＢ＝ＰＣ

したがって、ＢＰ＝$\sqrt{5}$ ㎝



【別解】

仮定より、∠ＢＡＰ＝∠ＣＡＰ

等しい円周角に対する弦は等しいので

ＰＢ＝ＰＣ

したがって、ＢＰ＝$\sqrt{5}$ ㎝

(2)②は、与えられた図形の中に相似な三角形を見いだして、線分の比に着目して線分ＡＤの長さを求める問題である。２種類の相似な三角形（△ＤＡＢ∽△ＤＣＰと△ＡＢＰ∽△ＡＤＣなど）を見いだすことができるかがポイントである。